

M估计补充策略下的三轴磁传感器误差补偿

潘惠坤, 李胜, 钱晨, 季蔡娟, 徐振

(南京理工大学自动化学院, 210094, 南京)

摘要: 针对三轴磁传感器采样过程中出现的异常值对磁传感器误差补偿产生影响的问题,提出了一种M估计补充策略下的三轴磁传感器鲁棒补偿算法。在最小二乘法的基础上引入M估计算法,从而降低异常点对拟合结果的影响。利用最小二乘法对原始数据进行拟合得到初始椭球系数;根据拟合出的椭球面和原始数据计算各点的残差,构建Huber目标函数,根据残差大小计算各点的权重,从而对椭球参数进行更新;多次迭代,直到前后两次迭代得到的椭球系数之差小于设定的阈值,得到误差补偿参数;利用补偿参数求取真实磁场数据。通过仿真模拟实验和场外地磁采集实验对所提算法进行了验证;仿真结果表明,针对包含偏移大的异常值磁场数据序列,与最小二乘法和递推最小二乘法相比,经过多次迭代的M估计补偿法的数据均方差降低了97.5%以上;地磁场数据采集实验结果表明,用M估计补偿获得的数据有效降低了异常值带来的影响,提高了系统鲁棒性,数据均方差比最小二乘法的低47.74%,比递推最小二乘法的低78.12%。

关键词: 三轴磁传感器;M估计;椭球拟合;最小二乘法;误差补偿

中图分类号: TP212 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202111007 **文章编号:** 0253-987X(2021)11-0059-07



OSID 码

Error Compensation of Triaxial Magnetic Sensor by M-Estimation

PAN Huikun, LI Sheng, QIAN Chen, JI Caijuan, XU Zhen

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: In the process of sampling using the three-axis magnetic sensor, the abnormal value usually affects the error compensation of the magnetic sensor. A robust compensation method of three-axis magnetic sensor following M-estimation supplementary strategy is proposed. M-estimation algorithm is introduced based on least square method to reduce the influence of outliers on fitting and increase the robustness of magnetic sensor calibration. The least square method is used to fit the original data to get the initial ellipsoid coefficient, and the residual error of each point is calculated according to the fitted ellipsoid and the original data, then the Huber objective function is constructed to evaluate the weight of each point according to the residual value, so as to update the ellipsoid parameters. Iterative operation is repeatedly carried out until the difference between the ellipsoid coefficients obtained by two iterations gets less than the set threshold, and the parameters of error compensation are obtained. The compensation parameters are then used to obtain the real magnetic field data. The proposed algorithm is verified by simulations and geomagnetic data acquisition experiments. The simulations show that the mean square error of the M-estimation compensation method is reduced by more than 97.5% compared

收稿日期: 2021-04-01。 作者简介: 潘惠坤(1997—),女,硕士生;李胜(通信作者),男,副教授。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61673214);江苏省高校自然科学研究项目(18KJB120011)。

网络出版时间: 2021-06-21

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20210618.1023.002.html>

with the least square method and the recursive least square method. The geomagnetic data acquisition experiments show that the data compensated with M-estimation method can effectively reduce the impact of outliers and improve the system robustness, and the mean square error of the data is 47.74% lower than the least square method and 78.12% lower than the recursive least square method.

Keywords: triaxial magnetic sensor; M-estimation; ellipsoid fitting; least square method; error compensation

地球磁场是地球系统的基本物理场之一,因其无源、稳定且与地理位置有关的优点,利用其进行导航的地磁匹配导航技术受到了学者们的关注^[1-4]。与其他辅助导航技术相比,地磁匹配导航技术具有无源自主、误差不随时间累积、全天候、隐蔽性强、连续导航、适用范围广的优点^[5]。获取高精度的地磁数据是地磁匹配导航的关键之一,决定着导航的精度。

三轴磁传感器进行地磁场强度测量时,磁场数据不可避免的会包含误差和异常值。误差可以分为磁测系统误差和外界磁干扰两类。磁测系统误差包括三轴磁传感器自身的误差(三轴磁传感器在制造过程中的零偏误差、非正交误差、刻度因子误差等)以及磁测系统的安装误差^[6],外界磁干扰包括传感器周围的载体磁场及磁日变磁场等干扰信息。这些误差使得磁传感器测得的数据无法直接用来进行地磁匹配,需要对测量值进行校准。因此,需要研究高精度的磁传感器误差补偿算法。

常用的磁传感器误差校准方法分为辅助矢量校正方法和独立标量校正方法两类。辅助矢量校正方法通过与已知的磁矢量场比较从而对磁传感器数据进行辅助校正参考^[7-8]。然而,在实际应用中,难以获取高精度的已知磁场矢量。独立标量校正法则可以避免该缺点,通过三轴磁传感器在恒定磁场内旋转,以合成总场是固定值作为约束条件对其进行校正。独立标量校正方法因其在实际环境中易操作的优点吸引了大量学者的研究,典型代表为基于椭球假设的磁补偿方法^[9-10]。文献[11]中提出了基于最小二乘法的误差标定方法并应用于磁航向误差补偿中,测试结果满足精度要求;文献[12]利用自适应最小二乘估计法解决了椭球体拟合问题,取得了良好的校正效果;文献[13]设计了一种基于自适应遗传算法的空间椭球磁强计校准方法,能够同时兼顾三轴磁传感器误差及其安装误差;文献[14]提出了基于递推最小二乘法的三轴磁传感器误差在线自校正方法。基于椭球假设的磁补偿方法是最常见的磁传

感器标定和补偿方法,并广泛应用于实际测量中。

这些算法均假设三轴磁传感器测量时不包含误差较大的采样点或异常值。然而,在实际测量中,该假设不成立,并会对最终精度造成较大影响。M估计法是一种有效提高系统鲁棒性的技术^[15]。通过构造权重代价函数,获得与采样点残差相对应的权重值,降低甚至消除异常点造成的影响,从而增强系统鲁棒性提高精度^[16]。

基于这一思路,本文提出了M估计补充策略下的三轴磁传感器误差补偿算法。在最小二乘法的椭球拟合算法的基础上,引入M估计的思想,根据其拟合的残差数据,构造Huber权重目标函数,确定各个采样点的权重,为偏离较大的采样点设置低权重,为偏离较小的点设置高权重,对数据进行灵活处理,从而增强系统鲁棒性,降低异常点对拟合的影响,最终提高地磁测量的精度。

1 地磁传感器误差分析与建模

1.1 地磁传感器误差分析

地磁传感器误差主要由载体磁场误差和自身误差组成。

载体磁场误差是由磁传感器周围的各种磁性材料造成的。载体磁场误差是地磁场测量中所特有的一种误差,可以分为硬磁误差、软磁误差以及随机磁场误差共3类主要误差。

三轴磁传感器在实际使用过程中,存在安装差异,即自身误差。传感器误差来源主要有3类:三轴灵敏度不一致造成的灵敏度误差、传感器三轴未完全正交造成的非正交误差以及传感器的零位偏移误差。自身误差属于机械误差,比较固定,出厂后不易改变。

1.2 地磁传感器误差模型建模

综合考虑载体磁场误差和自身误差,参考文献[17]建立误差模型

$$\mathbf{H}^m = \mathbf{C}_s \mathbf{C}_n (\mathbf{C}_s \mathbf{H}^e + \mathbf{b}_h) + \mathbf{b}_0 + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

$$\mathbf{C}_n = \begin{bmatrix} (\cos\phi)(\cos\varphi) & (\cos\phi)(\sin\varphi) & \sin\phi \\ 0 & \cos\psi & \sin\psi \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} 1+a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{xy} & 1+a_{yy} & a_{yz} \\ a_{xz} & a_{yz} & 1+a_{zz} \end{bmatrix}$$

式中: $\mathbf{H}^m = [H_x^m \ H_y^m \ H_z^m]^T$ 是磁传感器测量值; $\mathbf{H}^e = [H_x^e \ H_y^e \ H_z^e]^T$ 是真实地磁场强度; $\mathbf{C}_{si} = \text{diag}(k_1 \ k_2 \ k_3)$ 是灵敏度误差矩阵, $k_1 \sim k_3$ 是传感器灵敏度参数; $\mathbf{C}_n$ 是非正交误差矩阵, φ 和 ψ 为轴偏移误差角; $\mathbf{C}_s$ 是软磁误差矩阵; $\mathbf{b}_h \in \mathbf{R}^3$ 是硬磁误差矢量; $\mathbf{b}_0 \in \mathbf{R}^3$ 是偏置误差矢量; $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbf{R}^3$ 是高斯白噪声。

将式(1)简化可得

$$\mathbf{H}^m = \mathbf{C}\mathbf{H}^e + \mathbf{b} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{C} = \mathbf{C}_{si}\mathbf{C}_n\mathbf{C}_s$; $\mathbf{b} = \mathbf{C}_{si}\mathbf{C}_n\mathbf{b}_h + \mathbf{b}_0$ 。显然, $\mathbf{C}$ 是可逆矩阵, 因此可以得到地磁场误差校正模型

$$\mathbf{H}^e = \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{H}^m - \mathbf{b} - \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (3)$$

在求出校准矩阵 $\mathbf{C}^{-1}$ 和偏移量 $\mathbf{b}$ 的基础上, 当获得磁传感器量测数据后, 通过式(3)可以计算出当地的真实地磁强度, 式中 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 可以通过合理的硬件技术手段减小, 因此计算过程中可以忽略。

2 椭球拟合算法

在磁场强度恒定的区域内对磁传感器进行任意旋转, 测量出的磁场应该是一个定值, 即磁场矢量的轨迹应该是一个正球体, 可表达为

$$\|\mathbf{H}^e\|^2 = C_{\text{const}} \quad (4)$$

式中 C_{const} 代表磁场强度的定值。结合式(2)(4)得

$$\|\mathbf{H}^e\|^2 = \mathbf{H}^{eT}\mathbf{H}^e = (\mathbf{H}^m - \mathbf{b})^T(\mathbf{C}^{-1})^T\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{H}^m - \mathbf{b}) \quad (5)$$

进一步转化, 得到

$$(\mathbf{H}^m - \mathbf{b})^T \frac{(\mathbf{C}^{-1})^T\mathbf{C}^{-1}}{\|\mathbf{H}^e\|^2} (\mathbf{H}^m - \mathbf{b}) = 1 \quad (6)$$

对式(6)进行化简, 得到

$$(\mathbf{H}^m - \mathbf{x}_0)^T \mathbf{A}_e^{-1} (\mathbf{H}^m - \mathbf{x}_0) = 1 \quad (7)$$

式中: $(\mathbf{C}^{-1})^T\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{A}_e^{-1}$; $\|\mathbf{H}^e\|^2 = C_{\text{const}}$; $\mathbf{x}_0 = \mathbf{b}$ 。由式(7)可知, $\mathbf{H}^m$ 会限制在椭球面上。

椭球方程的一般形式为

$$a_1 X^2 + b_1 Y^2 + c_1 Z^2 + 2f_1 XY + 2g_1 XZ + 2h_1 YZ + 2p_1 X + 2q_1 Y + 2r_1 Z + d_1 = 0 \quad (8)$$

为方便后续计算, 将式(8)归一化为

$$aX^2 + bY^2 + cZ^2 + 2fXY + 2gXZ + 2hYZ + 2pX + 2qY + 2rZ = 1 \quad (9)$$

将(9)式写成向量形式, 则有

$$\mathbf{H}_i \boldsymbol{\xi} = 1 \quad (10)$$

式中: $\boldsymbol{\xi} = [a \ b \ c \ f \ g \ h \ p \ q \ r]^T$; $\mathbf{H}_i = [H_{xi}^m \ H_{yi}^m \ H_{zi}^m \ H_{xi}^m H_{yi}^m \ H_{xi}^m H_{zi}^m \ H_{yi}^m H_{zi}^m \ H_{xi}^m \cdot H_{yi}^m H_{zi}^m]$ 代表了第 i 个采样点测量值组成的向量。因为采样点数量远大于椭球面的参数数量, 无法直接计算精确解, 本文通过最小二乘法进行椭球参数拟合, 得到系数 $\boldsymbol{\xi} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \boldsymbol{\eta}$, 其中, $\boldsymbol{\eta}$ 为元素全为 1 的 n 维列向量, $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1 \ \mathbf{H}_2 \ \cdots \ \mathbf{H}_n]^T$ 。

至此, 磁场量测值拟合的椭球面参数已经获得。下一步求解校准矩阵 $\mathbf{C}^{-1}$ 和偏移量 $\mathbf{b}$ 。将式(9)转化为矩阵形式

$$\mathbf{H}^{mT} \mathbf{E} \mathbf{H}^m + (2\mathbf{F})^T \mathbf{H}^m + G = 0 \quad (11)$$

$$\mathbf{F} = [p \ q \ r]^T; \quad G = -1; \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} a & f & g \\ f & b & h \\ g & h & c \end{bmatrix}$$

建立式(11)与式(7)之间的联系, 对式(11)进行转换可得

$$\begin{aligned} & \mathbf{H}^{mT} \mathbf{E} \mathbf{H}^m + 2\mathbf{F}^T \mathbf{H}^m + G = 0 \\ \Rightarrow & \mathbf{H}^{mT} \mathbf{E} \mathbf{H}^m + \mathbf{F}^T \mathbf{H}^m + \mathbf{H}^{mT} \mathbf{F} + G = 0 \\ \Rightarrow & (\mathbf{H}^{mT} + \mathbf{F}^T \mathbf{E}^{-1}) \mathbf{E} \mathbf{H}^m + \mathbf{H}^{mT} \mathbf{F} = -G \\ \Rightarrow & (\mathbf{H}^{mT} + \mathbf{F}^T \mathbf{E}^{-1}) (\mathbf{E} \mathbf{H}^m + \mathbf{F}) = \mathbf{F}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{F} - G \\ \Rightarrow & (\mathbf{H}^{mT} + \mathbf{F}^T \mathbf{E}^{-1}) \mathbf{E} (\mathbf{H}^m + \mathbf{E}^{-1} \mathbf{F}) = \mathbf{F}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{F} - G \\ \Rightarrow & (\mathbf{H}^m + \mathbf{E}^{-1} \mathbf{F})^T \mathbf{E} (\mathbf{H}^m + \mathbf{E}^{-1} \mathbf{F}) = \mathbf{F}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{F} - G \\ \Rightarrow & (\mathbf{H}^m + \mathbf{E}^{-1} \mathbf{F})^T \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{F}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{F} - G} (\mathbf{H}^m + \mathbf{E}^{-1} \mathbf{F}) = 1 \end{aligned} \quad (12)$$

结合式(6)(7)(12), 得到

$$\mathbf{b} = \mathbf{x}_0 = -\mathbf{E}^{-1} \mathbf{F} \quad (13)$$

$$\frac{(\mathbf{C}^{-1})^T \mathbf{C}^{-1}}{\|\mathbf{H}^e\|^2} = \mathbf{A}_e^{-1} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{F}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{F} - G} \quad (14)$$

对式(14)进一步转化可得

$$\mathbf{C}^T - \mathbf{C}^{-1} = \mathbf{A}_e^{-1} \|\mathbf{H}^e\|^2 \quad (15)$$

通过式(13)(15)得到校准矩阵 $\mathbf{C}^{-1}$ 和偏移量 $\mathbf{b}$, 结合式(3)可求出实际地磁场数据, 完成误差补偿。

3 M估计补充策略下的误差补偿算法

当数据中包含离群点的时候, 式(10)中 $\boldsymbol{\xi}$ 的估计将受到严重的影响, 利用最小二乘法对磁场数据进行椭球拟合时, 无法有效消除异常点带来的影响, 其精度无法得到保证。为此, 本文引入 M 估计算法解决上述问题。鲁棒 M 估计通过自适应地为样本分配不同的权值(为离群点分配接近于 0 的权值), 消除离群点对模型参数估计结果的影响。因此 $\boldsymbol{\xi}$ 的

M估计相当于椭球面参数的优化问题。

3.1 M估计算法

在数据采集过程中,会不可避免地出现一些异常值。最小二乘法即

$$\min \left(\sum_{i=1}^m [\mathbf{y}_i - f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_i)]^2 \right) \quad (16)$$

式中: $\mathbf{y}_i$ 为观测值; $f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_i)$ 为测量值。最小二乘法

就是要找到一组 $\boldsymbol{\theta}_i$, 使得残差平方和 $\sum_{i=1}^m [\mathbf{y}_i - f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_i)]^2$ 最小。这种算法为了达到极小化残差平方和, 必须迁就远端的数据, 使得离群值对估计的影响比其他数据要大, 少量离群值就可能对分析结果造成破坏性影响。

M估计是1964年由Huber提出的, 是最常用的稳健估计算法^[18]。基本思想是采用迭代加权最小二乘估计回归系数, 根据回归残差的大小确定各点的权值, 从而达到稳健的目的。M估计一般定义为

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\beta}}_M &= \arg \min_{\boldsymbol{\beta}} \sum_{i=1}^n \rho \left(\frac{\mathbf{y}_i - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\hat{\sigma}} \right) = \\ &\arg \min_{\boldsymbol{\beta}} \sum_{i=1}^n \rho \left(\frac{r_i(\boldsymbol{\beta})}{\hat{\sigma}} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

式中: ρ 是目标函数, 也可以看作残差的损失函数; r_i 是残差项, $r_i = \mathbf{y}_i - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$; $\hat{\sigma}$ 是残差的稳健尺度估计, 依赖于未知回归系数 $\boldsymbol{\beta}$ 。估计回归系数 $\boldsymbol{\beta}$ 时, 需要将残差 r_i 除以某一个稳健的尺度估计 $\hat{\sigma}$, 得到标准化残差 $r_i/\hat{\sigma}$, 从而保证M估计的结果 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 具有尺度同变性, 即回归系数与因变量的观测单位无关。实践中, 一般取 $\hat{\sigma}$ 为Hampel提出的绝对离差中位数 D_{MA} 除以常数0.6745, 即

$$\hat{\sigma} = \frac{D_{MA}}{0.6745} = \frac{\text{med} | r_i - \text{med}(r_i) |}{0.6745} \quad (18)$$

式中 med 为取中位数函数。

对于式(17), 不同的目标函数最后的效果都差不多。本文使用Huber法, 其目标函数为

$$\rho(u) = \begin{cases} \frac{u^2}{2}, & |u| \leq k \\ k |u| - \frac{k^2}{2}, & |u| > k \end{cases} \quad (19)$$

为求得 $\sum_{i=1}^n \rho \left(\frac{r_i(\boldsymbol{\beta})}{\hat{\sigma}} \right)$ 最小时的 $\boldsymbol{\beta}$, 对目标函数

$$\sum_{i=1}^n \rho \left(\frac{r_i(\boldsymbol{\beta})}{\hat{\sigma}} \right) \text{ 求导, 并令导数等于0, 可得到} \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^n \psi_0 \left(\frac{r_i(\boldsymbol{\beta})}{\hat{\sigma}} \right) \mathbf{x}_i = 0$$

式中 $\psi_0(u)$ 是 $\rho(u)$ 的导数, 公式为

$$\psi_0(u) = \begin{cases} u, & |u| \leq k \\ k \text{sgn}(u), & |u| > k \end{cases} \quad (21)$$

权重代价函数定义为 $\omega(u) = \psi_0(u)/u$, 则式(20)变为

$$\sum_{i=1}^n \psi_0 \left(\frac{r_i(\boldsymbol{\beta})}{\hat{\sigma}} \right) \mathbf{x}_i = \sum_{i=1}^n \omega \left(\frac{r_i(\boldsymbol{\beta})}{\hat{\sigma}} \right) \frac{r_i(\boldsymbol{\beta})}{\hat{\sigma}} \mathbf{x}_i = 0 \quad (22)$$

式中 $\omega \left(\frac{r_i}{\hat{\sigma}} \right)$ 为序号 i 的样本权重, 计算公式为

$$\omega(u) = \begin{cases} 1, & |u| \leq k \\ \frac{k}{|u|}, & |u| > k \end{cases} \quad (23)$$

其中 k 为可调参数。不同的 k 对各采样点的权重会有一定的影响。通常 k 取为1.345, 此时估计算法既是稳健的, 又有较高的估计效率。后文4.1小节实验也证明了该数值下本文算法的有效性。

M估计的估计方程写成矩阵形式为

$$\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} = \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{Y} \quad (24)$$

迭代公式为

$$\boldsymbol{\beta}^{(k+1)} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}^{(k)} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}^{(k)} \mathbf{Y} \quad (25)$$

式中: $\mathbf{W}$ 是以 W_i 为对角元的权矩阵, $i=1, 2, \dots, n$; $\mathbf{X}$ 是解释变量矩阵, $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n]^T$; $\mathbf{Y}$ 是因变量向量, $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n]^T$ 。

3.2 M估计补充策略下的磁传感器误差补偿算法

在磁场内部旋转磁传感器, 得到采样数据, 将采样数据代入地磁传感器误差模型中, 然后设计M估计补充策略下的磁传感器误差补偿算法, 步骤如下。

步骤1 初始化。通过最小二乘法得到的椭球面参数的估计值 $\xi^{(0)}$ 作为回归系数初始值。

步骤2 残差标准化。根据得到的椭球面参数 $\xi^{(k)}$ 计算出各采样点到椭球面的残差, 并组成残差向量 $\hat{\mathbf{r}}^{(k)}$, 设定 $\hat{\sigma}^{(k)} = D_{MA}^{(k)}/0.6745$, 计算尺度估计值, 从而求出标准化残差向量 $\hat{\mathbf{r}}^{(k)}/\hat{\sigma}^{(k)}$ 。

步骤3 权重获取。将标准化残差代入权函数中, 得到各采样点权重, 并构成权重函数矩阵 $\mathbf{W}^{(k)}$ 。

步骤4 椭球参数更新。由式(25)进行拓展, 得到椭球面参数更新公式为

$$\hat{\xi}^{(k+1)} = (\mathbf{H}^T \mathbf{W}^{(k)} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W}^{(k)} \boldsymbol{\eta}$$

步骤5 收敛条件判断。对迭代前后两组参数估计值进行比较。如满足公式 $|\hat{\xi}_j^{(k+1)} - \hat{\xi}_j^{(k)}|/|\hat{\xi}_j^{(k)}| < \bar{\xi}$, $j=1, 2, \dots, 9$, 则 $\hat{\xi}_M = \hat{\xi}^{(k+1)}$, 其中, $\bar{\xi}$ 为设定的阈值, j 为参数的标号, 椭球面共有9个参数; 如不满足公式, 则返回步骤2再次计算残差向量 $\hat{\mathbf{r}}^{(k+1)}$ 。

步骤6 校准矩阵和偏移矢量求取。根据式(12)~

(15)得到校准矩阵 C^{-1} 和偏移矢量 b ,完成误差补偿。

4 数值分析与实验验证

4.1 仿真验证

利用 MATLAB 仿真对本文算法与最小二乘法和递推最小二乘法^[14] 进行比较验证。首先,模拟地磁场采样量测值。根据实验数据,设定参数如下:地磁场强度 $H^e = 49\ 689.5\ \text{nT}$, 偏移矢量 $b = [811.0814\ 805.1953\ -695]^T$,校准矩阵

$$C = \begin{bmatrix} 1.447\ 8 & 0.262\ 9 & 0.395\ 5 \\ 0.164\ 2 & 1.125\ 4 & 0.340\ 9 \\ 0.300\ 0 & 0.400\ 0 & 1.500\ 0 \end{bmatrix}.$$

在该椭球面上选取1 200个点并叠加高斯白噪声 ϵ 作为磁传感器量测值,其中 $\epsilon = [\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z]^T$; $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z \sim N(0, 150\ \text{nT}^2)$ 。随机插入 100 个异常值 η_i , $\eta_i = [\eta_{ix}, \eta_{iy}, \eta_{iz}]^T$; $\eta_{ix}, \eta_{iy}, \eta_{iz} \sim U(-50\ 000\ \text{nT}, 50\ 000\ \text{nT})$ 。模拟出1 300个测量数据,分布见图 1。

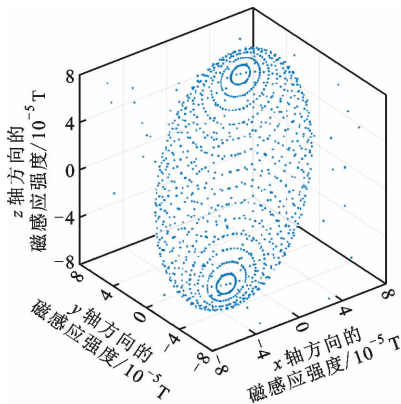


图 1 模拟的测量数据

Fig. 1 Simulated measurement data

对模拟出的测量数据分别用最小二乘法、递推最小二乘法和 M 估计补充策略下的误差补偿算法进行椭球拟合。3 种算法拟合出的椭球面如图 2 所示。可以看出,递推最小二乘法拟合的椭球面受到异常值的影响最大,这是因为在递推最小二乘法中,越晚采集到的数据所占权重越大,如果这些数据中有偏离值,则会严重影响拟合效果。

将测量、最小二乘法校正后、递推最小二乘法校正后、M 估计法校正后的三轴磁场数据转化为总磁场强度,结果如图 3 所示。可以看出:未校正数据波动较大;3 种算法校正后的数据总体波动幅度明显降低;M 估计法受到异常值的影响明显小于最小二乘法和递推最小二乘法。

在仿真中,3 种算法去除异常测量值后的数据

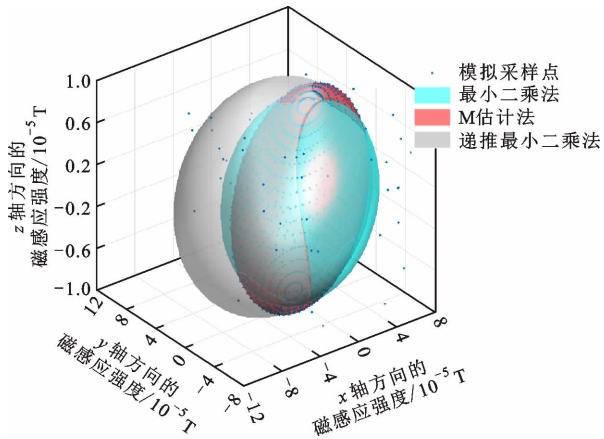


图 2 椭球拟合结果对比

Fig. 2 Comparison of results of ellipsoid fitting algorithm

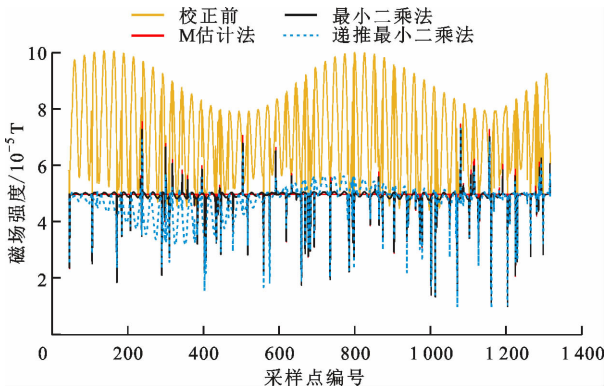


图 3 补偿前后总磁场强度对比

Fig. 3 Comparison of total magnetic field intensity before and after compensation

统计特性如表 1 所示。可以看出,M 估计法的校正效果明显好于最小二乘法和递推最小二乘法的,M 估计法有效降低了异常测量值对误差补偿的影响,提高了系统的鲁棒性。

表 1 仿真中 3 种算法的评估指标

Table 1 Evaluation indicators for three algorithms in simulations

算法	磁场强度 均方差/nT	磁场强度 平均误差/nT
M 估计法	10.23	-0.82
最小二乘法	438.75	22.68
递推最小二乘法	1 698.79	-196.48
原始数据	15 860.48	23 687.23

4.2 实验验证

在南京某开阔地带进行地磁数据采集实验,使用美国 Honeywell 公司的 HMR2300 磁力计作为

三轴磁传感器,如图 4 所示。将磁力计分别绕 x 、 y 、 z 轴旋转一周采集数据。对数据分别用最小二乘法和 M 估计法和递推最小二乘法进行椭球拟合,结果如图 5 所示。可以看出,采集的数据中包含了离群点,明显脱离椭球面,因此造成 3 种算法拟合的椭球面有明显差异。



图 4 实验设备
Fig. 4 Experimental magnetometer

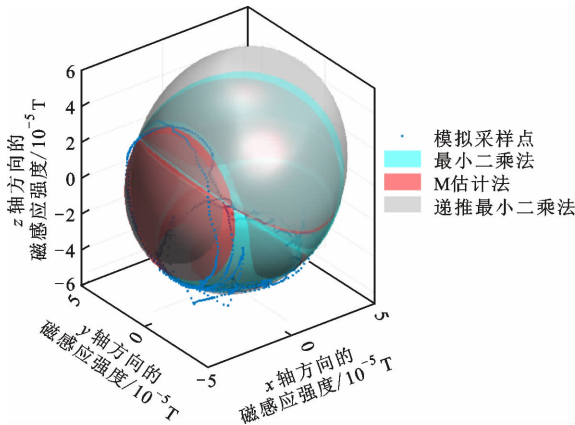


图 5 拟合模型
Fig. 5 Fitting model

将校正前和 3 种算法校正后的三轴磁场数据转化为总磁场强度,结果如图 6 所示。可以看出,在第 1 000 个采样点附近,磁场强度发生明显波动,这可

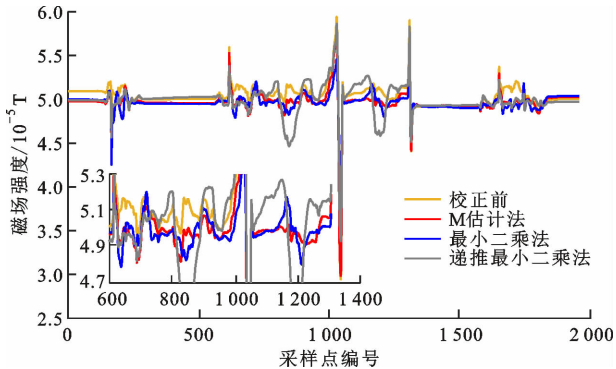


图 6 3 种补偿算法的总场强
Fig. 6 Total field intensity of three algorithms for compensation

能是因为存在外界磁场干扰,因此造成采样出现异常值。本文认为单位化残差(Huber 目标函数中的 k)大于 1.345 的为异常值。

测量数据中去掉异常值后,各采样点与 3 种算法拟合椭球面的残差如图 7 所示。可以看出,M 估计法残差波动明显小于最小二乘法和递推最小二乘法。

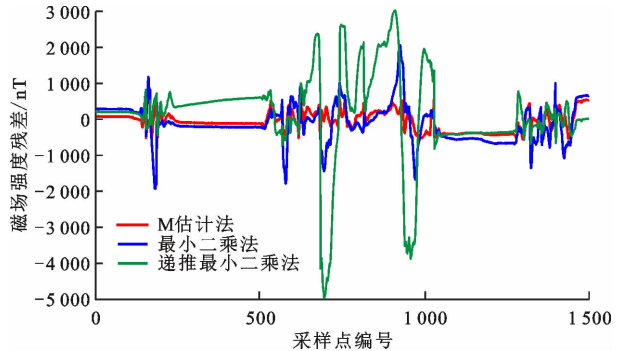


图 7 实验中 3 种算法的拟合残差
Fig. 7 Residual error of the fitting results of three algorithms

在实验中,3 种算法去除异常测量值后的数据统计特性如表 2 所示。M 估计法的指标均优于传统最小二乘法和递推最小二乘法的,这表明 M 估计法有效克服了最小二乘法和递推最小二乘法对异常值敏感的缺点,抑制了磁测噪声,提高了系统鲁棒性。

表 2 实验中 3 种算法的评估指标

Table 2 Evaluation indicators of the three algorithms in experiments

算法	磁场强度均方差/nT	平均误差/nT
M 估计法	264.09	-64.79
最小二乘法	505.38	-128.62
递推最小二乘法	1 207.11	140.60
原始数据	709.69	595.33

5 结 论

地磁测量误差校正是获取高精度真实地磁数据的关键。但是,之前的误差校正算法多假设数据采集过程中无异常点的出现。因此,本文提出了一种 M 估计补充策略下的三轴磁传感器误差的补偿算法,能够降低异常点对拟合的影响,提高地磁测量的精度。首先,分析了地磁测量中各种误差源,建立了磁传感器误差模型;其次,利用最小二乘法拟合椭球的参数;然后,在最小二乘法的基础上引入了 M 估计法对椭球参数进行迭代更新;最终,求取校准矩阵和偏移矢量,完成误差补偿过程。仿真结果表明,M 估计法优于最小二乘法和递推最小二乘法。实验结

果表明,用 M 估计补偿获得的数据均方差比使用递推最小二乘法的低 78.12%,比使用最小二乘法的低 47.74%。M 估计在评估指标方面均优于传统的最小二乘法和递推最小二乘法,体现出较好的鲁棒性,具有很好的工程应用前景。

参考文献:

- [1] NAZARAHARI M, ROUHANI H. 40 years of sensor fusion for orientation tracking via magnetic and inertial measurement units: methods, lessons learned, and future challenges [J]. *Information Fusion*, 2021, 68: 67-84.
- [2] SHOCKLEY J A, RAQUET J F. Navigation of ground vehicles using magnetic field variations [J]. *Navigation*, 2014, 61(4): 237-252.
- [3] 赵敏华, 石萌, 曾雨莲, 等. 基于地磁定轨和扩维卡尔曼滤波的导航算法 [J]. *西安交通大学学报*, 2004, 38(12): 1315-1318.
ZHAO Minhua, SHI Meng, ZENG Yulian, et al. Navigation algorithms using magnetometers and augmented Kalman filtering [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2004, 38(12): 1315-1318.
- [4] 乔玉坤, 王仕成, 张金生, 等. 采用矩谱分析和支持向量机的地磁导航基准图构建方法 [J]. *西安交通大学学报*, 2010, 44(10): 47-51.
QIAO Yukun, WANG Shicheng, ZHANG Jinsheng, et al. A constructing method of reference maps for geomagnetic navigation using rectangular harmonic analysis and support vector machine [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2010, 44(10): 47-51.
- [5] ZHANG Chuang, CAO Chunyan, LI Tieshan, et al. An improved RISS-GPS ship navigation approach via azimuth updates and magnetometer-calibration technology [J]. *Measurement*, 2021, 175: 109101.
- [6] 高全明. 固定翼无人机航磁三分量系统误差校正与干扰补偿技术研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2020: 21.
- [7] GRECH C, AMODEO M, BEAUMONT A, et al. Error characterization and calibration of real-time magnetic field measurement systems [J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section: A Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2021, 990: 164979.
- [8] PAN Donghua, LI Ji, JIN Chongyu, et al. A new calibration method for triaxial fluxgate magnetometer based on magnetic shielding room [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(5): 4183-4192.
- [9] FITZGIBBON A, PILU M, FISHER R B. Direct least square fitting of ellipses [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999, 21(5): 476-480.
- [10] 黄学功, 王昊. 地磁信号检测系统误差分析与补偿方法研究 [J]. *兵工学报*, 2011, 32(1): 33-36.
HUANG Xuegong, WANG Jiong. Error analysis and compensation methods for geomagnetic signal detection system [J]. *Acta Armamentarii*, 2011, 32(1): 33-36.
- [11] 林雪原, 王传芳, 孙校书, 等. 捷联航姿传感器的误差补偿标定方法 [J]. *海军航空工程学院学报*, 2007, 22(3): 365-368.
LIN Xueyuan, WANG Chuanfang, SUN Xiaoshu, et al. An error demarcated method and experiment of strap-down navigation attitude [J]. *Journal of Naval Aeronautical Engineering Institute*, 2007, 22(3): 365-368.
- [12] RENAUDIN V, AFZAL M H, LACHAPPELLE G. Complete triaxis magnetometer calibration in the magnetic domain [J]. *Journal of Sensors*, 2010, 2010: 967245.
- [13] YUAN Guangmin, YUAN Weizheng, LUO Danyao, et al. Calibration of three-axis magnetometer based on adaptive genetic algorithm [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2017, 25(3): 382-386.
- [14] 向奉卓, 李广云, 王力, 等. 基于递推最小二乘的三轴磁强计在线自校正方法 [J]. *传感器与微系统*, 2019, 38(2): 30-33.
XIANG Fengzhuo, LI Guangyun, WANG Li, et al. Three-axis magnetometer online self-calibration method based on recursive least square [J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2019, 38(2): 30-33.
- [15] WANG Gen, ZHAO Haiquan. Robust regularized recursive least M-estimate algorithm for sparse system identification [J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2019, 52(24): 294-298.
- [16] 王海娜. 线性回归模型的若干稳健估计方法及应用实例 [D]. 济南: 山东大学, 2013: 9-10.
- [17] 安亮亮, 王良明, 钟阳. 弹载三轴磁强计的椭球拟合补偿方法 [J]. *传感器与微系统*, 2020, 39(12): 4-6, 13.
AN Liangliang, WANG Liangming, ZHONG Yang. Ellipsoid fitting compensation method for three-axis magnetometer on projectile [J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2020, 39(12): 4-6, 13.
- [18] HUBER P J, RONCHETTI E M. Robust statistics [M]. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2009: 23-26.

(编辑 陶晴)