

融合速度信息的机械臂自适应轨迹跟踪控制方法

张蕾^{1,2}, 刘宇航^{1,2}, 王晓华^{1,2}, 黄晶晶³

(1. 西安工程大学电子信息学院, 710048, 西安; 2. 西安工程大学陕西省人工智能联合实验室, 710048, 西安; 3. 西安交通大学自动化科学与工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对机械臂动力学模型参数不确定性与速度信息不精确影响轨迹跟踪精度的问题, 提出一种多传感器信息融合的机械臂参数自适应轨迹跟踪控制方法。首先将未建模动态视为系统内部干扰, 简化机械臂动力学模型; 其次采用反步控制方法为机械臂系统设计控制律, 并为动力学模型中不确定参数设计自适应律; 最后考虑使用单一位置传感器的差分值或转速计的测量值作为速度信息可靠性低的问题, 通过多传感器信息融合方法为控制器提供更精确的速度信息。仿真与实验结果表明: 采用融合速度信息能够提高所提控制方法的精度与稳定性, 速度信息的精确性提升7%; 与反步控制方法、自适应控制方法相比, 所提控制方法具有更好的机械臂轨迹跟踪控制性能, 轨迹跟踪误差分别降低了30%、50%。

关键词: 多传感器信息融合; 机械臂; 轨迹跟踪控制; 反步自适应控制

中图分类号: TP241 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202207006 **文章编号:** 0253-987X(2022)07-0047-09



OSID 码

Adaptive Trajectory Tracking Control of Manipulator Based on Velocity Information Fusion

ZHANG Lei^{1,2}, LIU Yuhang^{1,2}, WANG Xiaohua^{1,2}, HUANG Jingjing³

(1. School of Electronics and Information, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China;
2. Shaanxi Joint Laboratory of Artificial Intelligence, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China;
3. School of Automation Science and Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: As the trajectory tracking accuracy is affected by parameter uncertainty and velocity imprecision of the manipulator dynamic model, the method of adaptive trajectory tracking control of manipulators based on multi-sensor information fusion is proposed. Firstly, the unmodeled dynamic is regarded as the internal disturbance of the system to simplify the dynamic model of the manipulator. Secondly, backstepping control method is applied to design the control law for the manipulator system, and the adaptive laws are designed for the uncertain parameters in the dynamic model. Finally, considering the low reliability of velocity information by only using the difference value of the position sensor or the measured value of the tachometer, the method of multi-sensor information fusion provides more accurate velocity information for the controller. Simulation and experimental results show that using the fusion velocity information can improve the accuracy and stability of the proposed method, velocity information accuracy increased by 7%. Compared with backstepping control method and adaptive control method, the proposed method has better performance of manipulator trajectory tracking control, the tracking error is

reduced by 30% and 50%, respectively.

Keywords: multi-sensor information fusion; manipulator; trajectory tracking control; backstepping adaptive control

机械臂因其操作灵活、重复定位精度高等优点被广泛应用在工业生产、太空探测、深海探索等领域。高精度的机械臂轨迹跟踪控制需要精确的系统动力学模型、各关节连续准确的位置与速度信息,而参数摄动、未建模动态、外界扰动以及关节传感器测量误差等因素使得机械臂轨迹跟踪控制策略的研究极具挑战^[1]。

在机械臂轨迹跟踪控制领域已取得的研究成果包括:PID 与 PID 衍生的控制算法^[2-3]、滑模变结构控制^[4]、自适应控制^[5]、反步控制^[6-7]、鲁棒控制^[8-9]、神经网络控制和模糊控制^[10]等。文献[11]提出改进神经网络 PID 控制器,神经网络学习 PID 输入输出的状态信息特性补偿机械臂建模误差与不确定干扰,并对 PID 参数进行调整,该方法主要考虑外部干扰对机械臂控制精度的影响,但是没有考虑动力学模型中存在参数不确定性;文献[12]针对机械臂模型中参数不确定性与干扰问题,提出自适应滑模控制方法,设计自适应律对参数不确定性和无法观测的干扰进行补偿,采用新型趋近律构造滑模控制器,该方法降低了抖振现象对轨迹跟踪控制性能的影响,但是控制精度并未有效提高。反步法作为非线性系统控制设计的有力工具,在机械臂轨迹跟踪控制领域也取得了很多研究成果。文献[13]提出基于干扰观测器的机械臂收缩反步控制方法,采用非线性观测器对系统模型不确定项和未知外部干扰部分进行观测,并采用反步控制方法设计了系统的约束控制。文献[14]提出基于滑模控制的自适应模糊反步控制方法,将机械臂动力学模型转换为两个一阶系统,使用模糊网络对建模误差进行逼近,通过自适应方法确定外部干扰的上限,最后利用滑模控制方法解决自适应模糊反步控制器中“计算爆炸”的问题。

控制策略在应用到实际机械臂时,需要机械臂关节角度、角速度等变量的可靠精确的信息。当前文献大多没有考虑控制器中速度信息的来源。机械臂安装有位置传感器与转速计,机械臂的角速度既可以通过位置传感器的差分获得,也可以通过转速计测量获得。由于受到内部噪声影响,传感器或转速计的测量值一定存在误差,使用单一传感器无法保证状态信息的可靠性,使得机械臂轨迹跟踪控制

精度受限。状态信息融合思想多用于移动机器人确定自身的位置和姿态^[15]。为提升移动机器人速度控制的精度与稳健性,文献[16]利用非线性优化方法对单目相机、里程计以及惯性测量单元(IMU)的数据进行融合,提高了移动机器人运动状态的估计精度;文献[17]提出一种基于分布式概率最大似然估计的多传感器信息融合方法,使用卡尔曼滤波器将接收到的极坐标测量信息转换为笛卡尔坐标下的信息,用于移动机器人、四旋翼无人机的位置定位,该定位方法在高测量噪声下,仍能保证位置和速度信息的可靠性。为获取精确的串联机械臂末端位姿,文献[18]将姿态传感器与视觉传感器进行融合测量,实现对各个传感器的优势互补,从而设计出一种简易、精确的机械臂末端位姿测量方法。

针对上述问题,本文采用反步控制方法为机械臂系统设计控制律,并构造参数自适应律估计动力学模型中具有不确定性的参数;使用信息融合方法将位置传感器差分速度与速度测量值进行融合,为控制器提供准确可靠的速度信息;提出一种多传感器信息融合的机械臂参数自适应轨迹跟踪控制方法(backstepping adaptive control method for manipulator under multi-sensor information fusion, MIF-BAC),实现了精度高、稳定性好的轨迹跟踪控制。

1 模型描述

根据拉格朗日定理,考虑黏滞摩擦力、动摩擦力、外部干扰,本文所研究的双关节机械臂的动力学方程可以描述为^[19]

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\cos\mathbf{q} + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{d} = \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}} \in \mathbf{R}^n$ 分别表示机械臂关节角、角速度和角加速度; $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为惯性矩阵; $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 表征离心力和科氏力作用的交叉耦合矩阵; $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ 为重力项; $\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) \in \mathbf{R}^n$ 是摩擦力矩项,包含黏滞摩擦力与动摩擦力; $\mathbf{d} \in \mathbf{R}^n$ 视为外部未知有界干扰与编码器测量噪声; $\boldsymbol{\tau} \in \mathbf{R}^n$ 为输入力矩^[20]。

首先,本文对机械臂动力学模型进行简化,将摩擦力矩项 $\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}})$ 与外部未知有界干扰 $\mathbf{d}$ 视为外部干扰项,采用力矩 $\boldsymbol{\tau}_a$ 补偿;由于式(1)中 $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 、 $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 、 $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ 的主对角线元素包含机械臂物理参数的主要信息,故本文将式(1)中含有 $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 、 $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 、 $\mathbf{G}(\mathbf{q})$

副对角线元素的项视为系统内部干扰项,采用力矩 τ_i 对其进行补偿,得到系统总输入力矩为

$$\tau_t = \tau + \tau_d + \tau_i \quad (2)$$

经过上述简化,此时双关节机械臂动力学模型为

$$\mathbf{M}_n(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}_n \cos \mathbf{q} = \tau_t \quad (3)$$

本文的控制目标是设计反步自适应控制器,多传感器信息融合为控制器提供速度信息的最优估计;机械臂关节实际运动角度 $\mathbf{q}$ 跟踪期望角度 $\mathbf{q}_d$, 轨迹跟踪误差尽可能趋近于 0;同时设计自适应律,对不确定的动力学参数 $\mathbf{C}_n$ 、 $\mathbf{G}_n$ 进行估计。

2 MIF-BAC 控制器设计

设状态变量 $\mathbf{x}_1 = \mathbf{q}$ 、 $\mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{q}}$, 期望轨迹 $\mathbf{x}_d = \mathbf{q}_d$ 。

假设 1 初始状态 $\mathbf{x}_1(0)$ 、 $\mathbf{x}_2(0)$ 为任意值,系统初始位置跟踪误差 $\mathbf{e}(0) = \mathbf{x}_1(0) - \mathbf{x}_d(0)$, 速度跟踪误差 $\dot{\mathbf{e}}(0) = \mathbf{x}_2(0) - \dot{\mathbf{x}}_d(0)$ 是有界的任意值。

假设 2 状态 $\mathbf{x}_1(t)$ 、 $\mathbf{x}_2(t)$ 可测。

假设 3 期望轨迹 $\mathbf{x}_d$ 为已知函数,其一阶导数与二阶导数存在并连续有界。

引理 1^[21] 设 $\mathbf{x}: [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ 一阶连续可导,且当 $t \rightarrow \infty$ 时有极限,则如果 $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ 存在且有界, $t \in [0, \infty)$, 那么 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{x}}(t) = 0$ 。

由引理 1 可得若 $\mathbf{x}: [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ 一致连续,并且

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \mathbf{x}(\tau) d\tau \text{ 存在且有界, 那么 } \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{x}}(t) = 0。$$

2.1 MIF-BAC 控制器设计

步骤 1 根据假设 1~假设 3, 将式(3)写为如下状态空间形式

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{M}_n^{-1}(\tau_t - \mathbf{C}_n \mathbf{x}_2 - \mathbf{G}_n \cos \mathbf{x}_1) \end{cases} \quad (4)$$

设期望轨迹的关节角跟踪误差为

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_d \quad (5)$$

期望轨迹的角速度跟踪误差为

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = \dot{\mathbf{x}}_1 - \dot{\mathbf{x}}_d \quad (6)$$

将 $\mathbf{x}_1$ 的一阶导数 $\mathbf{x}_2$ 视为系统输入信号,为其设计虚拟控制信号为

$$\alpha_1 = -\mathbf{k}_1 \mathbf{e}_1 + \dot{\mathbf{x}}_d \quad (7)$$

式中: $\mathbf{k}_1 \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是待给定的对称正定常数矩阵,定义 $\mathbf{e}_2 = \mathbf{x}_2 - \alpha_1$, 构造如下形式的 Lyapunov 函数

$$\mathbf{V}_1 = \frac{1}{2} \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 \quad (8)$$

对其求导可得

$$\dot{\mathbf{V}}_1 = -\mathbf{k}_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 \quad (9)$$

根据 Lyapunov 稳定性理论^[22], 当且仅当 $\mathbf{e}_2 = 0$

时, $\dot{\mathbf{V}}_1 \leq 0$, 而在这一步, 无法保证 $\mathbf{e}_2 = 0$, 因此将其保留到下一步中进行设计。

步骤 2 构造第 2 个 Lyapunov 函数为

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_1 + \frac{1}{2} \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 \quad (10)$$

对式(10)求导可得

$$\dot{\mathbf{V}}_2 = \dot{\mathbf{V}}_1 + \mathbf{e}_2^T \dot{\mathbf{e}}_2 \quad (11)$$

将式(4)(7)(9)代入式(11), 可以得到含有控制总输入力矩 τ_t 的 Lyapunov 函数的一阶导数

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_2 = & -\mathbf{k}_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2^T (\mathbf{M}_n^{-1}(\tau_t - \mathbf{C}_n \mathbf{x}_2 - \mathbf{G}_n \cos \mathbf{x}_1) + \\ & \mathbf{k}_1 \dot{\mathbf{e}}_1 - \ddot{\mathbf{x}}_d + \mathbf{e}_1) \end{aligned} \quad (12)$$

基于 Lyapunov 稳定性理论设计反步控制律, 如下式所示

$$\begin{aligned} \tau_t = & \mathbf{C}_n \mathbf{x}_2 + \mathbf{G}_n \cos \mathbf{x}_1 - \mathbf{k}_1 \mathbf{M}_n \dot{\mathbf{e}}_1 + \mathbf{M}_n \ddot{\mathbf{x}}_d - \\ & \mathbf{M}_n \mathbf{e}_1 - \mathbf{k}_2 \mathbf{M}_n \mathbf{e}_2 \end{aligned} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{k}_2 \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是待给定的对称正定常数矩阵; $\mathbf{C}_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 是离心力和科氏力矩阵耦合项, $\mathbf{G}_n(\mathbf{q})$ 是重力项, 均为参数不确定项, 为其设计参数自适应律。

不确定参数 $\mathbf{C}_n$ 、 $\mathbf{G}_n$ 的参数估计值记为 $\hat{\mathbf{C}}_n$ 、 $\hat{\mathbf{G}}_n$, 构造不确定参数的估计误差为

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{C}}_n = \mathbf{C}_n - \hat{\mathbf{C}}_n \\ \tilde{\mathbf{G}}_n = \mathbf{G}_n - \hat{\mathbf{G}}_n \end{cases} \quad (14)$$

$\mathbf{C}_n$ 、 $\mathbf{G}_n$ 通常是有界的慢变常数, 其变化速率可以视为 0, 即

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{C}}}_n = -\dot{\hat{\mathbf{C}}}_n \\ \dot{\tilde{\mathbf{G}}}_n = -\dot{\hat{\mathbf{G}}}_n \end{cases} \quad (15)$$

将反步控制律式(13)中的 $\mathbf{C}_n$ 、 $\mathbf{G}_n$ 用 $\hat{\mathbf{C}}_n$ 、 $\hat{\mathbf{G}}_n$ 替代, 则反步自适应控制律为

$$\begin{aligned} \tau_t = & \hat{\mathbf{C}}_n \mathbf{x}_2 + \hat{\mathbf{G}}_n \cos \mathbf{x}_1 - \mathbf{k}_1 \mathbf{M}_n \dot{\mathbf{e}}_1 + \mathbf{M}_n \ddot{\mathbf{x}}_d - \\ & \mathbf{M}_n \mathbf{e}_1 - \mathbf{k}_2 \mathbf{M}_n \mathbf{e}_2 \end{aligned} \quad (16)$$

扩增参数估计误差, 重新定义 Lyapunov 函数为如下形式

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \tilde{\mathbf{C}}_n, \tilde{\mathbf{G}}_n) = \\ \frac{1}{2} \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \frac{1}{2} \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{C}}_n^T \tilde{\mathbf{C}}_n + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{G}}_n^T \tilde{\mathbf{G}}_n \end{aligned} \quad (17)$$

其一阶导数为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \tilde{\mathbf{C}}_n, \tilde{\mathbf{G}}_n) = & -\mathbf{k}_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 - \tilde{\mathbf{C}}_n^T \dot{\hat{\mathbf{C}}}_n - \tilde{\mathbf{G}}_n^T \dot{\hat{\mathbf{G}}}_n + \\ & \mathbf{e}_2^T (\mathbf{M}_n^{-1}(\tau_t - \mathbf{C}_n^T \mathbf{x}_2 - \mathbf{G}_n^T \cos \mathbf{x}_1) + \mathbf{k}_1 \dot{\mathbf{e}}_1 - \ddot{\mathbf{x}}_d + \mathbf{e}_1) \end{aligned} \quad (18)$$

将式(16)代入式(18)得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \tilde{\mathbf{C}}_n, \tilde{\mathbf{G}}_n) = & -\mathbf{k}_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 - \mathbf{k}_2 \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 - \\ & (\mathbf{M}_n^{-1} \mathbf{e}_2 \tilde{\mathbf{C}}_n^T \mathbf{x}_2 + \tilde{\mathbf{C}}_n^T \dot{\hat{\mathbf{C}}}_n) - (\mathbf{M}_n^{-1} \mathbf{e}_2 \tilde{\mathbf{G}}_n^T \cos \mathbf{x}_1 + \tilde{\mathbf{G}}_n^T \dot{\hat{\mathbf{G}}}_n) \end{aligned} \quad (19)$$

结合式(19),当 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \tilde{\mathbf{C}}_n, \tilde{\mathbf{G}}_n \neq 0$ 时,只需满足式(19)等式右侧第3项与第4项为0,此时 $\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \tilde{\mathbf{C}}_n, \tilde{\mathbf{G}}_n) < 0$,基于上述分析,本文设计的参数自适应律如下式

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{C}}}_n = -\mathbf{M}_n^{-1} \mathbf{e}_2 \mathbf{x}_2 \\ \dot{\hat{\mathbf{G}}}_n = -\mathbf{M}_n^{-1} \mathbf{e}_2 \cos \mathbf{x}_1 \end{cases} \quad (20)$$

根据式(20)的自适应律,不确定参数的估计值 $\hat{\mathbf{C}}_n$ 、 $\hat{\mathbf{G}}_n$ 分别为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{C}}_n = \int_0^t -\mathbf{M}_n^{-1} \mathbf{e}_2 \mathbf{x}_2 dt \\ \hat{\mathbf{G}}_n = \int_0^t -\mathbf{M}_n^{-1} \mathbf{e}_2 \cos \mathbf{x}_1 dt \end{cases} \quad (21)$$

将式(21)代入式(16)中,得到最终总控制输入力矩的表达式为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_1 = & -\mathbf{x}_2 \int_0^t \mathbf{M}_n^{-1} \mathbf{e}_2 \mathbf{x}_2 dt - \cos \mathbf{x}_1 \int_0^t \mathbf{M}_n^{-1} \mathbf{e}_2 \cos \mathbf{x}_1 dt - \\ & k_1 \mathbf{M}_n \dot{\mathbf{e}}_1 + \mathbf{M}_n \ddot{\mathbf{x}}_d - \mathbf{M}_n \mathbf{e}_1 - k_2 \mathbf{M}_n \mathbf{e}_2 \end{aligned} \quad (22)$$

2.2 基于多传感器信息融合的速度估计

将上述所提反步自适应方法应用于机械臂实验平台,该机械臂速度变量信息既可以从位置传感器的差分间接获取(预测速度),也可以从转速计中直接得到(测量速度)。本文基于多传感器信息融合方法,将关节1与关节2的测量速度与预测速度进行信息融合,从而为控制器提供速度信息的最优估计。假设系统与编码器的误差符合高斯白噪声模型^[23],设 $p(\hat{q}_1)$ 是预测速度的似然函数, $p(\hat{q}_2)$ 为测量速度的似然函数,其表达式为

$$p(\hat{q}_1) = N(\hat{q}_1, \sigma_1^2) \quad (23)$$

$$p(\hat{q}_2) = N(\hat{q}_2, \sigma_2^2) \quad (24)$$

式中: $\hat{q}_1$ 为预测速度; σ_1^2 为其方差; $\hat{q}_2$ 为测量速度; σ_2^2 是其方差。设 q 是融合速度,由于速度编码器的测量值与位置传感器差分值是相互独立的随机变量,融合速度的似然函数 $p(q)$ 是测量速度与预测速度的联合概率分布,所以 $p(q)$ 的最终分布正比于 $p(\hat{q}_1)p(\hat{q}_2)$,又有

$$p(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(q-\hat{q})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (25)$$

由式(23)、式(24)得

$$\begin{aligned} p(q) = & \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left(-\frac{(q-\hat{q}_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) \cdot \\ & \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left(-\frac{(q-\hat{q}_2)^2}{2\sigma_2^2}\right) = \\ & \frac{1}{\sigma_1\sigma_2 2\pi} \exp\left(-\frac{(q-\hat{q}_1)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{(q-\hat{q}_2)^2}{2\sigma_2^2}\right) \end{aligned} \quad (26)$$

式(26)指数项函数变量是 q ,为确定其期望 $\hat{q}$ 与方差 σ^2 ,按以下形式重写式(26)

$$N(\hat{q}, \sigma_1, \sigma_2) = \frac{1}{\sigma_1\sigma_2 2\pi} \exp\left(-\frac{(q-\hat{q})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (27)$$

将式(26)等式右侧写为如下形式

$$\begin{aligned} p(q) = & \frac{1}{\sigma_1\sigma_2 2\pi} \exp\left(-\frac{(q-\hat{q}_1)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{(q-\hat{q}_2)^2}{2\sigma_2^2}\right) = \\ & \frac{1}{\sigma_1\sigma_2 2\pi} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(q - \frac{\hat{q}_1\sigma_2^2 + \hat{q}_2\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)^2 \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1^2\sigma_2^2}\right) \cdot \\ & \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\hat{q}_1^2\sigma_2^2 + \hat{q}_2^2\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} - \left(\frac{\hat{q}_1\sigma_2^2 + \hat{q}_2\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)^2\right) \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1^2\sigma_2^2}\right) \end{aligned} \quad (28)$$

式(28)等式右侧第2项仅依赖于 $\hat{q}_1, \hat{q}_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$,所以是常数,分布 $p(q)$ 正比于乘积 $p(\hat{q}_1)p(\hat{q}_2)$,将式(28)写为如下形式

$$p(q) = \frac{1}{\sigma_1\sigma_2 2\pi} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(q - \frac{\hat{q}_1\sigma_2^2 + \hat{q}_2\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)^2 \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1^2\sigma_2^2}\right) \quad (29)$$

结合式(29)与式(27)可以得出,两式指数项函

数对应相等,因此 $\hat{q} = \frac{\hat{q}_1\sigma_2^2 + \hat{q}_2\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ 表示融合速度信

息; $\sigma^2 = \frac{\sigma_1^2\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ 是方差, σ^2 既小于 σ_1^2 也小于 σ_2^2 。

设 a 与 b 对应预测速度与测量速度的可信值, $a = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, b = 1 - a$,融合速度为 $\hat{q} = b\hat{q}_1 + a\hat{q}_2$; a 与 b 随 σ_1^2, σ_2^2 的变化而变化,将 $\hat{q}$ 作为速度信息的最优估计反馈至控制器中。

3 稳定性证明

将式(21)设计的参数估计 $\hat{\mathbf{C}}_n$ 与 $\hat{\mathbf{G}}_n$ 代入式(19)中,可以得到

$$\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) = -k_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 - k_2 \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 \leq 0 \quad (30)$$

式(30)是半负定的,因而对于 $\forall t \geq 0$,都有 $\mathbf{V}(t) \leq \mathbf{V}(0)$,即式(17)中所有变量均是有界的,即 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \tilde{\mathbf{C}}_n, \tilde{\mathbf{G}}_n$ 均是有界的。

接下来验证式(30)的一致连续性, $\dot{\mathbf{V}}$ 的一阶导数为

$$\ddot{\mathbf{V}}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) = -2k_1 \mathbf{e}_1^T \dot{\mathbf{e}}_1 - 2k_2 \mathbf{e}_2^T \dot{\mathbf{e}}_2 \quad (31)$$

由2.1节步骤1中式(5)~式(8)可得

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = \dot{\mathbf{x}}_1 - \dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{x}_2 - \dot{\mathbf{x}}_d \quad (32)$$

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{x}_2 - \mathbf{a}_1 \quad (33)$$

$$\mathbf{a}_1 = -k_1 \mathbf{e}_1 + \dot{\mathbf{x}}_d \quad (34)$$

将式(33)与式(34)代入式(32)中可得

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{e}_2 - k_1 \mathbf{e}_1 \quad (35)$$

式(31)写为如下形式

$$\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) = -2\mathbf{k}_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 + 2\mathbf{k}_1^2 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 - 2\mathbf{k}_2 \mathbf{e}_2^T \dot{\mathbf{e}}_2$$

(36)

由式(33)可得

$$\dot{\mathbf{e}}_2 = \dot{\mathbf{x}}_2 - \dot{\hat{\mathbf{a}}}_1$$

(37)

结合式(4)与式(22)、式(34), $\dot{\mathbf{e}}_2$ 可以写为如下形式

$$\dot{\mathbf{e}}_2 = -\mathbf{e}_1 - \mathbf{k}_2 \mathbf{e}_2$$

(38)

将式(36)写为

$$\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) = -2\mathbf{k}_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 + 2\mathbf{k}_1^2 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{k}_2 \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{k}_2^2 \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2$$

(39)

因为 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 都是有界的,所以式(39)有界,所以 $\dot{\mathbf{V}}$ 具有一致连续性,应用引理 1 可以得出当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) = 0$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_i = 0 (i = 1, 2)$, 又由假设 1 与假设 2 可知,闭环系统所有信号是连续稳定有界的,综上所述,轨迹跟踪误差 $\mathbf{e}_1$ 最终会收敛于 0。

4 仿真实验

为验证所提 MIF-BAC 方法的有效性,在 Matlab/Simulink 平台仿真的基础上使用机械臂控制平台进行轨迹跟踪控制实验。

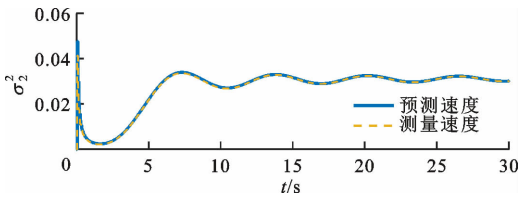
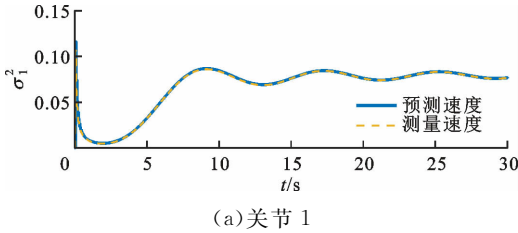
首先比较融合速度(测量速度与预测速度融合)、测量速度(转速计测量值)、预测速度(位置传感器差分值)对本文设计的反步自适应控制器性能的影响,并对融合速度下控制器的不确定参数进行估计;其次在融合速度下对比 MIF-BAC 控制器、反步控制器、自适应控制器的控制性能。

4.1 3 种速度下 MIF-BAC 控制器的性能

关节 1 与关节 2 的期望轨迹分别为 $\sin(0.4t)$ 、 $0.5\sin(0.5t)$, 初始速度 $\dot{\mathbf{q}} = [0.4 \ 0.25]^T$, 初始位置 $\mathbf{q} = [0 \ 0]^T$, 控制律式(22) 参数选择为 $\mathbf{k}_1 = \text{diag}[60, 60], \mathbf{k}_2 = \text{diag}[4, 4], \mathbf{M}_n = \text{diag}[2, 2]$ 。

图 1 是关节 1 与关节 2 预测速度的方差 σ_1^2 与测量速度的方差 σ_2^2 。图 2 是两个关节各自预测速度的可信度 a 与测量速度的可信度 b 。

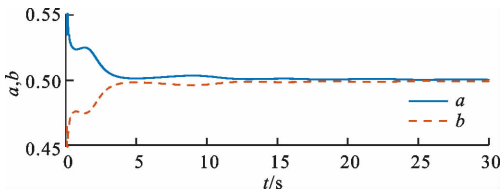
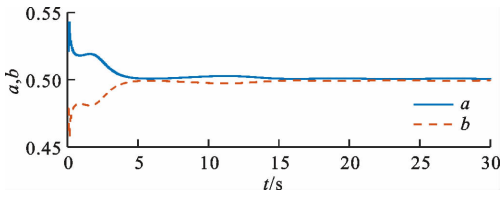
由图 1、图 2 可得,随着预测速度与测量速度方差的实时变动,二者可信度也即时调整,则融合速度 $\hat{\mathbf{q}} = b\hat{\mathbf{q}}_1 + a\hat{\mathbf{q}}_2$ 是各时刻最优速度信息。



(b)关节 2

图 1 关节 1、关节 2 预测速度与测量速度的方差

Fig. 1 The variance of predicted and measured velocities of joint 1 and joint 2



(a)关节 1

(b)关节 2

图 2 关节 1、关节 2 测量速度与预测速度的可信度

Fig. 2 Confidence values of measured and predicted velocities for joint 1 and joint 2

表 1 与表 2 是 MIF-BAC 控制器在 3 种速度下的平均跟踪误差与平均输入力矩,以跟踪误差及其方差、输入力矩及其方差为评价指标,跟踪误差反映控制精度,输入力矩体现控制稳定性。

表 1 MIF-BAC 控制器在 3 种速度下关节角的平均跟踪误差及其方差

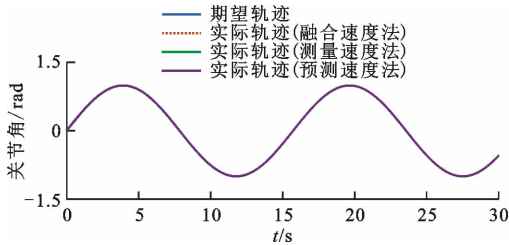
Table 1 Average tracking error and its variance				
方法	关节角的平均跟踪误差/(10 ⁻⁶ rad)		平均跟踪误差方差/(10 ⁻⁶ rad)	
	关节 1	关节 2	关节 1	关节 2
融合速度法	1 300	891.63	2.703 3	1.152 3
测量速度法	1 400	891.92	2.794 4	1.154 6
预测速度法	1 400	892.26	2.733 1	1.153 2

图 3 是采用 3 种速度方法下关节 1 与关节 2 期望轨迹与实际轨迹曲线;图 4 是 3 种速度方法下反步自适应控制器的跟踪误差曲线;图 5 是 3 种速度方法下关节 1 与关节 2 的输入力矩曲线。

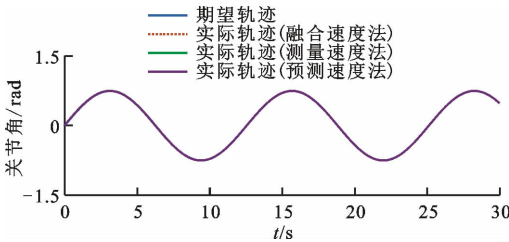
表 2 MIF-BAC 控制器在 3 种速度下平均输入力矩及其方差

Table 2 Average input torque and its variance

方法	平均输入力矩/ (N·m)		平均输入力矩 方差/(N·m)	
	关节 1	关节 2	关节 1	关节 2
融合速度法	2.133 4	0.391 6	0.907 9	0.540 0
测量速度法	2.153 2	0.512 9	0.945 4	0.945 4
预测速度法	3.930 9	0.666 7	151.268 9	1.004 0



(a) 关节 1



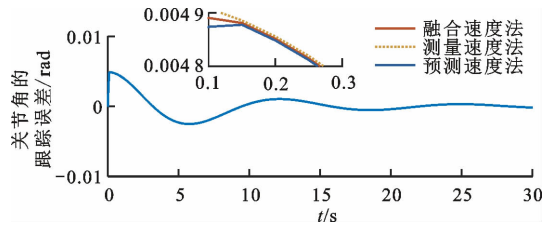
(b) 关节 2

图 3 期望轨迹与采用 3 种速度方法的实际轨迹

Fig. 3 Desired trajectories and actual trajectories with three velocity methods

由表 1 数据结合图 4、表 2 数据结合图 5, 可得采用融合速度信息的 MIF-BAC 控制器能够有效减小轨迹跟踪误差, 提高控制精度; 控制输入力矩稳定, 能够保证系统平稳运行。

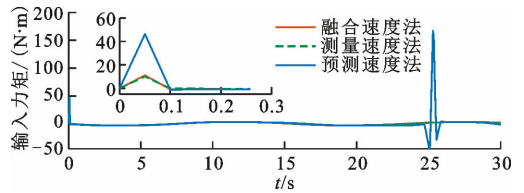
图 6 是本文所设计的方法对机械臂动力学模型中不确定参数离心力与科氏力的耦合项 $C_n(q, \dot{q})$ 和重力项 $G_n(q)$ 的估计响应曲线。由图 6 可得, 系统初始阶段因为缺少机械臂不确定参数的先验信息, 所以不确定参数的估计值波动较大, 在机械臂运动



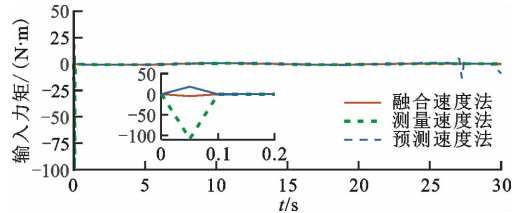
(b) 关节 2

图 4 3 种速度方法下关节 1 与关节 2 的跟踪误差

Fig. 4 Tracking errors of joint 1 and Joint 2 under three velocity methods



(a) 关节 1



(b) 关节 2

图 5 3 种速度方法下关节 1、关节 2 的输入力矩

Fig. 5 Input torques of joint 1 and joint 2 under three velocity methods

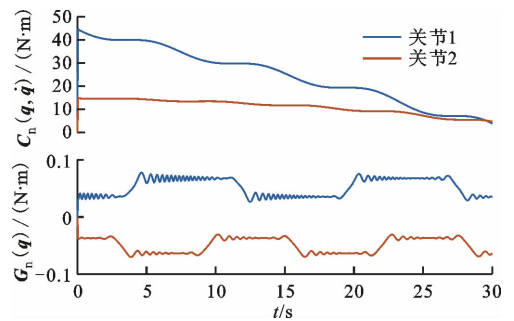


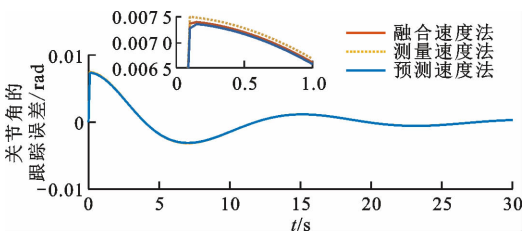
图 6 本文所设计的方法对机械臂动力学模型中不确定参数的估计响应曲线

Fig. 6 Parameter estimation curve

过程中, 重力项的估计值因实际位置的周期性变化而变化; 离心力与科氏力项则逐渐趋于某一常数, 最终收敛为理想的控制器参数。

4.2 MIF-BAC 控制器性能验证

为验证所提方法的有效性, 以机械臂的第 2 个关节为被控对象与反步控制器^[24]和自适应控制



(a) 关节 1

器^[21]的控制性能进行对比。根据文献[25]引入集总干扰为 $2\dot{q}+0.5\text{sign}(\dot{q})+0.2\sin(t)$ 。末端执行器的期望轨迹、初始条件与 4.1 节设置相同。

图 7 为 3 种控制方法下关节 2 的轨迹跟踪曲线。由图 7(b)可见,反步控制方法与自适应控制方法在集总干扰的影响下均存在周期性的跟踪误差。MIF-BAC 方法不存在跟踪误差。图 7(c)中由于在工作空间中关节角的跟踪误差会使得末端位置产生偏移。综上所述,本文所提方法有着更好的控制性能。

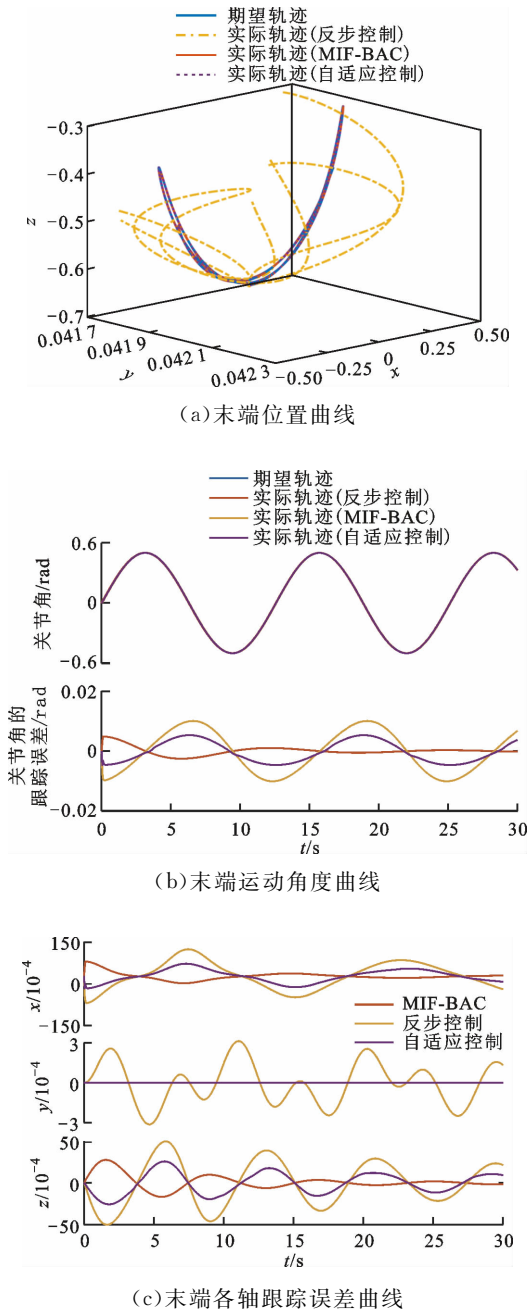


图 7 3 种控制方法下末端执行器关节 2 的轨迹跟踪曲线
Fig. 7 End-effector trajectory tracking curve

4.3 机械臂平台实验

采用实验室与中科深谷搭建的机械臂平台对所提 MIF-BAC 方法的有效性进行验证,实验平台主要结构如图 8 所示。机械臂平台由上位机、数字信号处理(DSP)控制箱以及机械臂本体组成;机械臂本体由无框力矩电机、谐波减速机、增量式光电编码器、绝对值角度编码器以及伺服驱动器构成。

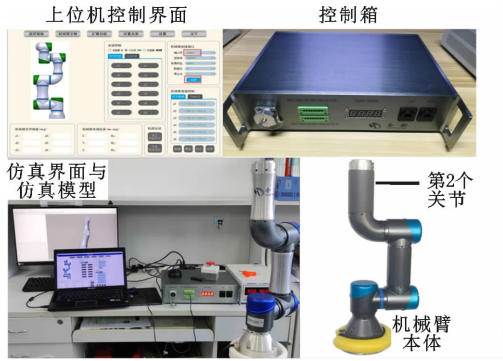
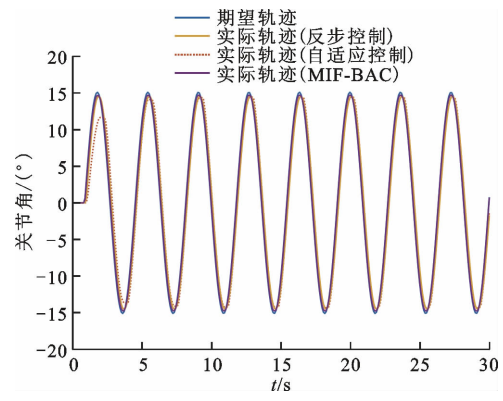


图 8 机械臂轨迹跟踪控制实验平台
Fig. 8 Experimental platform for manipulator trajectory tracking control

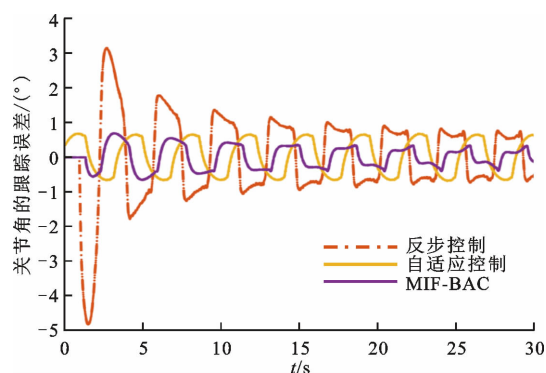
将本文所提算法与反步控制方法^[24]、自适应控制方法^[21]在轨迹跟踪方面进行对比实验。根据机械臂的物理结构限制,第 2 个关节的期望轨迹设置为 $q_d = 15\sin(8\pi/15t)$,反步控制的控制律为 $\tau_b = Cx_2 + G\cos(x_1) - k_1 M\ddot{e}_1 + M\ddot{x}_d - Me_1 - k_2 Me_2$ 。

MIF-BAC 方法的控制律如式(22)所示,控制器参数如 5.1 节所述,反步控制中的机械臂动力学模型参数 $C=1.2, G=4.5, M=2$ 。图 9 给出了关节 2 的运行情况。

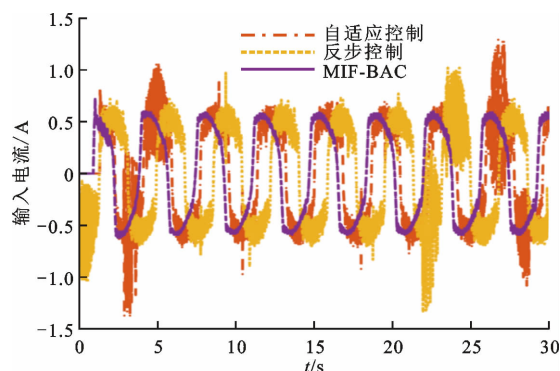
由图 9 可以看出,在自适应控制方法下跟踪曲线拟合度低、跟踪误差大、收敛速度慢,关节转向时电流有明显波动;反步控制下跟踪曲线拟合度高、跟踪误差较小但是不收敛,关节转向时电流波动较大;MIF-BAC 方法可以保证机械臂关节角度能很好地



(a)期望轨迹与实际轨迹



(b)跟踪误差



(c)输入电流

图9 关节2的运行情况

Fig. 9 Operation of the joint 2

跟踪期望轨迹,跟踪曲线拟合度最高、跟踪误差最小且收敛速度最快,关节转向时电流波动小,意味着机械臂关节输入力矩运行平稳波动小,相比自适应控制误差降低了50%,相比反步控制误差下降了30%。

综合以上分析,机械臂模型参数不确定的情况下,本文提出的MIF-BAC方法控制性能良好,在保持小的跟踪误差的同时能够保证机械臂系统的平稳运行。

5 结 论

本文针对因模型参数变化以及不够精确的关节速度信息导致机械臂实际运行时控制性能下降的问题,以反步控制方法为框架,引入参数自适应律对不确定参数的取值做出估计,完成机械臂控制器的设计;并向控制器中提供采用信息融合方法获取的更可靠与更精确的融合速度信息。仿真与实验结果表明,使用融合速度信息的反步自适应控制方法有更高的控制精度与更强的稳定性。

参考文献:

[1] SLOTINE J J E, LI Weiping. Adaptive manipulator

control: a case study [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(11): 995-1003.

[2] 崔文庆,王雨桐,谭文. 用PID控制近似线性自抗扰控制[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(8): 1781-1789.
CUI Wenqing, WANG Yutong, TAN Wen. Approximation of linear active disturbance rejection control with PID control [J]. Control Theory & Applications, 2020, 37(8): 1781-1789.

[3] 马驰骋,罗亚军,张希农,等. 基于模糊PID控制器的变质量-柔性梁结构振动主动控制[J]. 振动与冲击, 2018, 37(23): 197-203.

MA Chicheng, LUO Yajun, ZHANG Xinong, et al. Vibration active control of a flexible beam with time-varying mass based on fuzzy PID controller [J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(23): 197-203, 240.

[4] 张建宇,高天宇,于潇雁,等. 基于自适应时延估计的空间机械臂连续非奇异终端滑模控制[J]. 机械工程学报, 2021, 57(11): 177-183.

ZHANG Jianyu, GAO Tianyu, YU Xiaoyan, et al. Continuous non-singular terminal sliding mode control of space robot based on adaptive time delay estimation [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(11): 177-183.

[5] 熊璐,付志强,柏满飞,等. 一种考虑加速度需求的车速自适应控制方法[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(1): 62-69.

XIONG Lu, FU Zhiqiang, BAI Manfei, et al. A vehicle speed adaptive control method considering acceleration demand [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(1): 62-69.

[6] 陈恩志,常健,李斌,等. 采用干扰观测器的水下滑翔蛇形机器人纵倾运动控制[J]. 西安交通大学学报, 2020, 54(1): 184-192.

CHEN Enzhi, CHANG Jian, LI Bin, et al. Control for pitch motion of underwater gliding snake-like robot based on disturbance observer [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2020, 54(1): 184-192.

[7] 林孟豪,张蕾,李鹏飞,等. 考虑输出约束的机械臂命令滤波反步控制[J]. 西安交通大学学报, 2021, 55(12): 70-78.

LIN Menghao, ZHANG Lei, LI Pengfei, et al. A backstepping control strategy of command filtering for two-link flexible joint manipulator [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2021, 55(12): 70-78.

[8] 薛智慧,刘金国. 空间机械臂操控技术研究综述[J]. 机器人, 2022, 44(1): 107-128.

XUE Zhihui, LIU Jinguo. Review of space manipula-

- tor control technologies [J]. Robot, 2022, 44(1): 107-128.
- [9] LIN Yinjie, CHEN Zheng, YAO Bin. Unified motion/force/impedance control for manipulators in unknown contact environments based on robust model-reaching approach [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2021, 26(4): 1905-1913.
- [10] QI Peng, LIU Chuang, ATAKA A, et al. Kinematic control of continuum manipulators using a fuzzy-model-based approach [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(8): 5022-5035.
- [11] 李楠, 李文鑫, 薛方正. 改进的关节机器人神经网络PID控制器 [J]. 控制工程, 2013, 20(6): 1052-1054, 1059.
- LI Nan, LI Wenxin, XUE Fangzheng. Improved neural network PID controller of joint robots [J]. Control Engineering of China, 2013, 20(6): 1052-1054, 1059.
- [12] 张润梅, 罗谷安, 袁彬, 等. 多关节机械臂干扰观测器的自适应滑模控制 [J]. 机械科学与技术, 2021, 40(10): 1595-1602.
- ZHANG Runmei, LUO Guan, YUAN Bin, et al. Adaptive sliding mode control of disturbance observer for multi-joint manipulator [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2021, 40(10): 1595-1602.
- [13] 孟宪洋, 尤海荣, 何平, 等. 基于收缩反步的不确定机械臂轨迹跟踪控制 [J/OL]. 控制理论与应用 [2022-01-29]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/44.1240.TP.20211117.1436.002.html>.
- MENG Xianyang, YOU Hairong, HE Ping, et al. Trajectory tracking control of uncertain manipulator via contraction backstepping [J/OL]. Control Theory & Applications [2022-01-29]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/44.1240.TP.20211117.1436.002.html>.
- [14] ZHOU Jinglei, LIU Endong, TIAN Xiumei, et al. Adaptive fuzzy backstepping control based on dynamic surface control for uncertain robotic manipulator [J]. IEEE Access, 2022, 10: 23333-23341.
- [15] 丁文东, 徐德, 刘希龙, 等. 移动机器人视觉里程计综述 [J]. 自动化学报, 2018, 44(3): 385-400.
- DING Wendong, XU De, LIU Xilong, et al. Review on visual odometry for mobile robots [J]. Acta Automatica Sinica, 2018, 44(3): 385-400.
- [16] 王昕煜, 平雪良. 基于多传感器融合信息的移动机器人速度控制方法 [J]. 工程设计学报, 2021, 28(1): 63-71.
- WANG Xinyu, PING Xuiliang. Speed control method of mobile robot based on multi-sensor fusion information [J]. Chinese Journal of Engineering Design, 2021, 28(1): 63-71.
- [17] DASH D, JAYARAMAN V. A probabilistic model for sensor fusion using range-only measurements in multistatic radar [J]. IEEE Sensors Letters, 2020, 4(6): 1-4.
- [18] 张天麟. 多传感信息融合的机械臂末端位姿测量 [D]. 南京: 南京邮电大学, 2019: 23-35.
- [19] DIXON W E. Adaptive regulation of amplitude limited robot manipulators with uncertain kinematics and dynamics [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(3): 488-493.
- [20] WANG Hanlei. Adaptive control of robot manipulators with uncertain kinematics and dynamics [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(2): 948-954.
- [21] SLOTINE J, LI W P. Applied nonlinear control [M]. Beijing: China Machine Press, 1991: 275-284.
- [22] 马克茂. 非线性控制 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2014: 164-167.
- [23] SIEGWART R, NOURBAKHSH I R. Introduction to autonomous mobile robots [M]. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 2004: 326-330.
- [24] GRCAR B, CAFUTA P, ZNIDARIC M, et al. Backstepping dynamic compensator design for the PMAC servo-drive [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 1999, 14(4): 1396-1401.
- [25] LEWIS F L, DAWSON D M, ABDALLAH C T. Robot manipulator control: theory and practice [M]. New York: Marcel Dekker, 2004: 405-406.

(编辑 武红江 刘杨)