

可展直纹面面齿轮传动的承载接触分析

彭先龙, 侯艳艳, 李爱民, 王星

(西安科技大学机械工程学院, 710054, 西安)

摘要: 为了研究可展直纹面面齿轮的承载接触特性,从而说明其与传统齿面的差异,建立了正交直齿面齿轮的可展直纹面表达式,因其相对传统齿面的偏差为微量,为满足局部共轭条件,对该直纹面进行了双向修形,并令其与标准渐开线圆柱齿轮啮合;基于齿面接触分析和有限元承载接触分析,对比研究了两种传动比的修形直纹面和传统齿面的主曲率、几何(空载)接触特性、承载接触特性,结果表明:传动比较大时该直纹面与传统齿面具有几乎相同的几何特征与承载特性,传动比较小时边缘接触使得接触和弯曲应力大幅增加。因此,传动比较大时可展直纹面可替代传统齿面,提高其可加工性;将所提有限元法获得的传统齿面结果与文献实验结果进行了对比,结果表明:齿面接触应力、面齿轮齿根弯曲应力、圆柱齿轮齿根弯曲应力误差率分别为 2.17%、12.33%、3.97%,满足计算精度要求,证明了所提计算方法的可靠性。

关键词: 可展直纹面;修形;面齿轮;有限元方法;承载特性

中图分类号: TH132.4 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202303008 **文章编号:** 0253-987(2022)12-0086-11

Analysis of Bearing Contact of Developable Ruled Surface Face Gear Transmission

PENG Xianlong, HOU Yanyan, LI Aimin, WANG Xing

(College of Mechanical Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: To research the bearing contact characteristics of the developable ruled surface face gear, and to explain its difference from the traditional tooth surface, the expression of the developable ruled surface of orthogonal spur gear is established. Because the deviation of orthogonal spur gear relative to the traditional tooth surface is microscopic, the surface is modified bidirectionally to meet the local conjugation condition and made to mesh with a standard involute cylindrical gear. Based on tooth surface contact analysis and finite element bearing contact analysis, the principal curvature, geometric (no-load) contact characteristics, and bearing contact characteristics of modified straight tooth surface and traditional tooth surface are compared and studied. The results show that when the transmission ratio is large, the straight surface has almost the same geometric characteristics and bearing characteristics as the traditional tooth surface, and when the transmission ratio is small, the edge contact makes the contact and bending stress increase greatly. Therefore, under the condition of a large transmission ratio, the ruled surface can replace the traditional tooth surface to improve its machinability. The traditional tooth surface of

face gear results obtained by the finite element method in this paper are compared with the experimental results in the literature, the results show that the error rates of tooth surface contact stress, bending stress of face gear, and bending stress of cylindrical gear are 2.17%, 12.33% and 3.97%, respectively, which meet the requirements of calculation accuracy to prove the reliability of the calculation method in this paper.

Keywords: developable ruled surface; modification; face gear; finite element; bearing characteristics

面齿轮传动作为一种新型的非平行轴齿轮传动机构,由于其具有高速、重载、轻量化的传动特性,在航空动力传动、汽车差速器传动系统等方面获得了广泛的应用^[1-3]。面齿轮由于其加工过程及加工刀具较复杂使得加工难度较大、加工成本一直居高不下,基于标准刀具线接触加工面齿轮是绕开该障碍的有效措施之一,根据面齿轮传统齿面的特征,提出了面齿轮可展直纹面^[4]。由于几何及承载接触性能是齿形曲面的设计依据,也是评价齿轮传动性能的重要指标^[5-6],且可展直纹面作为面齿轮的一种新型齿面,因此对其进行承载接触性能分析,并与传统齿面的承载性能进行对比,就显得非常必要了。

齿面接触分析与承载接触分析是研究齿轮传动接触性能与承载性能的重要方法之一。Litvin等^[7-8]采用程序实现了有限元自动化建模,使用有限元法对面齿轮的齿面接触应力与齿根弯曲应力进行了研究。董惠敏等^[9]对人手齿进行了有限元建模,分析了其齿面接触应力分布状态,并与赫兹接触应力对比验证了该方法的正确性。Yu等^[10]对高速曲线面齿轮副齿根弯曲应力进行有限元仿真分析,并将仿真结果、实验结果与计算结果进行对比,表明三者结果相似。侯祥颖等^[11-13]用数值计算法代替齿面理论计算公式,通过编写 inp 文件,并对其进行处理,实现了弧齿锥齿轮在 Abaqus 中的高精度建模,并进行了承载接触特性分析。魏冰阳等^[14-15]对拓扑修形齿面进行拟赫兹接触分析,得到其承载特性的时变历程特性,提出了离散接触线有限元、拟赫兹接触啮合仿真与混合弹流润滑分析方法。Zhang等^[16]采用有限元法研究了曲线圆柱齿轮齿顶修形对其接触应力与弯曲应力的影响。Mehta等^[17]采用有限元承载接触分析的方法,对复合材料直齿圆柱齿轮的齿面接触应力进行了分析。周如传等^[18]对锥形面齿轮副进行了齿面接触分析与有限元承载接触分析,研究结果表明:对锥形渐开线齿轮或者面齿轮齿廓修形后可有效避免边缘接触。韩振华等^[19]采用有限元法对新型复合摆线外啮合圆柱齿轮副的强度

特性进行了分析。张荣华等^[20]采用有限元法对不同磨损程度的啮合齿面接触压力分布进行了研究。唐进元等^[1]对直齿面齿轮进行了有限元承载接触分析,确定了齿面接触应力与齿根弯曲应力最大值的位置,验证了有限元仿真得到的应力值的可靠性。

由于可展直纹面面齿轮可使用锥面、柱面等标准刀具对其进行线接触加工,可极大的提高面齿轮的加工效率,有助于面齿轮的广泛应用。为研究其承载特性,本文对可展直纹面面齿轮进行了齿面修形设计,对不同修形参数的可展直纹面面齿轮副进行齿面接触分析及承载接触分析,并分析了传动比对其啮合特性的影响。为进一步说明可展直纹面代替传统齿面的可行性,将可展直纹面与面齿轮传统齿面的曲率特性及承载接触特性进行了对比。

1 可展直纹面面齿轮副的齿面建模

1.1 面齿轮的可展直纹面

图1所示为面齿轮可展直纹面示意图,其详细推导过程及加工模型可见文献^[3]。 L_{21} 为可展直纹面的脊线,直线 s_i 为该脊线的切线,即可展直纹面的母线,对于正交直齿面齿轮的可展直纹面,可由下式表示,可展直纹面齿面记为 Σ_{D2}

$$\mathbf{R}_2^D = \begin{bmatrix} -r_{b1}(\sin\theta - \theta_1 \cos\theta) + u \sin\theta \\ -\frac{r_{b1}N_2}{N_1 \cos\theta} \\ -r_{b1}(\cos\theta + \theta_1 \sin\theta) + u \cos\theta \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $\theta = \theta_1 + \theta_{01}$, $\theta_{01} = 0.5\pi/N_1 - \tan\alpha + \alpha$, θ_1 是圆柱齿轮渐开线的展角; α 是压力角; r_{b1} 是基圆半径; N_1 、 N_2 分别是圆柱齿轮、面齿轮的齿数; u 表示母线任意点到脊线的距离。其法矢 $\mathbf{n}_2^D$ 可表示为

$$\mathbf{n}_2^D = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_2^D}{\partial \theta_1} \times \frac{\partial \mathbf{R}_2^D}{\partial u}}{\left| \frac{\partial \mathbf{R}_2^D}{\partial \theta_1} \times \frac{\partial \mathbf{R}_2^D}{\partial u} \right|} = \begin{bmatrix} \frac{r_{b1}N_2 \sin\theta \cos\theta}{W^{1/2}} \\ \frac{uN_1 \cos^2\theta}{W^{1/2}} \\ -\frac{r_{b1}N_2 \sin^2\theta}{W^{1/2}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 $W=r_{b1}^2 N_2^2 \sin^2 \theta+u^2 N_1^2 \cos^4 \theta$ 。

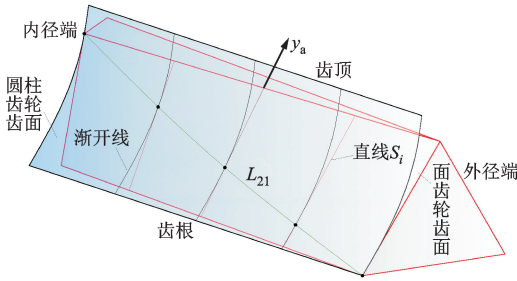


图 1 可展直纹面齿轮

Fig. 1 Developable ruled surface face gear

与可展直纹面齿轮啮合的圆柱齿轮齿面为标准渐开线齿面。本文面齿轮副基本参数如表 1 所示。传动比 $i=N_2/N_1$ 。

表 1 面齿轮副基本参数

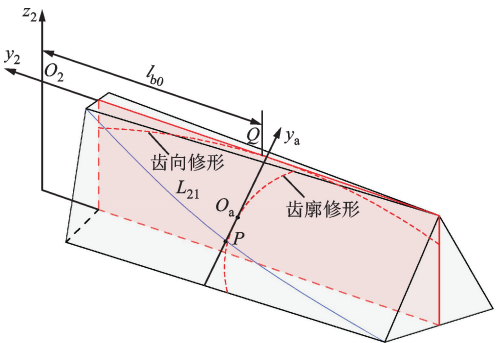
Table 1 Basic parameters of face gear pair

基本参数	数值	
	传动比 i_1	传动比 i_2
面齿轮齿数 N_2	160	90
圆柱齿轮齿数 N_1	30	30
插齿刀齿数 N_s	30	30
压力角 $\alpha/(^\circ)$	25	25
模数 m/mm	6.35	4
轴夹角 $\gamma/(^\circ)$	90	90
齿宽 b/mm	80	30
面齿轮内径 L_1/mm	480	170
面齿轮外径 L_2/mm	560	200

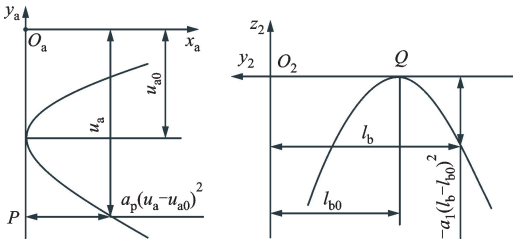
1.2 面齿轮可展直纹面的双向修形

由图 4 可知,面齿轮可展直纹面相对其传统齿面除根切区之外(即工作齿面)的齿面偏差几乎可以忽略不计,若使该直纹面与圆柱齿轮的标准齿面啮合,则面齿轮齿面与圆柱齿轮齿面近似线接触,极易出现边缘接触,且无法求解接触点,故需对面齿轮副进行齿面修形来获得局部点接触面齿轮副。图 2 (a)为面齿轮齿面双向抛物线修形原理示意图,其中齿向修形使得母线沿齿向修形抛物线做微观偏移,而齿廓修形直接将母线修形为抛物线。由于圆柱齿轮齿面更易加工和修形,此处的修形应置于圆柱齿轮齿面上,但为了减少篇幅,此处置于面齿轮可展直纹面上。图 2 (b)为齿廓抛物线修形曲线示意图,其中 a_p 为齿廓方向上抛物线系数, u_{a0} 控制修形抛物

线顶点位置。图 2(c)为齿向抛物线修形曲线示意图,其中 a_1 为齿向抛物线系数, l_{b0} 为坐标原点 O_2 到抛物线顶点的距离,控制齿向修形抛物线顶点的位置。



(a)齿面双向抛物线修形原理



(b)齿廓修形

(c)齿向修形

图 2 面齿轮可展直纹面的双向修形

Fig. 2 Double crowning for developable ruled surface

对面齿轮齿面进行双向抛物线修形后的齿面位置矢量记为 R_2^{DX} , 表示为

$$R_2^{DX} = \begin{bmatrix} -r_{b1}(\sin\theta - \theta_1 \cos\theta) + u \sin\theta - H \cos\theta \\ -\frac{r_{b1} N_2}{N_1 \cos\theta} \\ -r_{b1}(\cos\theta + \theta_1 \sin\theta) + u \cos\theta - H \sin\theta - L \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

式中: $H=a_p(u_a-u_{a0})^2$; $L=-a_1(l_b-l_{b0})^2$, $l_b=-r_{b1}N_2/(N_1\cos\theta)$ 。

2 赫兹接触应力求解

在求解任意接触点的齿面接触应力时,首先需要确定接触点处面齿轮、圆柱齿轮齿面的主曲率。可展直纹面为简单空间曲面,可用欧拉公式对其齿面主曲率及主方向进行求解。面齿轮传统齿面由插齿刀齿面包络产生,为通过啮合方程表达的复杂曲面,因此可采用曲率直接关系式对传统齿面主曲率进行求解,具体求解过程见文献[21]。设传统齿面主曲率为 k_{21} 、 k_{22} ,圆柱齿轮齿面主曲率为 k_{11} 、 k_{12} 。

2.1 可展直纹面的主曲率

齿面上两坐标曲线的切线表示为 $\mathbf{r}_u$ 、 $\mathbf{r}_\theta$, 其夹角为定值 γ , 角 β 为变参数, 则

$$\mathbf{r}_u = [\sin\theta \quad 0 \quad \cos\theta \quad 0]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{r}_{\theta_1} = \begin{bmatrix} u\cos\theta - r_{b1}\theta_1\sin\theta \\ -\frac{r_{b1}N_2\sin\theta}{N_1\cos^2\theta} \\ -u\sin\theta - r_{b1}\theta_1\cos\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

齿面位矢的二阶导矢 $\mathbf{r}_{uu}$ 、 $\mathbf{r}_{u\theta_1}$ 和 $\mathbf{r}_{\theta_1\theta_1}$ 分别可表示为

$$\mathbf{r}_{uu} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{r}_{u\theta_1} = [\cos\theta \quad 0 \quad -\sin\theta \quad 0]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{r}_{\theta_1\theta_1} = \begin{bmatrix} -\sin\theta(u + r_{b1}) - r_{b1}\theta_1\cos\theta \\ -\frac{N_2r_{b1}}{N_1\cos\theta} - \frac{2N_2r_{b1}\sin^2\theta}{N_1\cos^3\theta} \\ r_{b1}\theta_1\sin\theta - u\cos\theta - r_{b1}\cos\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

由曲面的第2基本齐式可知, 第2类基本量 C 、 D 、 E 可分别表示为

$$C = \mathbf{r}_{uu} \mathbf{n}_2^D, \quad D = \mathbf{r}_{u\theta_1} \mathbf{n}_2^D, \quad E = \mathbf{r}_{\theta_1\theta_1} \mathbf{n}_2^D \quad (9)$$

可以得出 γ 、 β 表达式分别为

$$\gamma = \arccos((\mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_{\theta_1}) / (|\mathbf{r}_u| |\mathbf{r}_{\theta_1}|)) \quad (10)$$

$$\beta = 0.5 \arctan \frac{J \sin 2\gamma - 2I \sin \gamma}{H - 2I \cos \gamma + J \cos 2\gamma} \quad (11)$$

$$\text{式中: } H = \frac{C}{r_u^2 \sin^2 \gamma}; \quad I = \frac{D}{|\mathbf{r}_u| |\mathbf{r}_{\theta_1}| \sin^2 \gamma}; \quad J = \frac{E}{r_{\theta_1}^2 \sin^2 \gamma}$$

面齿轮的可展直纹面主曲率 k_{21}^D 为

$$k_{21}^D = H \sin^2 \beta + 2I \sin(\gamma - \beta) \sin \beta + J \sin^2(\gamma - \beta) \quad (12)$$

则另一个解 $\beta_1 = 90^\circ + \beta$, 第2主曲率 k_{22}^D 为

$$k_{22}^D = H \sin^2 \beta_1 + 2I \sin(\gamma - \beta_1) \sin \beta_1 + J \sin^2(\gamma - \beta_1) \quad (13)$$

2.2 赫兹接触应力

如图3所示, 两齿面 Σ_1 与 Σ_2 在 p 点切触, 在法向载荷 F_n 的作用下, 使得两齿面在接触点处产生接触变形, 两齿面在接触点 p 处产生的变形量分别为 δ_1 、 δ_2 , 则产生的总变形量 δ 为两者之和。在两齿面上选取任意参考点 S_1 、 S_2 之间的距离为 h , 其相对于 O 点产生 u_1 、 u_2 的位移量。两齿面接触区域为点接触, 发生接触形变时产生的接触印痕是一长半轴为 a 的椭圆区域, 接触椭圆的离心率 e 满足

$$\frac{B}{A} = 1 - \frac{2(1-e^2)}{e^2} \frac{k(e) - E(e)}{E(e)} \quad (14)$$

$$A = 0.5(k_{11} + k_{12} + k_{21} + k_{22}) \quad (15)$$

$$B = 0.5 \sqrt{(g_1^2 + g_2^2 + 2g_1g_2\cos 2\sigma)} \quad (16)$$

式中: $k(e)$ 为第1类椭圆积分; $E(e)$ 为第2类椭圆积分; $g_1 = k_{11} - k_{12}$; $g_2 = k_{21} - k_{22}$; σ 为圆柱齿轮齿面与面齿轮齿面主方向 e_{11} 与 e_{21} 的夹角。在载荷作用下, 产生的接触椭圆长半轴 a 、短半轴 b 可表示为

$$a = \left[\frac{3KP}{2A} \left(\frac{E(e)}{\pi(1-e^2)} \frac{1-\mu_1^2}{E_1} \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right) \right]^{1/3} \quad (17)$$

$$b = (1-e^2)^{0.5} a \quad (18)$$

式中: μ_1 、 μ_2 、 E_1 、 E_2 分别为面齿轮与圆柱齿轮材料的泊松比和弹性模量。在接触椭圆中心处产生的最大齿面接触应力为^[15]

$$\sigma_c = 3KP / (2\pi ab) \quad (19)$$

式中: K 为载荷系数; P 为接触椭圆中心法向载荷。

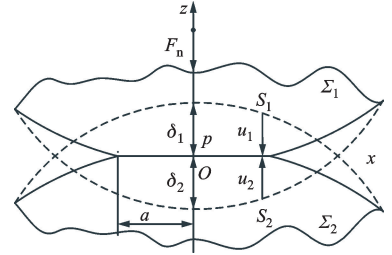


图3 曲面接触变形

Fig. 3 Surface contact deformation

3 面齿轮副承载接触分析

3.1 齿面偏差分析

图4为传动比为 i_1 时可展直纹面未修形齿面 Σ_2^D 相对于其传统齿面 Σ_2 的法向偏差。由图4可知, 最大法向偏差为 $68.1 \mu\text{m}$, 位于传统齿面根切区; 法向偏差最小为 $-5.5 \mu\text{m}$, 位于轮齿外端齿顶处。其中法向偏差为正值表示 Σ_2^D 上的点位于传统齿面 Σ_2 外部, 负值表示 Σ_2^D 上的点位于 Σ_2 内部。沿脊线 L_{21} 齿面 Σ_2^D 相对于其传统齿面 Σ_2 的法向偏差最小, 其极值分别为 $-0.6 \mu\text{m}$ 与 $0 \mu\text{m}$ 。

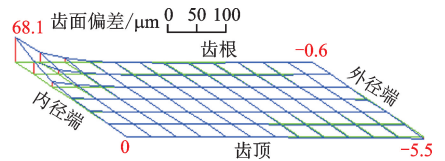


图4 传动比为 i_1 时可展直纹面相对传统齿面的偏差

Fig. 4 Deviation between developable ruled surface and traditional surface when gear ratio is i_1

图 5 为传动比为 i_2 时可展直纹面未修形齿面相对传统齿面的偏差。由图 5 可知,其最大齿面偏差位于轮齿内端齿根处,为 $195.6\text{ }\mu\text{m}$,最小齿面偏差位于外端齿顶处,为 $-11.4\text{ }\mu\text{m}$,沿其脊线 L_{21} 的偏差值最小,其极值分别为 $-0.9\text{ }\mu\text{m}$ 与 $0\text{ }\mu\text{m}$ 。

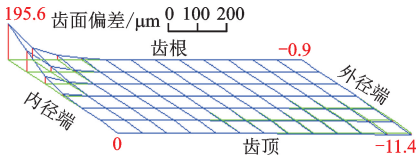


图 5 传动比为 i_2 时可展直纹面相对传统齿面的偏差

Fig. 5 Deviation between developable ruled surface and traditional surface when gear ratio is i_2

为研究传动比对可展直纹面与传统齿面法向偏差的影响,圆柱齿轮齿数 $N_1=30$,传动比 $i=1\sim 12$,依次取 12 组算例对其偏差进行计算。随着面齿轮副传动比 i 的变化,齿面 Σ_2^D 与齿面 Σ_2 在内端齿根处偏差的最大值 δ_1 与外端齿顶处偏差的最大值 δ_2 的变化如图 6 所示。由图 6 可知,随着传动比逐渐增大,两齿面外端齿顶处偏差最大值 δ_2 逐渐接近于 $0\text{ }\mu\text{m}$ 。内端齿根处法向偏差 δ_1 相对偏大但总体亦趋近于 0,其与内径 L_1 的取值有关,增大 L_1 的取值,可有效降低根切处的齿面偏差。当传动比趋于无穷大时,面齿轮将演变为齿条,当根切区被限制后,齿面偏差随传动比的增大而减少,且齿面偏差 δ 与模数 m 之比为一微量,如图 7 所示,该比值在特定传动比条件下与模数无关,为一极小的定值,如 $i=5$ 时,轮齿内端齿根处最大齿面偏差只有 $0.019m$,外端齿顶处最大齿面偏差仅为 $0.001m$ 。

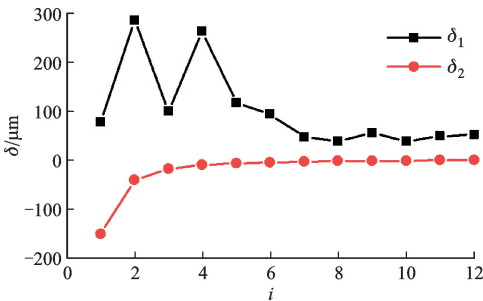


图 6 传动比为 i 时与齿面偏差的关系

Fig. 6 Transmission ratio i vs. tooth surface deviation

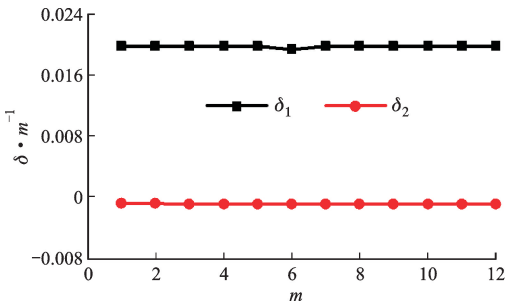


图 7 齿面偏差与模数比

Fig. 7 Tooth surface deviation to modulus ratio

3.2 可展直纹面的齿面接触分析

为了研究可展直纹面面齿轮的轮齿接触,以及齿向修形与齿廓修形对轮齿齿面接触的影响,本节分别对两种传动比面齿轮副各设置了 3 组数值算例进行齿面接触分析。面齿轮副齿面接触分析算法和所用坐标系见文献[17]。

表 2 所示为各组算例修形参数。算例 1、算例 2、算例 3 分别表示传动比为 i_1 时对可展直纹面进行齿数差修形、齿向抛物线修形、双抛物线修形。算例 4、算例 5、算例 6 为传动比为 i_2 时的 3 组算例。

表 2 面齿轮副齿面修形参数

Table 2 Surface gear pair tooth surface modification parameters			
参数	数值		
	算例 1/算例 4	算例 2/算例 5	算例 3/算例 6
N_s	30	30	30
N_1	28	30	30
N_2	160/90	160/90	160/90
a_p			0.000 08
u_{ap}/mm			-1/-5
a_1		0.000 05	0.000 05
L_{b0}/mm		520/145	520/145

图 8 为传动比为 i_1 时 3 组算例齿面接触印痕与几何传动误差。由图 8(a)、图 8(b)可知,通过齿数差修形获得的齿面接触印痕与传统齿形相似,传统齿形轮齿更迭处几何传动误差为 0,算例 1 中不为 0 但其幅值较小;由图 8(c)、图 8(d)可知,对可展直纹面面齿轮进行齿向修形可将齿面接触印痕控制在局部,并且获得连续的几何传动误差。由图 8(e)、图 8(f)可知,通过齿向与齿廓双抛物线修形可改变

齿面接触印痕的位置,获得连续的、更加对称的几何传动误差。

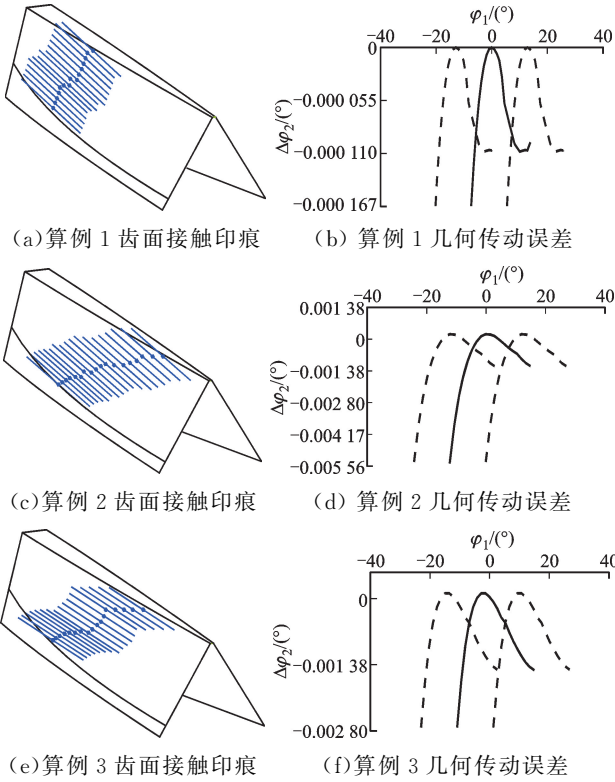
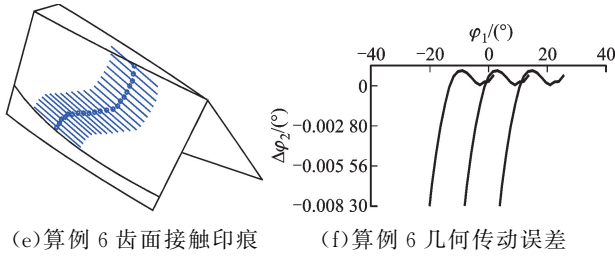
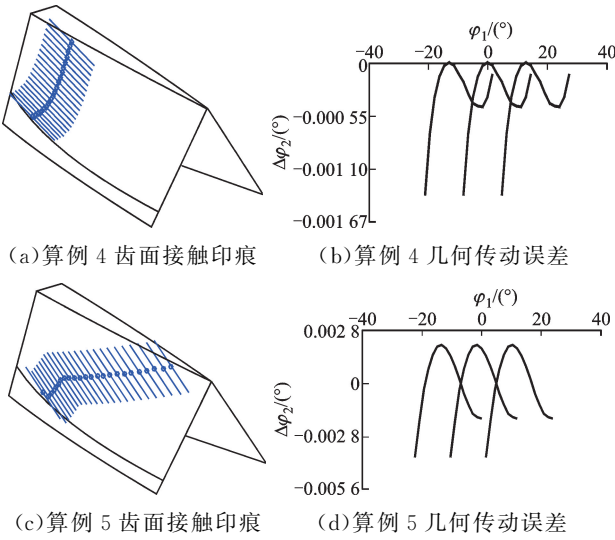


图 8 传动比为 i_1 时齿面接触印痕与几何传动误差
Fig. 8 Tooth contact and geometric transmission error when gear ratio is i_1

传动比为 i_2 时 3 组算例对应的齿面接触印痕与几何传动误差如图 9 所示。由 3 组算例的齿面接触印痕可知,其与传动比为 i_1 时规律相似,但几何传动误差规律略有不同,传动比为 i_2 时几何传动误差幅值较大,且均呈现高阶函数形式,对其进行齿向抛物线修形可获得连续的、对称的几何传动误差。



(e)算例 6 齿面接触印痕 (f)算例 6 几何传动误差
图 9 传动比为 i_2 时齿面接触印痕与几何传动误差
Fig. 9 Tooth contact and geometric transmission error when gear ratio is i_2

综上所述,由于齿面偏差随传动比的增加而减小,因此传动比为 i_2 时的几何传动误差幅值较大是由齿面偏差引起的。传动比较小时,可展直纹面与标准渐开线齿面的啮合已演变为点接触,故几何传动误差较大,需要更有效的齿面修形,如主动设计控制其啮合性能。

3.3 有限元建模及后处理

对面齿轮与圆柱齿轮齿面离散数值点进行坐标变换,将两侧齿面之间的数据点进行填充,构建出面齿轮轮齿的实体结构。利用齿面接触分析,确定观测齿在啮入啮出过程中的转角,采用程序实现面齿轮副的自动装配及建模。

获得面齿轮副装配模型,放开圆柱齿轮绕轴线的旋转自由度,限制其他方向及面齿轮的所有自由度,对圆柱齿轮施加 $1600\text{ N}\cdot\text{m}$ 的扭矩(传动比为 i_2 时施加 $300\text{ N}\cdot\text{m}$)。设置材料属性为:密度 7800 kg/m^3 ,弹性模量 206.8 GPa ,泊松比 0.29 。采用主从面及内外算法对面齿轮副定义面-面无摩擦接触进行静力学分析。本文面齿轮与圆柱齿轮工作齿面网格密度(分别沿齿高、齿宽、齿厚等分)为 $51\text{ 等份}\times 81\text{ 等份}\times 7\text{ 等份}$ (齿高 $\times$ 齿宽 $\times$ 齿厚)。图 10 所示为面齿轮副有限元全齿模型。

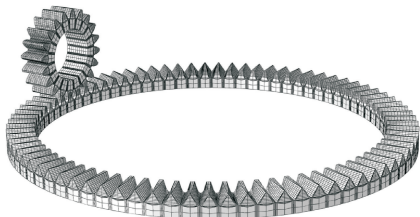


图 10 面齿轮副有限元全齿模型
Fig. 10 Finite element model of face gear pair

按上述过程建立可展直纹面面齿轮副有限元五齿模型,进行有限元计算。计算完成后,通过 Windows 编写的批处理程序,对 inp 文件进行批处理^[22-23],获得有限元数据文件(odt 文件);将数据文

件导入有限元软件,在有限元软件中运行编写的后处理程序,提取轮齿承载相关特性参数。

4 算例分析

通过有限元计算获得两种传动比面齿轮可展直纹面及其修形齿面的承载接触特性,从图 4 和图 5 可知,当面齿轮可展直纹面与标准渐开线圆柱齿轮齿面啮合时,仅有齿数差修形时存在偏载,而修形齿面的接触印痕分布较合理,因此主要阐述修形可展直纹面的承载特性,并与传统齿面的承载特性进行对比。

4.1 可展直纹面与传统齿面的主曲率

选取面齿轮齿根、节锥面、齿顶附近的主曲率值,以齿宽方向等分线为横坐标,在同一坐标系中绘制传统齿面与未修形可展直纹面的主曲率,如图 11(a)、图 11(b)所示,两者曲率变化规律相似,在靠近内端齿根处两者曲率差值数量级为 10^{-4} ,外端齿根处两者曲率差值数量级为 10^{-5} ,说明传动比为 i_1 时传统齿面与可展直纹面具有相似的曲率特性。

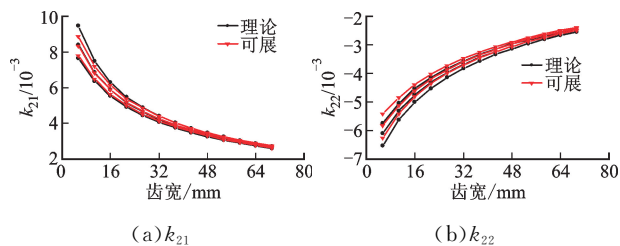


图 11 传动比为 i_1 时的主曲率

Fig. 11 The main curvature when the gear ratio is i_1

图 12 所示为传动比为 i_2 时可展直纹面与传统齿面的曲率特性,由图 12 可知,两者曲率差值最大值也位于轮齿内端齿根处,数量级为 10^{-2} ,最小差值位于外端齿顶处,数量级为 10^{-5} 。由此可知,传动比较小时,可展直纹面与其传统齿面在外端齿顶处曲率值相似,但在轮齿内端齿根处曲率值相差较大,说明此时可展直纹面与传统齿面差异较明显。

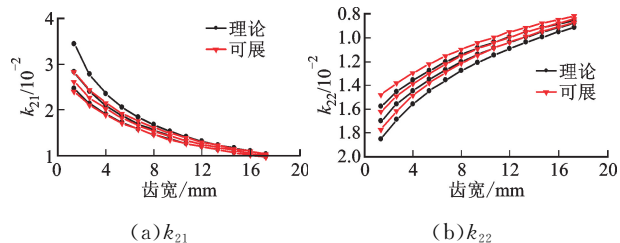


图 12 传动比为 i_2 时的主曲率

Fig. 12 The main curvature when the gear ratio is i_2

4.2 可展直纹面的齿面接触应力

图 13 为传动比为 i_1 时的传统齿面、可展直纹

面齿向修形与双向修形啮入啮出过程中齿面接触应力变化曲线。由图 13 可知,传统齿面、齿向修形和双向修形,在轮齿进入啮合时均发生边缘接触现象,此时的齿面接触应力最大值分别为 1 620.3、1 131.65、828.7 MPa,当轮齿在正常啮合区时三者齿面接触应力最大值分别为 793.37、613.668、642.761 MPa,在退出啮合时由于圆柱齿轮发生边缘接触导致面齿轮齿面接触应力也较正常啮合区大,与进入啮合时边缘接触规律相似,由此得出,可展直纹面面齿轮副齿面接触应力与传统齿形具有相似的变化规律且优于传统齿形,对可展直纹面面齿轮齿面进行双向抛物线修形可有效降低齿面接触应力。

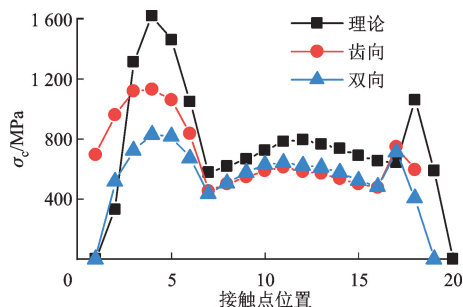


图 13 传动比为 i_1 时的齿面接触应力

Fig. 13 Tooth surface contact stress when gear ratio is i_1

图 14 为传动比为 i_2 时传统齿面与可展直纹面齿向修形、双向修形啮入啮出过程中的齿面接触应力曲线。由图 14 可知,正常啮合区三者齿面接触应力大小相似,但当轮齿在面齿轮齿根处啮合时可展直纹面面齿轮副产生的齿面接触应力远大于正常啮合区及传统齿形齿面接触应力。

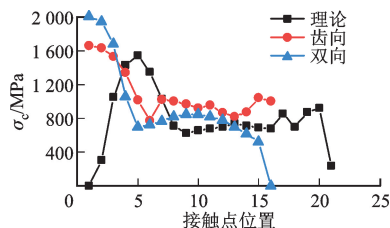


图 14 传动比为 i_2 时的齿面接触应力

Fig. 14 Tooth surface contact stress when gear ratio is i_2

表 3 为双向抛物线修形可展直纹面面齿轮副与传统面齿轮副第 10~14 个啮合位置处的赫兹应力与有限元接触应力对比,由表 3 可知,相同工况下双向修形的可展直纹面面齿轮产生的齿面接触应力略小于传统齿形产生的齿面接触应力,且通过有限元

法获得的可展直纹面及传统面齿轮副的齿面接触应力与解析结果误差率在 10% 以内,满足计算精度要求。

表 3 齿面接触应力结果对比

Table 3 Comparison of tooth surface contact stress results

接触位置	赫兹应力/MPa		有限元应力/MPa	
	传统 σ_c	可展 σ_{cl}	传统 σ_c	可展 σ_{cl}
10	721.1	688.1	749.3	628.4
11	784.9	669.1	774.5	642.8
12	793.4	651.0	802.7	626.5
13	762.4	628.4	834.5	614.6
14	735.0	611.0	870.5	574.7

4.3 可展直纹面齿根弯曲应力

图 15(a)、图 15(b)表示传动比为 i_1 时面齿轮副齿根弯曲应力曲线。由图 15 可知,在整个啮合过程中,传统、可展直纹面齿向修形和双向修形面齿轮副中圆柱齿轮齿根弯曲应力最大值明显大于面齿轮齿根弯曲应力最大值,且三者圆柱齿轮齿根弯曲应力曲线变化规律相似。对于面齿轮齿根弯曲应力,可展直纹面与传统齿形最大值相近,只是最大值产生的位置不同,3 组算例中双向修形可展直纹面面齿轮齿根弯曲应力最大值最小,由此表明可展直纹面面齿轮副承载过程中齿根弯曲强度与传统齿形相似,可通过对可展直纹面进行修形设计降低齿根弯曲应力。

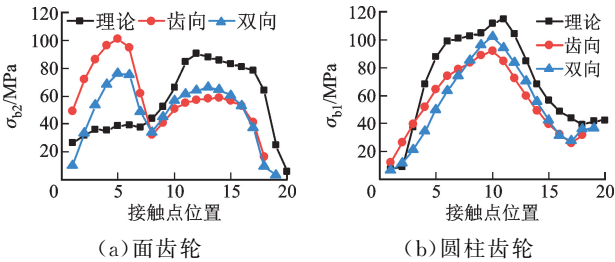


图 15 传动比为 i_1 时齿根弯曲应力

Fig. 15 Tooth surface bending stress when gear ratio is i_1

图 16(a)、图 16(b)为传动比为 i_2 时面齿轮与圆柱齿轮齿根弯曲应力曲线。由图 16 可知,只进行齿向修形的可展直纹面整个啮合过程中齿根弯曲应力均较大。对可展直纹面进行双向修形后其齿根弯曲应力明显降低,与传统齿形相比,当轮齿在靠近面齿轮内端齿根处啮合时其齿根弯曲应力相差较大。由前文图 4 可知,传动比越小,可展直纹面与其理论齿面偏差明显增大,在靠近轮齿内端齿根处两齿面偏

差较大,使得轮齿提前承载。

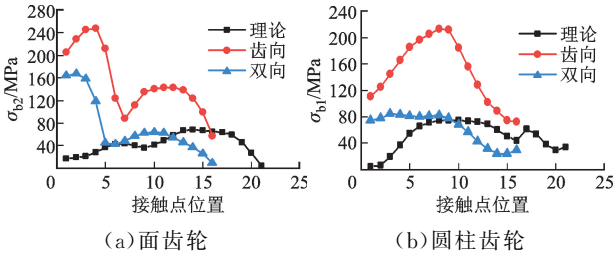


图 16 传动比为 i_2 时齿根弯曲应力

Fig. 16 Tooth surface bending stress when gear ratio is i_2

4.4 可展直纹面的承载印痕与传动误差

根据面齿轮副各节点处齿面接触应力的大小及坐标,利用编程软件绘制出如图 17 所示的齿面接触应力云图,可用于显示面齿轮副齿面接触印痕。由图 17 可知,传动比为 i_1 时 3 组算例产生的接触椭圆长轴与接触区域大小相似,但其接触区域位置不同。由于几何路径中的接触点是通过接触方程求得的,加载有限元分析可确定部分位置是否承载,因此齿顶与齿根位置几何印痕与承载印痕存在些许差异。图 17(b)为传统齿形、可展直纹面齿向修形、双向修形的承载传动误差波形图,由图 17(b)可知,三者承载传动误差均呈现规则的周期性变化规律,其均值分别为 $2.9 \times 10^{-3} (^{\circ})$ 、 $1.9 \times 10^{-3} (^{\circ})$ 和 $2.0 \times 10^{-3} (^{\circ})$,承载传动误差均值可反映轮齿承载时综合变形量,传统齿形综合变形量大于可展直纹面。

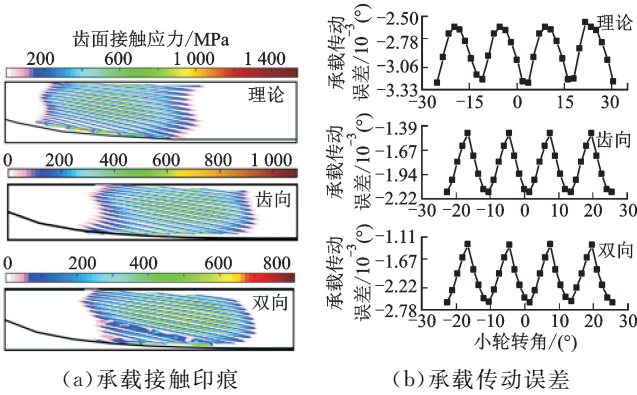


图 17 传动比为 i_1 时承载接触印痕与承载传动误差

Fig. 17 Bearing contact and bearing transmission error at i_1

图 18(a)、图 18(b)分别表示传动比为 i_2 时传统齿面、可展直纹面齿向修形、双向修形的承载接触印痕与承载传动误差。由图 18 可知,可展直纹面在齿根处产生的边缘接触现象较严重,边缘接触点较多将引起应力集中,会减少轮齿使用寿命。只进行齿向修形时,由于齿根未修形,因此齿根处边缘接触

应力明显大于双向修形。从承载传动误差均值考虑,可展直纹面双向修形与传统齿形相似,说明其承载时轮齿综合变形量相当。从承载传动误差幅值考虑,传统面齿轮副的承载传动误差幅值明显小于可展直纹面。

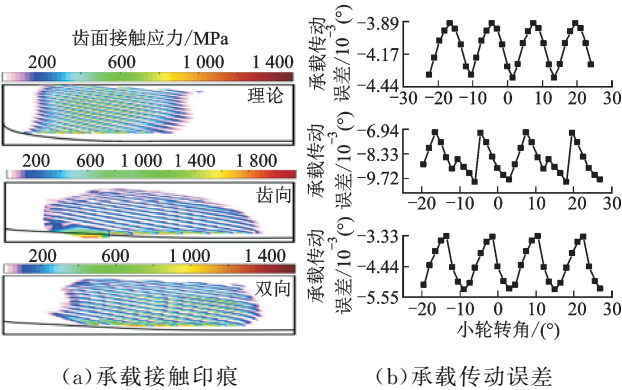


图 18 传动比为 i_2 时承载接触印痕与承载传动误差
Fig. 18 Bearing contact and bearing transmission error at i_2

5 有限元计算与实验结果的比较

由于条件限制未进行相关实验,采用本文有限元法对传统面齿轮副进行有限元计算,将获得的结果与文献实验结果进行对比。文献[24]中采用疲劳测试法,对正交直齿面齿轮分别施加 3 组负载进行寿命测试,根据文献[24]表 1 面齿轮副基本参数建立了传统面齿轮副有限元模型,进行齿面接触分析,获得的齿面接触印痕如图 19(a)所示,对上述面齿轮副施加 500 N·m 扭矩进行承载接触分析,获得的承载印痕如图 19(b)所示。文献[24]中滚检印痕与承载印痕如图 19(c)、(d)所示,由图 19 可知本文的几何接触印痕与实验滚检印痕一致,本文有限元获得的承载印痕与文献[24]承载印痕吻合度也较高。

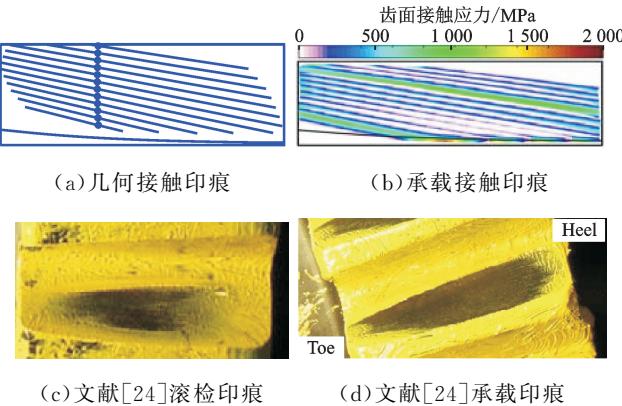


图 19 齿面接触印痕对比
Fig. 19 Comparison of tooth surface contacts

对传统面齿轮副施加 800 N·m 扭矩进行有限元承载接触分析,将获得的齿面接触应力最大值与文献[24]中负载为 7 200 lb-in(约为 813 N·m)时实验获得的齿面接触应力最大值进行对比。文献[25]通过实验对直齿面齿轮与圆柱齿轮齿根弯曲应力进行测试,本文以面齿轮 G_2 点、圆柱齿轮 P_1 点 Tooth1 的齿根弯曲应力为参照对象进行有限元分析。文献[24-25]中齿面接触应力与齿根弯曲应力最大值如表 4 所示,由表 4 可知有限元结果与实验结果接近,证明了本文有限元方法的可靠性。

表 4 应力结果对比
Table 4 Comparison of stress results

应力类型	数值/MPa		相对误差/%
	文献结果	有限元结果	
齿面接触应力	1 896.1 ^[24]	1 855.87	2.17
面齿轮弯曲应力	204 ^[25]	178.85	12.33
圆柱齿轮弯曲应力	190 ^[25]	200.69	3.97

6 结 论

本文建立了面齿轮的可展直纹面,通过计算可展直纹面齿轮副的几何啮合性能,分析其承载接触性能,并与传统面齿轮的几何性能、承载性能进行对比,证明可展直纹面齿轮理论的可行性,主要结论如下。

(1) 在前述研究的基础上,建立了正交直齿面齿轮可展直纹面齿面方程,其相对传统齿面的偏差随传动比的增加而减小,当传动比较大时,不考虑根切时的齿面偏差几乎可以忽略不计,并传统齿面具有相同的主曲率。

(2) 建立了可展直纹面的双向抛物线修形齿面,对其施以适当齿面修形,即使在小传动比条件下,亦可获得较理想的空载接触性能。

(3) 对修形可展直纹面的承载性能进行了有限元分析,并与面齿轮传统齿面的承载性能作了对比,表明传动比较大时修形可展直纹面的承载性能甚至优于传统齿面的承载性能。

(4) 将面齿轮传统齿面的接触印痕、接触应力、弯曲应力与已有文献中的结果进行了比对,吻合度较高,表明了上述计算方法及结论的可靠性。

参考文献:

[1] 唐进元,刘艳平. 直齿面齿轮加载啮合有限元仿真分析[J]. 机械工程学报, 2012, 48(5): 124-131.

- TANG Jinyuan, LIU Yanping. Loaded meshing simulation of face-gear drive with spur involute pinion based on finite element analysis [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(5): 124-131.
- [2] WANG Yanzhong, SU Guoying, CHU Xiaomeng, et al. A finishing method for the continuous generation of spur face gears with shaving cutters [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2020, 190: 106020.
- [3] 付学中, 方宗德, 崔艳梅, 等. 面齿轮传动全齿面闪温分布与抗胶合修形优化 [J]. *西安交通大学学报*, 2018, 52(11): 120-126.
- FU Xuezhong, FANG Zongde, CUI Yanmei, et al. Full tooth surface flash temperature distributions and anti-scuffing optimization of tooth modification for face gear drives [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2018, 52(11): 120-126.
- [4] PENG Xianlong. A new geometry definition and generation method for a face gear meshed with a spur pinion [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers; Part B Journal of Engineering Manufacture*, 2022, 236(8): 1037-1051.
- [5] 陈兵奎, 梁栋, 彭帅, 等. 共轭曲线齿轮啮合管齿面的几何及接触特性分析 [J]. *西安交通大学学报*, 2015, 49(3): 85-94, 120.
- CHEN Bingkui, LIANG Dong, PENG Shuai, et al. Analysis on geometric and contact characteristics of tubular meshing tooth surfaces for conjugate-curve gears [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2015, 49(3): 85-94, 120.
- [6] 倪高翔, 朱才朝, 宋朝省, 等. 平行轴渐开线变厚齿轮传动的几何设计与啮合特性分析 [J]. *西安交通大学学报*, 2016, 50(5): 57-64.
- NI Gaoxiang, ZHU Caichao, SONG Chaosheng, et al. Geometric design and meshing characteristics analysis of beveloid gear transmission with parallel axes [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2016, 50(5): 57-64.
- [7] LITVIN F L, FUENTES A, ZANZI C, et al. Face-gear drive with spur involute pinion: geometry, generation by a worm, stress analysis [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2002, 191(25/26): 2785-2813.
- [8] LITVIN F L, GONZALEZ-PEREZ I, FUENTES A, et al. Design, generation and stress analysis of face-gear drive with helical pinion [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, 194(36/37/38): 3870-3901.
- [9] 董惠敏, 安海鹏, 张楚. 基于栅格法的人字齿有限元接触精确建模方法 [J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2022, 50(3): 87-93.
- DONG Huimin, AN Haipeng, ZHANG Chu. Accurate finite element contact modeling method of herringbone gear based on grid-based method [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology(Natural Science Edition)*, 2022, 50(3): 87-93.
- [10] YU Yongquan, LIN Chao, HU Yanan. Tooth bending stress analysis of high speed curve face gear of composite transmission [J]. *Mechanics & Industry*, 2021, 22: 20.
- [11] 侯祥颖, 方宗德. 弧齿锥齿轮的向量式有限元静态啮合分析 [J]. *西安交通大学学报*, 2017, 51(9): 85-91.
- HOU Xiangying, FANG Zongde. Static meshing analysis of spiral bevel gears based on vector form intrinsic finite element method [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2017, 51(9): 85-91.
- [12] 侯祥颖, 方宗德, 邓效忠, 等. 弧齿锥齿轮有限元建模与接触分析 [J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2015, 36(6): 826-830.
- HOU Xiangying, FANG Zongde, DENG Xiaozhong, et al. Contact analysis of spiral bevel gears based on finite element model [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2015, 36(6): 826-830.
- [13] 侯祥颖, 方宗德, 蔡香伟, 等. 基于 ABAQUS 齿轮接触分析的前后处理 [J]. *机械科学与技术*, 2015, 34(7): 993-996.
- HOU Xiangying, FANG Zongde, CAI Xiangwei, et al. Pretreatment and post treatment of tooth contact analysis based on ABAQUS [J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2015, 34(7): 993-996.
- [14] 魏冰阳, 王振, 杨建军, 等. Ease-off 拓扑修形齿面拟赫兹接触与摩擦特性分析 [J]. *机械工程学报*, 2021, 57(1): 61-67.
- WEI Bingyang, WANG Zhen, YANG Jianjun, et al. Analysis on quasi Hertzian contact and friction characteristics of tooth surface modified by Ease-off topology [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(1): 61-67.
- [15] 魏冰阳, 李家琦, 王文胜. 基于差齿面拓扑的轮齿承载拟赫兹接触分析 [J]. *中国机械工程*, 2021, 32(18): 2174-2180.
- WEI Bingyang, LI Jiaqi, WANG Wensheng. Quasi-Hertz loaded tooth contact analysis of gears based on ease-off surface topology [J]. *China Mechanical Engineering*, 2021, 32(18): 2174-2180.
- [16] ZHANG Xuegang, LIANG Zheng. Mathematical model

- and contact characteristics of curvilinear cylindrical gears with line contact [J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2021, 43(4): 183.
- [17] MEHTA G, SOMANI M, NARENDIRANATH BABU T, et al. Contact stress analysis on composite spur gear using finite element method [J]. *Materials Today: Proceedings*, 2018, 5(5, Part 2): 13585-13592.
- [18] 周如传, 赵宁, 李旺, 等. 锥形面齿轮副的几何展成及轮齿接触分析 [J]. *机械工程学报*, 2020, 56(7): 86-95.
- ZHOU Ruchuan, ZHAO Ning, LI Wang, et al. Generation, TCA and stress analysis of the face gear drive with a tapered involute pinion [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(7): 86-95.
- [19] 韩振华, 石万凯, 肖洋轶, 等. 新型复合摆线外啮合圆柱齿轮副的传动特性分析 [J]. *西安交通大学学报*, 2016, 50(9): 10-19, 131.
- HAN Zhenhua, SHI Wankai, XIAO Yangyi, et al. Analysis on transmission characteristics of novel composite cycloid cylindrical gears for external driving [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2016, 50(9): 10-19, 131.
- [20] 张荣华, 曹莉, 周建星, 等. 行星齿轮传动的齿面动态磨损特性 [J]. *西安交通大学学报*, 2021, 55(8): 42-49.
- ZHANG Ronghua, CAO Li, ZHOU Jianxing, et al. Dynamic tooth surface wear characteristics of planetary gear transmission [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2021, 55(8): 42-49.
- [21] LITVIN F L, FUENTES A. Gear geometry and applied theory [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004: 83-516.
- [22] 彭先龙, 徐琪超, 侯祥颖, 等. 安装误差对面齿轮承载传动性能的影响 [J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2020, 41(12): 1861-1867.
- PENG Xianlong, XU Qichao, HOU Xiangying, et al. Finite element analysis of gear bearing transmission performance influenced by misalignment [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2020, 41(12): 1861-1867.
- [23] 彭先龙, 徐琪超, 乔心州. 直刃刀具加工的面齿轮承载接触特性 [J]. *西安科技大学学报*, 2021, 41(3): 531-539.
- PENG Xianlong, XU Qichao, QIAO Xinzhou. Loaded tooth contact performance of a face gear manufactured by plane-cutter [J]. *Journal of Xi'an University of Science and Technology*, 2021, 41(3): 531-539.
- [24] GUINGAND M, DE VAUJANY J P, JACQUIN C Y. Quasi-static analysis of a face gear under torque [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, 194(39/40/41): 4301-4318.
- [25] LEWICKI D G, HEATH G F, FILLER R R, et al. RDS-21 face-gear surface durability tests, NASA/TM-2007-214970 [R]. Washington D. C., USA: NASA, 2007.

(编辑 武红江 杜秀杰)

(上接第 85 页)

- [24] 刘华. 蒸汽横掠降膜流动水平管束的两相流动过程研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2015.
- [25] XU G P, TSO C P, TOU K W. Hydrodynamics of two-phase flow in vertical up and down-flow across a horizontal tube bundle [J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 1998, 24(8): 1317-1342.
- [26] 张鸣远. 流体力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2010.
- [27] 丁兆波, 刘倩, 王天泰, 等. 220 t 级补燃循环氢氧发动机推力室研制 [J]. *火箭推进*, 2021, 47(4): 13-21.
- DING Zhaobo, LIU Qian, WANG Tiantai, et al. Development for thrust chamber of 220 t staged combustion cycle LOX/LH2 engine [J]. *Journal of Rocket Propulsion*, 2021, 47(4): 13-21.

(编辑 武红江 杜秀杰)