

融合解析计算的轮毂电机电动汽车 主动悬架最优控制

于曰伟^{1,2}, 李波^{1,2}, 赵雷雷^{1,2}, 张方圆^{1,2}, 王学成^{1,2}

(1. 山东理工大学交通与车辆工程学院, 255000, 山东淄博;

2. 山东省新能源车辆集成设计与智能化重点实验室, 255000, 山东淄博)

摘要: 针对轮毂电机驱动电动汽车(IWMD-EV)主动悬架最优控制中,存在控制性能评价指标实时求解效率低、控制加权系数自适应调整困难的问题,提出了一种基于解析计算的加权系数设计方法。首先,基于 IWMD-EV 三自由度主动悬架模型,利用随机振动理论和留数定理积分求解方法,推导得到基于最优控制的 IWMD-EV 主动悬架系统的车身垂向振动加速度、悬架动行程和轮胎动位移均方根解析计算公式;然后,从理论分析角度,将复杂的控制加权系数求解问题转化为同尺度量化系数和性能评价权重系数求解问题,建立基于解析计算的 IWMD-EV 主动悬架最优控制加权系数自适应调整方法,实现了控制加权系数随车辆行驶工况的快速动态调整;最后,利用台架试验对所建立方法的可靠性进行了验证。研究表明:解析计算与试验测试结果的最大偏差在 8% 以内,所建立的均方根解析计算式正确可靠;相较于传统线性二次型高斯控制和 H_∞ 控制方法,所提方法能够显著提高不同行驶工况下 IWMD-EV 的乘坐舒适性。该研究可为基于最优控制的 IWMD-EV 主动悬架设计提供新思路。

关键词: 轮毂电机驱动;电动汽车;主动悬架;最优控制;解析计算

中图分类号: U461.1 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202608020 **文章编号:** 0253-987X(2026)08-0229-11

Optimal Control of Active Suspension for In-Wheel-Motor-Driven Electric Vehicles Integrating Analytical Calculation

YU Yuewei^{1,2}, LI Bo^{1,2}, ZHAO Leilei^{1,2}, ZHANG Fangyuan^{1,2}, WANG Xuecheng^{1,2}

(1. School of Transportation and Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong 255000, China;

(2. Shandong Key Laboratory of Integrated Design and Intelligence of New Energy Vehicles, Zibo, Shandong 255000, China)

Abstract: To address the problems of low real-time solution efficiency of control performance evaluation indicators and difficulty in adaptive adjustment of control weighting coefficients for the optimal control of active suspensions in in-wheel-motor-driven electric vehicles (IWMD-EVs), an optimal control weighting coefficient design method based on analytical calculation was proposed. First, based on a three-degree-of-freedom active suspension model of IWMD-EVs, the analytical formulas for the root mean square (RMS) values of the vehicle body vertical acceleration, suspension dynamic stroke, and tire dynamic displacement for optimal control-based IWMD-EV active suspension systems were derived using random vibration theory and the residue theorem integral solution method.

收稿日期: 2025-10-28。 作者简介: 于曰伟(1989—),男,副教授,博士生导师;李波(通信作者),男,教授,博士生导师。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52305266,52375105);山东省重点研发计划资助项目(2024TSGC0765)。

网络出版时间: 2025-12-09

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/61.1069.t.20251208.1357.004>

Then, from a theoretical analysis perspective, the complex problem of solving the control weighting coefficients was transformed into a problem of solving the same-scale quantization coefficients and the performance evaluation weighting coefficients. An adaptive adjustment method for optimal control weighting coefficients of IWMD-EV active suspension systems based on analytical calculation was established, by which rapid dynamic adjustment of control weighting coefficients is realized with changes in vehicle driving conditions. Finally, the reliability of the established method was verified through bench tests. The results show that the maximum deviation between analytical calculation results and experimental test results is within 8%, indicating that the established RMS analytical formulas are correct and reliable; compared with traditional linear quadratic Gaussian control and H_∞ control methods, the proposed method significantly improves the ride comfort of IWMD-EVs under different driving conditions. This study provides a new approach for the design of optimal control-based IWMD-EV active suspension systems.

Keywords: in-wheel-motor-driven; electric vehicle; active suspension; optimal control; analytical calculation

近年来,轮毂电机驱动电动汽车(IWMD-EV)因具有空间布置结构简单、能耗低、环境污染小等优点,受到了众多汽车生产商和车辆研究专家的青睞^[1],并针对其主动悬架控制开展了诸多研究^[2-4]。

在众多控制方法中,最优控制作为解决多控制目标问题的有效方法之一,在传统汽车半主动/主动悬架控制领域中得到了广泛应用^[5-6],许多学者相继围绕其控制性能分析^[7-8]、控制算法设计^[9-10]、最优控制加权系数设计^[11-13]开展大量研究,并取得了丰硕的成果。为了有效提高 IWMD-EV 的乘坐舒适性,诸多学者将最优控制理论应用到其主动悬架控制中,开展了许多有价值的工作。Li 等^[14]建立了一种基于粒子群多目标优化的 IWMD-EV 主动悬架线性二次型高斯(LQG)控制器最优控制加权系数设计方法。胡一明等^[15]提出了一种主被动减振一体的 IWMD-EV 主动悬架,并利用多目标粒子群优化算法对其最优控制加权系数进行了设计。Yu 等^[16]建立了考虑不确定参数影响的 IWMD-EV 主动悬架 LQG 控制器最优控制加权系数设计方法。李仲兴等^[17]建立了一种基于自适应遗传算法的线性二次型最优控制(LQR)权重矩阵优化方法,有效提高了 IWMD-EV 的乘坐舒适性。金贤建等^[18]考虑簧上质量、悬架参数等不确定性和高阶非线性未建模动态的影响,在利用试凑法对各控制加权系数进行整定的基础上,建立了基于鲁棒 μ 综合奇异值理论的 IWMD-EV 主动悬架 μ 综合鲁棒控制方法。虽然这些研究为基于最优控制的 IWMD-EV 主动悬架系统设计提供了参考,但在对悬架控制性能评价指标(包括车身垂向振动加速度、悬架动行程、轮胎动位移均方根)^[17]进行求解时,均采用计算机建模仿真或数值模拟计算方法,存在实时求解效率

低的问题。此外,研究中所设计的最优控制加权系数均为定值,即控制加权系数确定后不会随着行驶工况发生变化,难以使得车辆在不同行驶速度、路面等级下均具有最佳的乘坐舒适性。

针对上述问题,本文首先利用随机振动理论及留数定理积分求解方法,对基于最优控制的 IWMD-EV 主动悬架系统的车身垂向振动加速度、悬架动行程、轮胎动位移均方根的解析求解问题进行研究,然后从理论分析角度,将复杂的控制加权系数求解问题转化为同尺度量化系数和性能评价权重系数求解问题,建立基于解析计算的 IWMD-EV 主动悬架最优控制加权系数自适应调整方法,并利用台架试验对该方法的可靠性进行了验证。

1 IWMD-EV 主动悬架系统模型

选用 IWMD-EV 可控主动悬架研究中常用的 1/4 车辆三自由度主动悬架模型^[15,18-19],对基于解析计算的 IWMD-EV 主动悬架系统的最优控制加权系数设计进行研究,其模型示意图如图 1 所示。

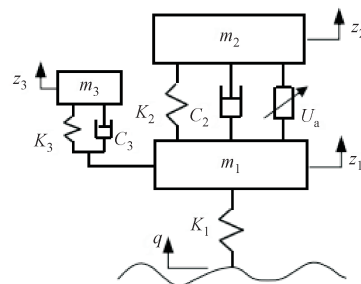


图 1 IWMD-EV 三自由度主动悬架模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of three-degree-of-freedom active suspension model of IWMD-EV

图中, m_1 、 m_2 、 m_3 分别为非簧载质量、簧载质量和轮毂电机质量, C_2 、 C_3 分别为悬架系统的基值阻尼和电机与车轮间减振系统的阻尼, K_1 、 K_2 、 K_3 分别为轮胎刚度、悬架刚度和电机与车轮间减振系统的刚度, U_a 为主动控制力, z_1 、 z_2 、 z_3 分别为非簧载、簧载和轮毂电机的位移, q 为路面不平度位移。

图1所示模型的运动微分方程可写为

$$\begin{cases} m_3 \ddot{z}_3 + K_3(z_3 - z_1) + C_3(\dot{z}_3 - \dot{z}_1) = 0 \\ m_2 \ddot{z}_2 + K_2(z_2 - z_1) + C_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - U_a = 0 \\ m_1 \ddot{z}_1 + K_2(z_1 - z_2) + C_2(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + \\ K_3(z_1 - z_3) + C_3(\dot{z}_1 - \dot{z}_3) + \\ K_1(z_1 - q) + U_a = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} H(j\omega)_{\ddot{z}_2} = \frac{-M_4\omega^2 - M_3j\omega^3 + M_2\omega^4 + M_1j\omega^5 - M_0\omega^6}{D_6 + D_5j\omega - D_4\omega^2 - D_3j\omega^3 + D_2\omega^4 + D_1j\omega^5 - D_0\omega^6} \\ H(j\omega)_{f_d} = \frac{N_6 + N_5j\omega - N_4\omega^2 - N_3j\omega^3 + N_2\omega^4}{D_6 + D_5j\omega - D_4\omega^2 - D_3j\omega^3 + D_2\omega^4 + D_1j\omega^5 - D_0\omega^6} \\ H(j\omega)_{f_t} = \frac{-P_4\omega^2 - P_3j\omega^3 + P_2\omega^4 + P_1j\omega^5 - P_0\omega^6}{D_6 + D_5j\omega - D_4\omega^2 - D_3j\omega^3 + D_2\omega^4 + D_1j\omega^5 - D_0\omega^6} \end{cases} \quad (3)$$

式中: ω 为角频率; j 为虚数单位; $D_0 = m_1 m_2 m_3$; $D_1 = (C_2 + k_2)m_1 m_3 + C_3 m_1 m_2 + (C_2 + C_3 - k_3)m_2 m_3$; $D_2 = C_2 C_3(m_1 + m_2 + m_3) + C_3(k_2 m_1 - k_1 m_2 + k_2 m_3 - k_3 m_2) + (K_1 + K_2 + K_3 - k_6)m_2 m_3 + (K_2 + k_5)m_1 m_3 + K_3 m_1 m_2$; $D_3 = (C_2 K_1 + K_1 k_2 + C_3 k_5 + K_3 k_2)m_3 + (C_2 K_3 + C_3 K_2)(m_1 + m_2 + m_3) + C_3 m_2(K_1 - k_6 - k_4) - K_3 m_2(k_1 + k_3) + (C_3 k_5 + K_3 k_2)m_1$; $D_4 = K_1(C_2 C_3 + C_3 k_2 + K_2 m_3 + k_5 m_3) + K_2 K_3(m_1 + m_2 + m_3) + (K_1 - k_4 - k_6)K_3 m_2 + K_3 k_5(m_1 + m_3)$; $D_5 = (C_2 + k_2)K_1 K_3 + (K_2 + k_5)C_3 K_1$; $D_6 = K_1 K_2 K_3 + K_1 K_3 k_5$; $M_0 = -k_7 m_1 m_3$; $M_1 = K_1 m_3(C_2 - k_3) - C_3 k_7(m_1 + m_3)$; $M_2 = C_3 K_1(C_2 - k_1 - k_3) + K_1 m_3(K_2 - k_6 - k_7) - K_3 k_7(m_1 + m_3)$; $M_3 = K_1 K_3(C_2 - k_1 - k_3) + C_3 K_1(K_2 - k_4 - k_6 - k_7)$; $M_4 = K_1 K_3(K_2 - k_4 - k_6 - k_7)$; $N_2 = -(K_1 + k_7)m_2 m_3 - k_7 m_1 m_3$; $N_3 = -C_3 m_2(K_1 + k_7) - C_3 k_7(m_1 + m_3) - K_1 m_3(k_2 + k_3)$; $N_4 = -C_3 K_1(k_1 + k_2 + k_3) - K_3 m_2(K_1 + k_7) - K_1 m_3(k_5 + k_6 + k_7) - K_3 k_7(m_1 + m_3)$; $N_5 = -C_3 K_1(k_4 + k_5 + k_6 + k_7) - K_1 K_3(k_1 + k_2 + k_3)$; $N_6 = -K_1 K_3(k_4 + k_5 + k_6 + k_7)$; $P_0 = -m_1 m_2 m_3$; $P_1 = m_2 m_3(k_3 - C_2 - C_3) - (k_2 + C_2)m_1 m_3 - C_3 m_1 m_2$; $P_2 = C_3 m_2(k_1 + k_3) - C_2 C_3(m_2 + m_3 + m_1) - C_3 k_2(m_1 + m_3) - m_1 m_3(K_2 + k_5) + m_2 m_3(k_6 - K_2 - K_3 + 1) - K_3 m_1 m_2$; $P_3 = C_3 m_2(k_4 + k_6 + k_7) - (C_3 K_2 + C_2 K_3)(m_1 + m_2 + m_3) + K_3 m_2(k_1 + k_3) -$

对于最优控制系统,其最优控制力与系统的状态变量以及使得系统性能指标最小化的反馈增益矩阵有关^[20],因此图1所示主动悬架系统的主动控制力可表示为

$$U_a = -Kz = -(k_1 \dot{z}_3 + k_2 \dot{z}_2 + k_3 \dot{z}_1 + k_4 z_3 + k_5 z_2 + k_6 z_1 + k_7 q) \quad (2)$$

式中: K 为最优控制反馈增益矩阵, $K = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4 \ k_5 \ k_6 \ k_7]$; z 为系统状态变量, $z = [\dot{z}_3 \ \dot{z}_2 \ \dot{z}_1 \ z_3 \ z_2 \ z_1 \ q]^T$ 。

将式(2)代入式(1),并对其进行傅里叶变换,分别求解得到基于最优控制的 IWMD-EV 主动悬架系统的车身垂向振动加速度 $\ddot{z}_2$ 、悬架动行程 $f_d = z_2 - z_1$ 和轮胎动位移 $f_t = z_1 - q$ 对路面不平度位移 q 的传递特性函数,表达式为

$(C_3 k_5 + K_3 k_2)(m_1 + m_3)$; $P_4 = K_3 m_2(k_4 + k_6 + k_7) - K_2 K_3(m_1 + m_2 + m_3) - K_3 k_5(m_1 + m_3)$ 。

2 基于最优控制的 IWMD-EV 主动悬架性能评价指标的解析求解

在车辆主动悬架控制研究中,通常采用车身垂向振动加速度、悬架动行程和轮胎动位移均方根对其控制性能的优劣进行评价^[17]。为了快速求解这些评价指标,进而为实现主动悬架最优控制加权系数的快速自适应调整奠定基础,本节利用随机振动理论和留数定理积分求解方法,对基于最优控制的 IWMD-EV 主动悬架系统的不同性能指标均方根的解析计算公式进行推导。

在车辆动力学研究中,常用的随机路面输入模型的功率谱密度^[21-23]计算式为

$$G_q(\omega) = \frac{2\pi v G_q(n_0) n_0^2}{\omega^2 + \omega_0^2} \quad (4)$$

式中: $G_q(n_0)$ 为路面不平度系数; n_0 为参考空间频率,取 0.1 m^{-1} ; v 为车速; $\omega_0 = 2\pi v n_{00}$, n_{00} 为空间下截止频率,取 0.011 m^{-1} 。

由随机振动理论可知,在随机路面激励 $G_q(\omega)$ 作用下,系统的振动响应均方值为

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |H(j\omega)_x|^2 G_q(\omega) d\omega \quad (5)$$

式中: 下标 x 表示系统不同的响应量,本文中 x 分别为 $\ddot{z}_2$ 、 f_d 、 f_t 。

将式(3)、式(4)代入式(5),并基于传递特性函数幅频特性的性质,可将 IWMD-EV 主动悬架系统

的车身垂向振动加速度均方值 $\sigma_{z_2}^2$ 、悬架动行程均方值 $\sigma_{f_d}^2$ 、轮胎动位移均方值 $\sigma_{f_t}^2$ 分别表示为

$$\begin{cases} \sigma_{z_2}^2 = 2\pi v G_q(n_0) n_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{M_0^2 \omega^{12} + (M_1^2 - 2M_0 M_2) \omega^{10} + (M_2^2 + 2M_0 M_4 - 2M_1 M_3) \omega^8 + (M_3^2 - 2M_2 M_4) \omega^6 + M_4^2 \omega^4}{[D(j\omega)(\omega_0 + j\omega)][D(-j\omega)(\omega_0 - j\omega)]} d\omega \\ \sigma_{f_d}^2 = 2\pi v G_q(n_0) n_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N_2^2 \omega^8 + (N_3^2 - 2N_2 N_4) \omega^6 + (N_4^2 + 2N_2 N_6 - 2N_3 N_5) \omega^4 + (N_5^2 - 2N_4 N_6) \omega^2 + N_6^2}{[D(j\omega)(\omega_0 + j\omega)][D(-j\omega)(\omega_0 - j\omega)]} d\omega \\ \sigma_{f_t}^2 = 2\pi v G_q(n_0) n_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P_0^2 \omega^{12} + (P_1^2 - 2P_0 P_2) \omega^{10} + (P_2^2 + 2P_0 P_4 - 2P_1 P_3) \omega^8 + (P_3^2 - 2P_2 P_4) \omega^6 + P_4^2 \omega^4}{[D(j\omega)(\omega_0 + j\omega)][D(-j\omega)(\omega_0 - j\omega)]} d\omega \end{cases} \quad (6)$$

式中: $D(j\omega) = -D_0 \omega^6 + D_1 j\omega^5 + D_2 \omega^4 - D_3 j\omega^3 - D_4 \omega^2 + D_5 j\omega + D_6$ 。

利用留数定理积分求解方法^[21,24]对式(6)进行

求解,得到 IWMD-EV 主动悬架系统车身垂向振动加速度、悬架动行程和轮胎动位移均方根的解析计算式为

$$\sigma_{z_2} = \sqrt{\frac{\pi^2 G_q(n_0) n_0^2 v}{d_0} \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 0 & 0 \\ -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 & 0 \\ 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 \\ 0 & 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 \end{vmatrix}} \quad (7)$$

$$\sigma_{f_d} = \sqrt{\frac{\pi^2 G_q(n_0) n_0^2 v}{d_0} \begin{vmatrix} 0 & 0 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 & 0 \\ 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 \\ 0 & 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 \end{vmatrix}} \quad (8)$$

$$\sigma_{f_t} = \sqrt{\pi^2 G_q(n_0) n_0^2 v} \begin{bmatrix} e_0 & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & 0 & 0 \\ -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 & 0 \\ 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 \\ 0 & 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 & 0 \\ -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 & 0 \\ 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 \\ 0 & 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: $||$ 表示取行列式; $d_0 = D_0$; $d_1 = D_1 + D_0 \omega_0$; $d_2 = D_2 + D_1 \omega_0$; $d_3 = D_3 + D_2 \omega_0$; $d_4 = D_4 + D_3 \omega_0$; $d_5 = D_5 + D_4 \omega_0$; $d_6 = D_6 + D_5 \omega_0$; $d_7 = D_6 \omega_0$; $a_0 = M_0^2$; $a_1 = M_1^2 - 2M_0 M_2$; $a_2 = M_2^2 + 2M_0 M_4 - 2M_1 M_3$; $a_3 = M_3^2 - 2M_2 M_4$; $a_4 = M_4^2$; $b_2 = N_2^2$; $b_3 = N_3^2 - 2N_2 N_4$; $b_4 = N_4^2 + 2N_2 N_6 - 2N_3 N_5$; $b_5 = N_5^2 - 2N_4 N_6$; $b_6 = N_6^2$; $e_0 = P_0^2$; $e_1 = P_1^2 - 2P_0 P_2$; $e_2 = P_2^2 + 2P_0 P_4 - 2P_1 P_3$; $e_3 = P_3^2 - 2P_2 P_4$; $e_4 = P_4^2$ 。

3 IWMD-EV 主动悬架系统最优控制加权系数的数学表征

针对 IWMD-EV 主动悬架中常用的 LQG 最优控制,利用上文建立的车身垂向振动加速度、悬架动

行程和轮胎动位移的均方根解析计算式,对其最优控制加权系数进行分析。

3.1 最优控制反馈增益矩阵的数学表征

由式(2)可知,要想获得最优控制力 U_a ,重点在于求解其最优控制反馈增益矩阵 K 。

根据式(1),以 $z = [\dot{z}_3 \ \dot{z}_2 \ \dot{z}_1 \ z_3 \ z_2 \ z_1 \ q]^T$ 为状态变量的 IWMD-EV 主动悬架系统的状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + Bu + Ew \\ y = Cz + Du \end{cases} \quad (10)$$

式中: $y = [\ddot{z}_2 \ z_2 - z_1 \ z_1 - q]^T$; $u = [U_a]$; w 为单位白噪声; $B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_2} & -\frac{1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$; $D = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$;

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{C_3}{m_3} & 0 & \frac{C_3}{m_3} & -\frac{K_3}{m_3} & 0 & \frac{K_3}{m_3} & 0 \\ 0 & -\frac{C_2}{m_2} & \frac{C_2}{m_2} & 0 & -\frac{K_2}{m_2} & \frac{K_2}{m_2} & 0 \\ \frac{C_3}{m_1} & \frac{C_2}{m_1} & -\frac{C_2 + C_3}{m_1} & \frac{K_3}{m_1} & \frac{K_2}{m_1} & -\frac{K_1 + K_2 + K_3}{m_1} & \frac{K_1}{m_1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2\pi n_{00} v \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{C_2}{m_2} & \frac{C_2}{m_2} & 0 & -\frac{K_2}{m_2} & \frac{K_2}{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix};$$

$$E = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2\pi n_0 \sqrt{G_q(n_0)v}]^T。$$

应用最优控制理论,得到以车身垂向振动加速度 $\ddot{z}_2$ 、悬架动行程 $f_d = z_2 - z_1$ 、轮胎动位移 $f_t = z_1 - q$ 作为评价依据的最优控制主动悬架系统的性能指标函数表达式

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (q_1 \ddot{z}_2^2 + q_2 f_d^2 + q_3 f_t^2) dt \quad (11)$$

式中: q_1 、 q_2 、 q_3 分别为车身垂向振动加速度、悬架动行程和轮胎动位移的控制加权系数。

式(11)可改写为如下矩阵形式

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} + 2\mathbf{z}^T \mathbf{N} \mathbf{u}) dt \quad (12)$$

式中: $\mathbf{Q} = \mathbf{C}^T \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{C}$; $\mathbf{R} = \mathbf{D}^T \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{D}$; $\mathbf{N} = \mathbf{C}^T \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{D}$; $\hat{\mathbf{Q}} =$

$$\begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}.$$

根据式(10)中的矩阵 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 及式(12) 中的矩阵 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{N}$, 采用 MATLAB 软件提供的 LQR 函数求解, 即可得到最终的最优控制反馈增益矩阵 $\mathbf{K}$ 。

3.2 控制加权系数求解问题的数学转换

由 3.1 节分析可知, 最优控制反馈增益矩阵 $\mathbf{K}$ 需借助矩阵 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{N}$ 进行求解, 因此要想获得 $\mathbf{K}$, 关键在于确定控制加权系数 $q_1 \sim q_3$ 。

考虑到车身垂向振动加速度、悬架动行程、轮胎动位移的单位及数量级不同, 为了能对三者进行有效评价, 需对各指标进行同尺度量化处理。为此, 以原 IWMD-EV 被动悬架模型下的车身垂向振动加速度均方值 $\sigma_{\dot{z}_{2p}}^2$ 、悬架动行程均方值 $\sigma_{f_{dp}}^2$ 和轮胎动位移均方值 $\sigma_{f_{tp}}^2$ 为参考, 假定车身垂向振动加速度的同尺度量化系数为 1, 由此可确定悬架动行程、轮胎动位移的同尺度量化系数计算式为

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_{\dot{z}_{2p}}^2}{\sigma_{f_{dp}}^2}; \alpha_2 = \frac{\sigma_{\dot{z}_{2p}}^2}{\sigma_{f_{tp}}^2} \quad (13)$$

式中: α_1 为悬架动行程的同尺度量化系数; α_2 为轮胎动位移的同尺度量化系数。

根据式(7)~式(9)求解原 IWMD-EV 被动悬架模型下的振动响应均方值 $\sigma_{\dot{z}_{2p}}^2$ 、 $\sigma_{f_{dp}}^2$ 、 $\sigma_{f_{tp}}^2$, 只需令式(7)~式(9) 中最优控制反馈增益矩阵 $\mathbf{K}$ 中的各元素 $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = k_7 = 0$, 得到的 $\sigma_{\dot{z}_{2p}}^2$ 、 $\sigma_{f_{dp}}^2$ 、 $\sigma_{f_{tp}}^2$ 即为求解结果。

为有效表征车身垂向振动加速度、悬架动行程、轮胎动位移的相对重要程度, 在采用式(13) 对各性能指标进行同尺度量化的基础上, 引入车身垂向振动加速度评价权重系数 λ_1 、悬架动行程评价权重系数 λ_2 、轮胎动位移评价权重系数 λ_3 , 计算式为

$$\begin{cases} q_1 = \lambda_1 \\ q_2 = \lambda_2 \alpha_1 \\ q_3 = \lambda_3 \alpha_2 \end{cases} \quad (14)$$

为有效体现各性能指标之间的归一化与公平权衡, 令 $0 < \lambda_1 < 1$, $0 < \lambda_2 < 1$, $0 < \lambda_3 < 1$, $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ 。

4 基于解析计算的 IWMD-EV 主动悬架最优控制加权系数的自适应调整

由式(14)可以看出, 控制加权系数 $q_1 \sim q_3$ 与不同尺度量化系数 α_1 、 α_2 及性能评价权重系数 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ 有关。因此, 要想使车辆在不同行驶速度、路面等级下均具有最佳的乘坐舒适性, 需按车辆行驶工况的变化对同尺度量化系数 α_1 、 α_2 和性能评价权重系数 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ 进行实时调整。

4.1 同尺度量化系数 α_1 、 α_2 随车辆行驶工况的动态自适应调整

由式(13)可知, 同尺度量化系数 α_1 、 α_2 取决于原 IWMD-EV 被动悬架模型下的振动响应均方值 $\sigma_{\dot{z}_{2p}}^2$ 、 $\sigma_{f_{dp}}^2$ 、 $\sigma_{f_{tp}}^2$ 。因此, 令 $D_0 \sim D_6$ 、 $M_0 \sim M_4$ 、 $N_2 \sim N_6$ 、 $P_0 \sim P_4$ 中的 $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = k_7 = 0$, 并代入式(7)~式(9), 在此基础上利用式(13)求解, 得到最终的同尺度量化系数

$$\alpha_1 = \frac{\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 0 & 0 \\ -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 & 0 \\ 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 \\ 0 & 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 0 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 & 0 \\ 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 \\ 0 & 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 \end{vmatrix}} \quad (15)$$

$$\alpha_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 0 & 0 \\ -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 & 0 \\ 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 \\ 0 & 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e_0 & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & 0 & 0 \\ -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 & 0 \\ 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 & 0 \\ 0 & 0 & -d_0 & -d_2 & -d_4 & d_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_1 & -d_3 & d_5 & -d_7 \end{vmatrix}} \quad (16)$$

可以看出,同尺度量化系数 α_1 、 α_2 中包含速度变量 v (详见 $d_0 \sim d_7$ 参数取值),与路面等级无关。因此,只需根据车速实时调整 α_1 、 α_2 ,即可实现同尺度量化系数 α_1 、 α_2 随车辆行驶工况的动态自适应调整。

4.2 性能评价权重系数 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 随车辆行驶工况的动态自适应调整

如第3.2节中所述,性能评价权重系数 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ 主要用以表征车身垂向振动加速度、悬架动位移、轮胎动位移的相对重要程度。因此,在不同车辆行驶工况下,各权重系数的重要性会随着车辆性能的具体要求有所调整。若对 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ 进行在线实时优化,势必会带来计算资源消耗,严重影响控制系统的实时响应速度。为了解决这一问题,本文提出采用“离线求解计算、在线预存取值”的方式对性能评价权重系数 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ 进行设计,具体为:首先基于对车辆动力学性能的要求,离线设计得到所需的权重系数 $\lambda_1 \sim \lambda_3$,并将其预存到控制器中,然后根据车辆性能状态变化在预存库中实时选取相应的 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ 。

为使车辆在不同的路面等级和行驶车速下均具有良好的乘坐舒适性,在进行性能评价权重系数 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ 离线求解时,制定如下切换规则。

(1)在悬架动位移和轮胎动位移均未超出其限位约束^[22-23]时,车辆不会出现安全隐患,此时无需重点关注车辆行驶安全性。因此,可将车身垂向振动加速度均方根作为优化目标,以悬架动位移和轮胎动位移的均方根为约束条件,建立基于车辆乘坐舒适性的性能评价权重系数优化设计目标函数如下

$$\left\{ \begin{array}{l} J_c(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \min \sigma_{z_2} \\ \text{s. t.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_{f_d}}{[f_d]} \leq \frac{1}{3} \\ \frac{\sigma_{f_t} K_1}{(m_1 + m_2 + m_3)g} \leq \frac{1}{3} \\ 0 < \lambda_1 < 1 \\ 0 < \lambda_2 < 1 \\ 0 < \lambda_3 < 1 \\ \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (17)$$

式中: $[f_d]$ 为悬架限位行程; g 为重力加速度。

(2)当悬架动位移或轮胎动位移超出其限位约束时,这时应重点关注车辆行驶安全性,因此可将悬架动位移和轮胎动位移的均方根作为优化目标,建立基于车辆行驶安全性的性能评价权重系数优化设

计目标函数如下

$$\left\{ \begin{array}{l} J_s(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \min \left(0.5 \frac{\sigma_{f_d}}{\sigma_{f_{dp}}} + 0.5 \frac{\sigma_{f_t}}{\sigma_{f_{tp}}} \right) \\ \text{s. t.} \left\{ \begin{array}{l} 0 < \lambda_1 < 1 \\ 0 < \lambda_2 < 1 \\ 0 < \lambda_3 < 1 \\ \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (18)$$

式中: $\sigma_{f_{dp}}$ 、 $\sigma_{f_{tp}}$ 为原IWMD-EV被动悬架模型下的悬架动行程和轮胎动位移的均方根。

多岛遗传算法作为一种伪并行遗传算法,可有效避免早熟和加快收敛速度,能很好地在优化域中寻找全局最优解。因此,选用该算法对上述基于车辆乘坐舒适性和行驶安全性的性能评价权重系数进行优化求解,具体流程如图2所示。求解时,多岛遗传算法的子群规模、岛个数、进化代数均设为10,变异概率和迁移概率均设为0.01,交叉概率为1,迁移间隔代数为5。

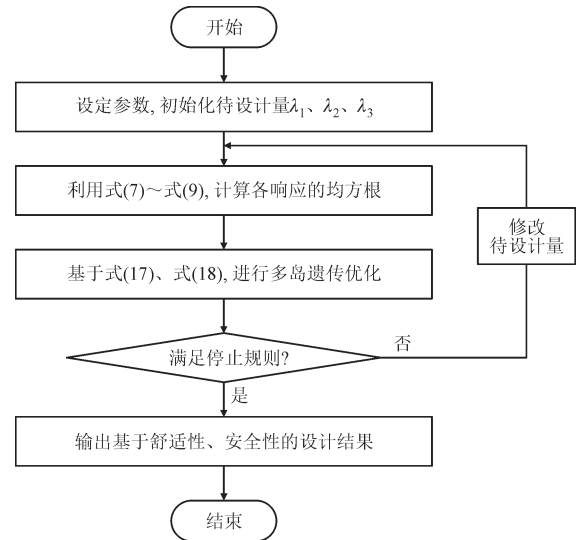


图2 多岛遗传算法求解流程

Fig. 2 Solving process of multi-island genetic algorithm

4.3 控制加权系数 q_1 、 q_2 、 q_3 随车辆行驶工况的动态自适应调整

通过对同尺度量化系数 α_1 、 α_2 和性能评价权重系数 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 的分析不难发现,在实际应用中,只需根据车辆行驶速度 v 实时计算出 α_1 、 α_2 ,同时根据测得的路面不平度信号 $q(t-i\tau)$ 和车辆振动响应信号 $z_2(t-i\tau)$ 、 $z_1(t-i\tau)$ ($i=0,1,2,\dots,N$, t 为时刻, τ 为采样间隔时间, N 为所选数据点数),同步计算出当

前的车辆悬架动位移均方根 $\sigma_{f_{dr}}$ 和轮胎动位移均方根 $\sigma_{f_{tr}}$, 并以此为依据实时选取相应的 $\lambda_1 \sim \lambda_3$, 即可根据式(14) 求出满足不同路面等级和车速的最优控制加权系数 $q_1 \sim q_3$ 。由于实时判断选取 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ 时, 需用到路面不平度的实测信号, 但该信号难以通过直接测量得到, 因此在实际应用中, 可采用文献[25]提出的 NARX 神经网络预测与逆模型相结合的方法, 识别得到的路面不平度信号。

采用所建立的均方根解析计算式对 IWMD-EV 主动悬架性能评价指标进行求解时, 其时间主要耗费在前期解析推导过程上, 求解本身无需迭代、是瞬时的, 在毫秒级内即可完成计算。而基于 Simulink 软件等的求解方法, 完成一个几秒到几十秒的工况, 仿真可能需要花费数秒乃至数分钟, 因此基于解析计算可有效提高评价指标的实时求解效率。此外, 与传统控制加权系数设计方法相比, 本文将复杂的控制加权系数 $q_1 \sim q_3$ 的求解问题转化为同尺度量化系数 α_1, α_2 及性能评价权重系数 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ 的求解问题。其中, α_1, α_2 可采用式(15) 和式(16) 直接计算得到, $\lambda_1 \sim \lambda_3$ 可采用“离线求解计算、在线预存取值”的方式、基于悬架动位移和轮胎动位移均方根实时计算结果快速得到, 大大降低了 $q_1 \sim q_3$ 在线实时优化的处理时间和资源消耗, 有力保证了悬架控制系统的实时响应速度, 实现了 IWMD-EV 主动悬架最优控制加权系数随车辆行驶工况的自适应调整。

5 基于解析计算的 IWMD-EV 主动悬架最优控制方法的可靠性验证

为验证本文基于解析计算的 IWMD-EV 主动悬架最优控制方法的可靠性, 采用搭建的试验台对某 IWMD-EV 主动悬架系统的控制性能进行分析。试验台由主动悬架测试总成和电液伺服振动加载系统两部分组成, 两者复合在一起共同实现 IWMD-EV 主动悬架系统的硬件在环。其中, 主动悬架测试总成包括信号采集控制柜和悬架总成两部分, 集成了实车电磁主动悬架系统(包含 1 个传统液压减振器和 1 个电磁作动器, 两者并联安装, 液压减振器用于提供基值阻尼, 电磁作动器用于提供主动作用力, 电磁作动器的最大行程为 ± 70 mm、产生的最大主动动力为 $\pm 1\,500$ N、频率带宽为 $0 \sim 30$ Hz)、悬架控制器、数据采集卡、传感器系统和网络通信系统, 可提供完整的 IWMD-EV 主动悬架性能测试试验。试验时, 振动加速度信号、位移信号分别通过加速度

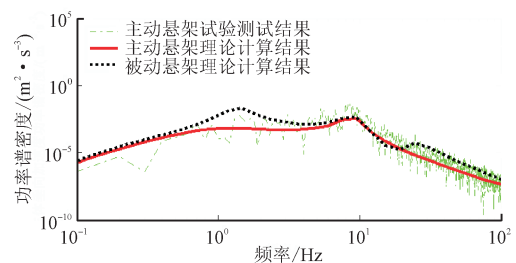
和激光测距传感器测量得到, 速度信号通过对位移信号进行实时求导得到。电液伺服振动加载系统用于给主动悬架测试总成施加路面激励。试验时, 电液伺服振动加载系统的液压作动器直接作用于车轮上, 通过其伸缩运动来模拟路面的上下起伏。基于离线求解, 得到基于车辆乘坐舒适性的性能评价权重系数 $\lambda_1 = 0.8, \lambda_2 = \lambda_3 = 0.1$; 基于车辆行驶安全性的性能评价权重系数 $\lambda_1 = 0.1, \lambda_2 = 0.4, \lambda_3 = 0.5$ 。车辆物理参数如表 1 所示。

表 1 车辆物理参数

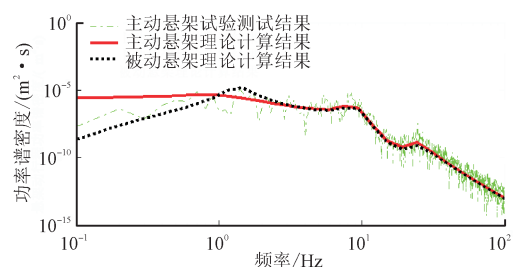
Table 1 Physical parameters of vehicle

物理参数	数值
非簧载质量 m_1/kg	45
簧载质量 m_2/kg	320
轮毂电机质量 m_3/kg	30
悬架基值阻尼 $C_2/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	1 200
电机与车轮间减振系统阻尼 $C_3/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	1 000
轮胎刚度 $K_1/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	250 000
悬架刚度 $K_2/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	25 000
电机与车轮间减振系统刚度 $K_3/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	370 000
悬架限位行程 $[f_d]/\text{mm}$	± 90

基于解析计算, 得到 B 级路面、70 km/h 车速下各垂向振动响应的功率谱密度与试验测试的结果对比如图 3 所示。由于不同路面等级、车速下的结果变化规律一致, 故不再赘述其他工况。



(a) 车身垂向振动加速度



(b) 悬架动行程

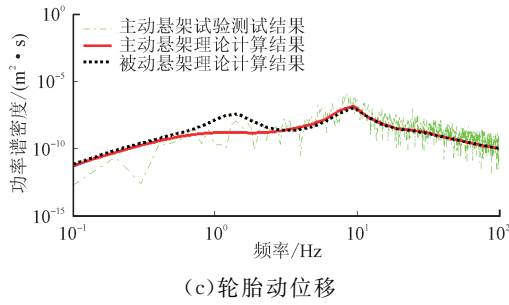


图 3 解析计算与试验测试得到的功率谱密度对比

Fig. 3 Comparison of power spectral density obtained from analytical calculations and experimental tests

由图 3 可见,解析计算得到的车身垂向振动加速度、悬架动行程、轮胎动位移功率谱密度与试验测试结果一致性较好,均方根的最大偏差均在 8% 以内,表明了本文基于最优控制的 IWMD-EV 主动悬架振动响应均方根解析计算式的正确性。此外,与被动悬架(即 $U_a = 0$)相比,该方法能有效降低 IWMD-EV 的车身垂向加速度和悬架动行程,虽然其轮胎动位移均方根有所增加,但仍远未超出边界约束($\sigma_{f_t} < 5.161 \text{ mm}$),具有良好的控制效果。这充分表明了本文基于解析计算的 IWMD-EV 主动悬架最优控制方法的可靠性。

在 B 级路面、不同车速下, IWMD-EV 主动悬架最优控制加权系数 $q_1 \sim q_3$ 的自适应调整情况如图 4 所示。由图可见, B 级路面不同车速下 q_1 的取值恒为 0.8(基于车辆乘坐舒适性的性能评价权重系数设计结果),表明不同车速下悬架动行程和轮胎动位移均未超出其限位约束,此时主要以保证车辆乘坐舒适性为主; q_2 、 q_3 随车速的增加逐渐减小,表明较小的 q_2 、 q_3 更有利于提高高速行驶状态下的车辆乘坐舒适性。

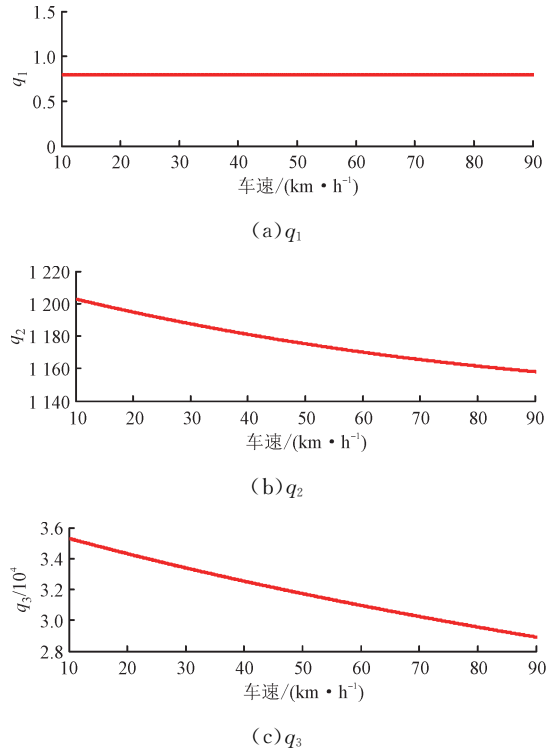


图 4 最优控制加权系数 q_1 、 q_2 、 q_3 的自适应调整

Fig. 4 Adaptive adjustment of q_1 , q_2 , and q_3

为进一步验证所提方法的有效性,将本文基于解析计算的最优控制加权系数自适应调整方法、传统未考虑控制加权系数实时调整的 LQG 控制方法^[14]、 H_∞ 控制方法^[18]得到的车辆悬架性能指标参数进行对比,结果如表 2 所示。由于基于不同路面等级、车速对控制加权系数 $q_1 \sim q_3$ 进行设计会得到不同的结果^[15],分析时所选取的 LQG 控制、 H_∞ 控制器的控制加权系数基于常用 B 级路面、70 km/h 车速工况得到。

表 2 不同控制方法下的悬架性能对比

Table 2 Comparison of suspension performance under different control methods

路面等级	车速/ (km · h ⁻¹)	车身垂向加速度均方根/(m · s ⁻²)			悬架动位移均方根/mm			轮胎动位移均方根/mm		
		LQG 控制	H_∞ 控制	本文方法	LQG 控制	H_∞ 控制	本文方法	LQG 控制	H_∞ 控制	本文方法
A 级	50	0.143	0.132	0.126	1.715	1.812	1.926	0.579	0.581	0.579
	60	0.157	0.145	0.135	1.857	1.950	2.101	0.638	0.643	0.639
	70	0.165	0.154	0.145	1.992	2.079	2.230	0.689	0.692	0.690
	80	0.176	0.165	0.153	1.043	2.228	2.357	0.753	0.756	0.754
	90	0.188	0.173	0.161	2.218	2.331	2.461	0.800	0.803	0.801
B 级	50	0.289	0.265	0.253	3.490	3.675	3.838	1.156	1.159	1.157
	60	0.314	0.290	0.275	3.759	3.987	4.216	1.283	1.287	1.285
	70	0.331	0.311	0.293	4.010	4.213	4.463	1.375	1.379	1.376
	80	0.357	0.330	0.309	4.235	4.480	4.755	1.499	1.503	1.500
	90	0.376	0.349	0.320	4.451	4.682	4.971	1.597	1.601	1.599

从表2可以看出,在不同路面等级、不同车辆行驶速度下,本文方法下的车身垂向振动加速度均方根最小,车辆乘坐舒适性最好;3种控制方法下的轮胎动位移均方根相差不大,且均未超出其限位约束($\sigma_{f_t} < 5.161 \text{ mm}$);虽然本文方法下的悬架动位移均方根有所增加,但远未超出其最大许用值($\sigma_{f_d} < 0.03 \text{ m}$),因而不会影响车辆行驶安全。这表明本文所提方法在保证车辆安全性的同时,能显著提高车辆的乘坐舒适性。

考虑到上述仿真及试验验证均是基于良好路面工况进行,性能评价权重系数 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ 的安全性权重调整机制未被触发,为了体现该自适应策略的有效性和完整性,图5给出了基于仿真得到的高激励(D级路面)工况下最优控制加权系数 $q_1 \sim q_3$ 的自适应调整变化情况。由图可以看出,所提出的基于悬架动位移及轮胎动位移限位约束的安全性切换规则是有效的。

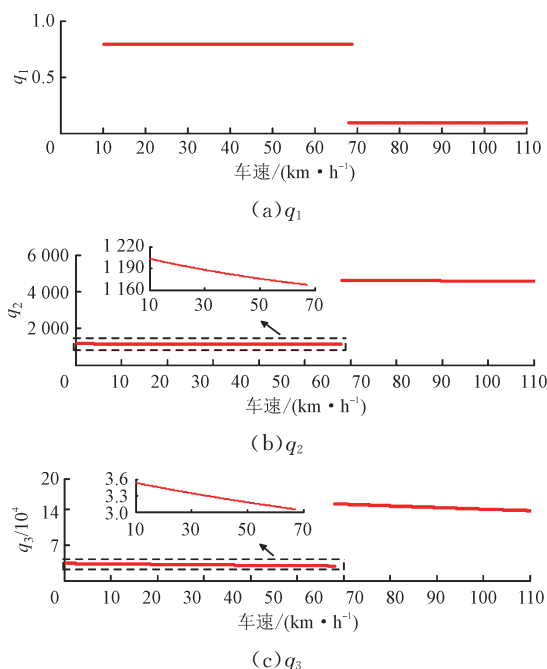


图5 D级路面下控制加权系数 q_1 、 q_2 、 q_3 的自适应调整

Fig. 5 Adaptive adjustment of q_1 , q_2 , and q_3 under D-class road

6 结 论

(1)采用随机振动理论和留数定理积分求解方法,建立了基于最优控制的IWMD-EV主动悬架系统的车身垂向振动加速度、悬架动行程和轮胎动位移均方根解析计算式,实现了基于最优控制的IWMD-EV主动悬架性能评价指标的快速求解。

(2)从理论分析角度,将复杂的控制加权系数求

解问题转化为同尺度量化系数、性能评价权重系数求解问题,建立了基于解析计算的IWMD-EV主动悬架最优控制加权系数自适应调整方法,实现了IWMD-EV主动悬架最优控制加权系数随车辆行驶工况的自适应调整。

(3)试验结果表明:所建立的车身垂向振动加速度、悬架动行程、轮胎动位移均方根解析计算式正确可靠,所提出的基于解析计算的IWMD-EV主动悬架最优控制加权系数自适应调整方法能够在保证车辆安全性的同时,显著提高不同行驶工况下IWMD-EV的乘坐舒适性,为基于最优控制的IWMD-EV主动悬架系统设计提供了新思路。

本文所提方法建立在随机振动理论上,主要适用于常用典型平稳随机路面下IWMD-EV的最优控制性能分析和控制律设计。未来研究中,可将本文所提方法与面向凸台、减速带等冲击路况的控制方法相结合,建立一种面向平稳随机和非平稳冲击全工况的IWMD-EV分层/混合控制架构,进一步提高IWMD-EV的乘坐舒适性。

参考文献:

- [1] 应红亮, 黄苏融, 张琪, 等. 电动汽车用高性能直驱轮毂电机研制[J]. 机械工程学报, 2019, 55(22): 5-10.
Ying Hongliang, Huang Surong, Zhang Qi, et al. Develop of high performance direct-driven in-wheel motor for electric vehicle [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(22): 5-10.
- [2] Wang Ping, Wang Jieshu, Li Zihan, et al. Koopman-MPC-based energy-efficient integrated control of attitude maneuver and vibration suppression for nonlinear in-wheel motor-active suspension on uneven roads [J]. Energy, 2025, 336: 138157.
- [3] 张雷, 徐同良, 李嗣阳, 等. 全线控分布式驱动电动汽车底盘协同控制研究综述[J]. 机械工程学报, 2023, 59(20): 261-280.
Zhang Lei, Xu Tongliang, Li Siyang, et al. Overview on chassis coordinated control for full X-by-wire distributed drive electric vehicles [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(20): 261-280.
- [4] Zhao Jing, Dong Jingang, Wong P K, et al. Interval fuzzy robust non-fragile finite frequency control for active suspension of in-wheel motor driven electric vehicles with time delay [J]. Journal of the Franklin Institute, 2022, 359(12): 5960-5990.
- [5] Sharp R S, Peng H. Vehicle dynamics applications of

- optimal control theory [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2011, 49(7): 1073-1111.
- [6] Tseng H E, Hrovat D. State of the art survey: active and semi-active suspension control [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2015, 53(7): 1034-1062.
- [7] Dong Xiaomin, Yu Miao, Liao Changrong, et al. Comparative research on semi-active control strategies for magneto-rheological suspension [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2010, 59(3): 433-453.
- [8] 于曰伟, 宋云鹏, 李波, 等. 时滞对半主动悬架不同控制策略的影响 [J]. *西安交通大学学报*, 2025, 59(6): 198-208.
- Yu Yuewei, Song Yunpeng, Li Bo, et al. The influence of time delay on different control strategies of semi-active suspension [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2025, 59(6): 198-208.
- [9] Zhang Jiawei, Hu Guoliang, Yang Cheng, et al. NSGA-II-TLQR control of semi-active suspension system with magnetorheological damper considering response time delay [J]. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 2024, 12(1): 825-838.
- [10] Abbas S B, Youn I. Optimal control of a semi-active suspension system collaborated by an active aerodynamic surface based on a quarter-car model [J]. *Electronics*, 2024, 13(19): 3884.
- [11] 于曰伟, 周长城, 赵雷雷, 等. 基于交替迭代的车辆主动悬架 LQG 控制器设计 [J]. *山东大学学报(工学版)*, 2017, 47(4): 50-58.
- Yu Yuewei, Zhou Changcheng, Zhao Leilei, et al. Design of LQG controller for vehicle active suspension system based on alternate iteration [J]. *Journal of Shandong University (Engineering Science)*, 2017, 47(4): 50-58.
- [12] 张庭芳, 伍磊, 吴晓建. 基于路面等级聚类识别及 LQR 权重动态最优的主动悬架控制研究 [J]. *噪声与振动控制*, 2021, 41(4): 1-6.
- Zhang Tingfang, Wu Lei, Wu Xiaojian. Study on active suspension control based on road level clustering recognition and LQR weighted dynamic optimization [J]. *Noise and Vibration Control*, 2021, 41(4): 1-6.
- [13] Xiong Xin, Chen Changzhuang, Liu Yaming, et al. Research on performance magnetorheological semi-active suspension based on improved gray wolf algorithm-optimized linear quadratic regulator control [J]. *International Journal of Dynamics and Control*, 2024, 12(11): 4157-4170.
- [14] Li Zhe, Zheng Ling, Ren Yue, et al. Multi-objective optimization of active suspension system in electric vehicle with In-wheel-motor against the negative electro-mechanical coupling effects [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 116: 545-565.
- [15] 胡一明, 李以农, 李哲, 等. 主被动一体悬架构型的多目标粒子群最优控制 [J]. *控制理论与应用*, 2020, 37(3): 574-583.
- Hu Yiming, Li Yinong, Li Zhe, et al. Multi-objective particle swarm optimization linear quadratic regulator controller base on integrated suspension [J]. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(3): 574-583.
- [16] Yu Xueguang, Liu Xintian, Wang Xu, et al. Vibration control of improved LQG for wheel drive electric vehicle based on uncertain parameters [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part D Journal of Automobile Engineering*, 2021, 235(8): 2253-2264.
- [17] 李仲兴, 宋鑫炎, 刘晨来, 等. 轮毂电机驱动汽车半主动悬架自适应最优控制 [J]. *重庆理工大学学报(自然科学)*, 2021, 35(8): 25-32.
- Li Zhongxing, Song Xinyan, Liu Chenlai, et al. Adaptive optimal control of semi-active suspension on hub motor driving vehicle [J]. *Journal of Chongqing University of Technology(Natural Science)*, 2021, 35(8): 25-32.
- [18] 金贤建, 王佳栋, 徐利伟, 等. 轮毂电机驱动电动汽车主动悬架 μ 综合鲁棒控制研究 [J]. *机械工程学报*, 2024, 60(16): 259-269.
- Jin Xianjian, Wang Jiadong, Xu Liwei, et al. μ -synthesis robust control for active suspension of in-wheel-motor-driven electric vehicles [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2024, 60(16): 259-269.
- [19] Shao Xinxin, Naghdy F, Du Haiping. Reliable fuzzy H_∞ control for active suspension of in-wheel motor driven electric vehicles with dynamic damping [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 87(Part A): 365-383.
- [20] Zhang Huanshui. The optimal control theory: a scientific approach to fundamentally solving control problems [J]. *Science China Information Sciences*, 2025, 68(1): 116201.
- [21] 于曰伟, 赵雷雷, 周长城. 改进的车辆振动响应均方根值计算公式及其工程应用 [J]. *汽车工程*, 2019, 41(9): 1088-1095.
- Yu Yuewei, Zhao Leilei, Zhou Changcheng. Modified RMS calculation formulae for vehicle vibration responses and their engineering application [J]. *Automotive Engineering*, 2019, 41(9): 1088-1095.

(下转第 248 页)

- 构形式对叶片低周疲劳寿命的影响研究[J]. 宇航总体技术, 2020, 4(5): 51-64.
- Jiang Jinpeng, Liu Zhichao, Liu Zhu, et al. Effects of turbine structure on life of turbine blade for liquid rocket engine [J]. Astronautical Systems Engineering Technology, 2020, 4(5): 51-64.
- [14] Wang Wei, Ma Yixin, Liu Bingyang, et al. Reliability analysis of reusable turbine rotor blisk: an application of parametric modelling method under multi-field coupling [J]. Engineering Failure Analysis, 2023, 152: 107511.
- [15] Rezaiee-Pajand M, Sinaie S. On the calibration of the Chaboche hardening model and a modified hardening rule for uniaxial ratcheting prediction [J]. International Journal of Solids and Structures, 2009, 46(16): 3009-3017.
- [16] Prager W. A new method of analyzing stresses and strains in work-hardening plastic solids [J]. Journal of Applied Mechanics, 1956, 23(4): 493-496.
- [17] Frederick C O, Armstrong P J. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect [J]. Materials at High Temperatures, 2007, 24(1): 1-26.
- [18] Chaboche J L. Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity [J]. International Journal of Plasticity, 1986, 2(2): 149-188.
- [19] 姜金朋, 陈涛, 金平, 等. Chaboche 随动硬化模型参数确定及棘轮效应 [J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(10): 1430-1435.
- Jiang Jinpeng, Chen Tao, Jin Ping, et al. Parameter determination of Chaboche kinematic hardening models and ratcheting simulation [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(10): 1430-1435.
- [20] 刘士杰, 王召, 刘继超, 等. 基于 Chaboche 硬化模型的 304SS 全寿命循环力学行为仿真分析 [J]. 火箭推进, 2022, 48(3): 40-49.
- Liu Shijie, Wang Zhao, Liu Jichao, et al. Simulation analysis of 304SS full-life cyclic mechanical behavior based on Chaboche hardening model [J]. Journal of Rocket Propulsion, 2022, 48(3): 40-49.
- [21] Ren Peirong, Huang Weiqing, Yang Xiaoguang, et al. A modified constitutive model considering microstructure degradation of Ni-based superalloys and its application to microstructural damage calculation [J]. Journal of Alloys and Compounds, 2021, 882: 160605.
- [22] 尚福林. 塑性力学基础 [M]. 3 版. 西安: 西安交通大学出版社, 2018.
- [23] 闫晓军, 聂景旭. 涡轮叶片疲劳 [M]. 北京: 科学出版社, 2014.
- [24] 黄峻峰, 贺尔铭, 易金翔, 等. 再生冷却推力室热机疲劳寿命预测研究 [J]. 西北工业大学学报, 2022, 40(4): 723-731.
- Huang Junfeng, He Erming, Yi Jinxiang, et al. Research on thermomechanical fatigue life prediction of regenerative cooling thrust chamber [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2022, 40(4): 723-731.
- [25] Chandler W T. Materials for advanced rocket engine turbopump turbine blades [EB/OL]. (1985-04-01) [2025-09-12]. <https://ntrs.nasa.gov/citations/19850018561>.

(编辑 李慧敏)

(上接第 239 页)

- [22] 余志生. 汽车理论 [M]. 6 版. 北京: 机械工业出版社, 2024.
- [23] Tan Di, Lu Chao, Ren Chuanbo. Optimal matching between the suspension and the rubber bushing of the in-wheel motor system [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part D Journal of Automobile Engineering, 2015, 229(6): 758-769.
- [24] Yu Yuewei, Song Yunpeng, Zhao Leilei, et al. Analytical formulae and applications of vertical dynamic responses for railway vehicles [J]. Strojniški vestnik: Journal of Mechanical Engineering, 2023, 69(1/2): 73-81.
- [25] 吕文博, 赵又群. 主动悬架识别路面扰动反馈最优控制策略研究 [J]. 噪声与振动控制, 2024, 44(6): 191-197.
- Lü Wenbo, Zhao Youqun. Optimal control strategy with identification of road disturbance feedback for active suspensions [J]. Noise and Vibration Control, 2024, 44(6): 191-197.

(编辑 李慧敏)