

人字齿轮小轮轴向窜动的多目标复合修形优化

刘玄¹, 方宗德¹, 赵宁¹, 郭辉¹, 沈云波²

(1. 西北工业大学机电学院, 710072, 西安; 2. 西安工业大学机电工程学院, 710021, 西安)

摘要: 为了改善人字齿轮左右齿面载荷不完全对称引起的齿面偏载和振动问题,研究了人字齿轮小轮轴向固定和轴向窜动对齿面载荷分布的影响,提出了一种人字齿轮复合修形设计方法。根据齿面偏载情况,通过齿向补偿修形优化实现左右齿面载荷均匀分布;在齿向补偿修形的基础上,叠加拓扑修形构建复合修形齿面,以承载传动误差幅值最小和齿面闪温最低为优化目标,采用 NSGA-II 算法确定最佳拓扑修形量。算例结果表明,仅小轮轴向窜动,虽然能使左右斜齿轮副载荷基本相等,但不能完全改善单个斜齿轮齿面偏载的状况。齿向补偿修形后,能够改善每一个斜齿轮齿面的载荷使其均匀分布。复合修形改善了齿面载荷分布,避免了边缘接触,大幅降低了承载传动误差幅值和齿面闪温。

关键词: 人字齿轮;小轮轴向窜动;齿向补偿修形;载荷均匀;复合修形

中图分类号: TH132 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202101015 **文章编号:** 0253-987X(2021)01-0118-09



Multi-Objective Compound Modification Optimization of Pinion Axial Floating for the Double Helical Gears

LIU Xuan¹, FANG Zongde¹, ZHAO Ning¹, GUO Hui¹, SHEN Yunbo²

(1. School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
2. School of Mechatronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China)

Abstract: To improve the tooth surface bias load and vibration of double helical gear caused by the incomplete symmetrical load on the left and right tooth flanks, the influence of the pinion axial fixing and floating of the double helical gear on the load distribution of the tooth surface is researched, and a compound modification design method of the double helical gear is proposed. According to the partial load of the tooth surface, a longitudinal compensation modification optimization is applied to realize uniform distribution of the load on the left and right tooth flanks. On the basis of longitudinal compensation modification, the compound modified tooth flank is constructed by superposition topology modification, and the topological modification values are determined by applying NSGA-II algorithm to optimize the amplitude of loaded transmission error (ALTE) and tooth surface flash temperature. The results show that the loads of the left and right helical gears can be basically equal through pinion axial floating, but the condition of single helical gear tooth surface bias load cannot be completely improved. The load on each helical gear tooth surface can be evenly distributed after the longitudinal compensation modification. The compound modification improves the load distribution on the tooth surface,

avoids the edge contact, and greatly reduces the ALTE and tooth surface flash temperature.

Keywords: double helical gears; pinion axial floating; longitudinal compensation modification; even load distribution; compound modification

人字齿轮由两个螺旋角相同、旋向相反的斜齿轮组成,具有啮合平稳、结构紧凑、承载能力大、自平衡轴向力等特点,在直升机分扭传动构型中作为末级传动被广泛应用^[1-3]。但是,人字齿轮啮合刚度大,左右两侧斜齿轮齿面对称性和精度控制比较困难,同时齿轮传动系统,包括轴系、轴承和箱体的变形难以避免^[4]。因此,两对斜齿轮传动时左右载荷不完全对称,一方面产生齿面偏载,在偏载较严重时又易引起齿面胶合失效现象^[5],另一方面产生振动,极大地影响直升机动力传动系统的可靠性和使用寿命。

王成等建立了人字齿轮的承载接触分析(LTCA)模型,通过理论和试验结果比较了不同工况下轴向位移的大小^[6-8]。蒋进科等将人字齿轮的修形视为一半扭矩、一端齿面下的斜齿轮修形,分析了轴弯曲变形和扭转变形对齿面偏载的影响^[9];赵宁等对高重合度人字齿轮的传动性能进行多目标优化,对比了优化前后的齿面啮合印痕,并对优化前后的两组齿轮进行了噪音检测试验^[10];杨硕文等考虑轴线平行度偏差和转矩等因素的影响,基于 KISSsoft 软件研究了人字齿轮齿廓和齿向修形参数的设计^[11];蒋进科等对人字齿轮左右齿面采用不同的齿向修形参数,以承载传动误差幅值、轴向力和振动加速度最小为目标,采用粒子群算法确定了最佳修形齿面^[12];Kang 等通过试验测量了齿面修形前后人字齿轮副的轴向振动位移^[13];Yuan 等研究了宽斜齿轮不同支承布局方式对齿面啮合错位量和齿面载荷分布的影响^[14];甘来等针对螺旋锥齿轮重载下热胶合失效问题,基于有限元的热分析方法,研究了轮齿啮合过程中的闪温变化^[15];贾超等研究了无误差角和有误差角两种情况下,齿面三维修形对承载传动误差、齿面闪温和齿面载荷分布的影响^[16]。

本文研究了人字齿轮小轮轴向固定和轴向窜动对左右齿面载荷分布和齿面接触印痕的影响。首先,通过小轮轴向窜动和齿向补偿修形优化实现左右齿面载荷的均匀分布。其次,将齿向补偿修形量和拓扑修形量叠加作为复合修形量,以承载传动误差幅值最小和齿面最大闪温最低为优化目标,采用 NSGA-II 算法确定最佳拓扑修形量。本文复合修形设计方法对人字齿轮修形技术在直升机传动系统

中的应用具有一定的理论指导意义。

1 人字齿轮 LTCA 模型和修形设计

1.1 承载接触分析

人字齿轮承载接触分析模型如图 1 所示,图形为沿接触椭圆长轴方向的横截面。假设左右斜齿轮副分别有两对齿 I、II 以及 III、IV 同时接触,具体的数学模型文献[6-9]中有详细介绍,本文不再赘述。

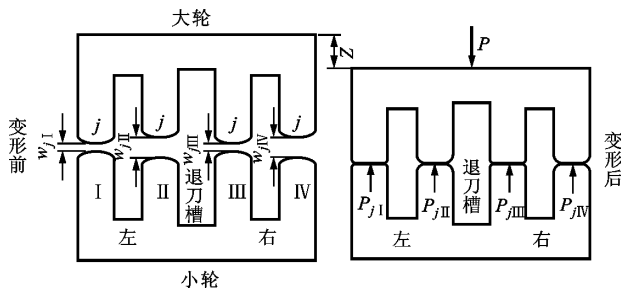


图 1 人字齿轮承载接触分析模型

由人字齿轮 LTCA 模型可求得左、右啮合齿对间的轴向力差值为

$$F_z = \sum_{k=1}^{\text{II}} \sum_{j=1}^n p_{jk} \cos \alpha_{jk} - \sum_{k=\text{III}}^{\text{IV}} \sum_{j=1}^n p_{jk} \cos \alpha_{jk} \quad (1)$$

式中: α_{jk} 为法向载荷与轴向的夹角,可通过轮齿几何接触分析(TCA)得到; p_{jk} 为瞬时接触椭圆长轴上的离散点载荷。

人字齿轮一个啮合周期分为 5 等分,若左右两端轴向力差值 F_{zi} ($i=1, \dots, 5$) 在允许的范围内,则认为左右两侧斜齿轮副载荷相等,计算得到的窜动量即为该啮合位置的轴向窜动量。需要说明的是,以往在用黄金分割法求解轴向窜动量时往往存在窜动时间过长的问题,究其原因一是窜动方向不正确,二是窜动步长需根据实际情况反复调整。本文根据每个啮合位置初始迭代时人字齿轮左右两端轴向力差值变小、变大、变化不明显 3 种情况来判断小轮轴向窜动方向,尤其是轴向力差值变化不明显时需要细致划分窜动步长因子,以便于快速找到黄金分割法的上下临界点,进而求出每个啮合位置的轴向窜动量,具体流程图如图 2 所示,图中 P 为法向总载荷。

1.2 齿向补偿修形

齿轮传动系统受载后轴系、轴承及箱体都会产生支撑变形,支撑变形引起左右齿面间隙变化,造成齿面偏载。小轮轴向窜动能够使左右斜齿轮副载荷

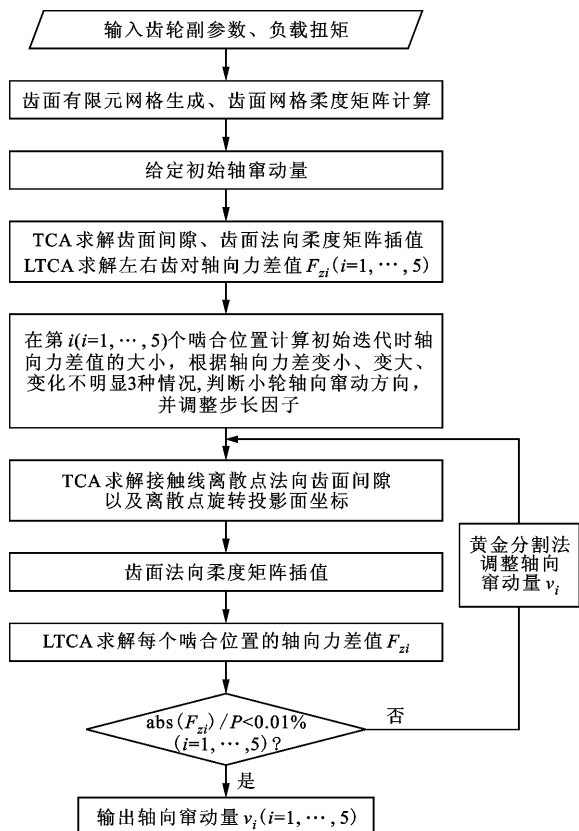


图2 黄金分割法求解轴向窜动量

基本相等,但不能完全改善单个斜齿轮齿面偏载的状况。因此,有必要在小轮轴向窜动时,进一步对其进行齿向补偿修形,齿向补偿修形时左右两侧斜齿轮修形方式不同。

图3表示人字齿轮副齿面偏载及齿向补偿修形的4种方式,箭头方向为偏载方向,椭圆表示载荷所处位置, \$y_L\$ 和 \$y_R\$ 表示齿向两端最大修形量。支撑变形的存在使得左右斜齿轮副间隙不一样,间隙小的地方齿面载荷大,间隙大的地方齿面载荷小,造成齿面偏载。齿向补偿修形的核心思路就是根据齿面偏载情况,在间隙小的地方采用较大修形量,在间隙

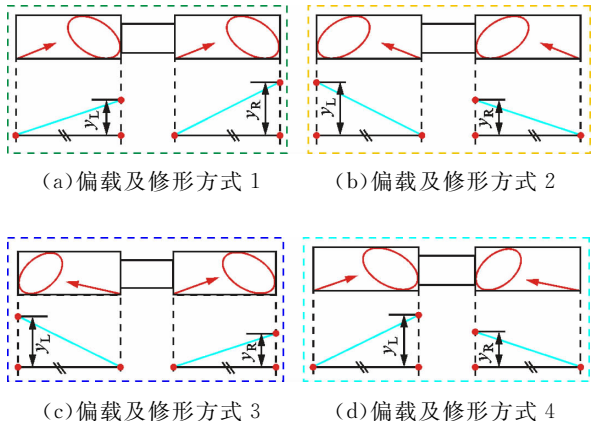


图3 齿面偏载及齿向补偿修形方式

大的地方采用较小修形量,通过修形量补偿左右齿面间隙的差异,达到齿面均载的目的。

1.3 拓扑修形

拓扑修形时左右两侧斜齿轮修形方式相同。修形曲线如图4所示,由两段二次抛物线和一段直线组成。图中 \$y_1\$ 和 \$y_3\$ 为齿根的最大修形量和修形长度; \$y_2\$ 和 \$y_4\$ 为齿顶的最大修形量和修形长度; \$y_5\$、\$y_6\$ 为齿向两端最大修形量; \$y_7\$ 为齿向不修形区域长度; \$s_1\$、\$s_2\$、\$s_3\$、\$s_4\$ 为修形点的位置坐标; \$h\$ 和 \$b\$ 分别为有效齿高和齿长。

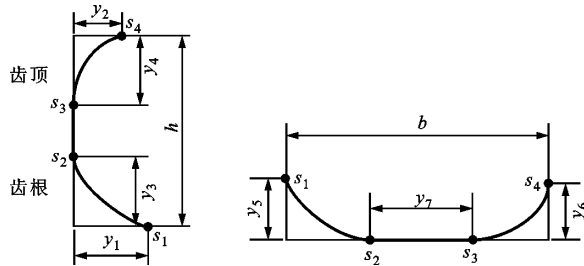


图4 齿轮拓扑修形曲线

1.4 复合修形曲面

将齿向补偿修形量和拓扑修形量两者叠加即为复合修形齿面的修形量。

首先根据修形曲线计算网格节点的修形量 \$\delta\$, 通过三次 B 样条对节点数据拟合得到光滑的修形曲面。旋转投影面与小轮理论齿面关系如下式

$$\begin{cases} x = \sqrt{r_{1x}^2 + r_{1y}^2} \\ y = r_{1z} \end{cases} \quad (2)$$

式中: \$r_{1x}\$、\$r_{1y}\$、\$r_{1z}\$ 分别为理论齿面位置矢量的坐标分量。

理论齿面与修形量曲面叠加得到修形齿面,其位矢和法矢可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{1r}(u_1, l_1) &= \mathbf{R}_1(u_1, l_1) + \delta(x, y) \mathbf{n}_1(u_1, l_1) \\ \mathbf{n}_{1r} &= \left(\frac{\partial \mathbf{R}_1}{\partial u_1} + \frac{\partial \delta}{\partial u_1} \mathbf{n}_1 + \delta \frac{\partial \mathbf{n}_1}{\partial u_1} \right) \times \left(\frac{\partial \mathbf{R}_1}{\partial l_1} + \frac{\partial \delta}{\partial l_1} \mathbf{n}_1 + \delta \frac{\partial \mathbf{n}_1}{\partial l_1} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

式中: \$\mathbf{R}_1(u_1, l_1)\$ 和 \$\mathbf{n}_1(u_1, l_1)\$ 分别为理论齿面的位矢和法矢; \$u_1\$ 和 \$l_1\$ 为齿面参数; \$\mathbf{R}_{1r}(u_1, l_1)\$ 和 \$\mathbf{n}_{1r}(u_1, l_1)\$ 分别为修形齿面的位矢和法矢。

2 修形优化模型

2.1 齿向补偿修形优化模型

根据人字齿轮 LTCA 模型可求得接触线上离散点载荷密度

$$\begin{aligned} w_{ij} &= 2p_{ij} / |L_{i,j} - L_{i,j-1}| + |L_{i,j} - L_{i,j+1}| \\ &\quad \left. \begin{aligned} 1 < j < n, 1 \leq i \leq m \\ w_{ij} &= p_{ij} / L_{i,j}, j=1, j=n, 1 \leq i \leq m \end{aligned} \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

式中: $L_{i,j}$ 为第*i*条接触线上第*j*个点的位置坐标; p_{ij} 为接触点载荷; n 为接触线上离散点数; m 为接触线数。

齿轮啮合过程中由于瞬时接触齿对齿面总载荷始终保持不变,所以保证左右齿面最大载荷密度最小,左右齿面载荷自然会均匀。齿向补偿修形的优化模型可表示为

$$\left. \begin{aligned} f_1(y_L,y_R) &= \min(\max(P_1)/\max(P_{10})) \\ f_2(y_L,y_R) &= \min(\max(P_2)/\max(P_{20})) \\ \text{s. t. } q_{\min} &\leq y_L,y_R \leq q_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: P_{10} 和 P_{20} 为修形前左右齿面载荷密度; P_1 和 P_2 为修形后左右齿面载荷密度; y_L 、 y_R 为优化变量; $q_{\min}$ 、 $q_{\max}$ 为修形量最小值和最大值。

2.2 拓扑修形优化模型

齿轮静态承载传动误差幅值是齿轮传动系统产生振动和噪声的主要因素。人字齿轮副承载传动误差 L_{TE} 和承载传动误差幅值 $A_{L_{TE}}$ 可分别表示为

$$L_{TE} = 3\,600 \times 180Z/\pi r_{b2} \cos\beta_b \quad (6)$$

$$A_{L_{TE}} = \max(L_{TE}) - \min(L_{TE}) \quad (7)$$

式中: r_{b2} 和 β_b 分别为大轮基圆半径和基圆螺旋角; Z 为LTCA求得的轮齿变形后的法向位移。

根据ISO标准给出的圆柱齿轮Blok闪温公式,齿面接触点的闪温^[17]可表示为

$$T_f =$$

$$1.11X_\Gamma X_J \frac{\mu_m \omega \mid v_{g1} - v_{g2} \mid}{(B_{M1}(v_{g1})^{1/2} + B_{M2}(v_{g2})^{1/2})(2b_H)^{1/2}} \quad (8)$$

式中: v_{g1} 、 v_{g2} 为小、大轮在啮合点处的切向速度, b_H 为接触椭圆短半轴长度,均可通过人字齿轮TCA和LTCA技术求出; X_J 为啮入系数; X_Γ 为载荷系数; μ_m 为平衡摩擦系数; B_{M1} 、 B_{M2} 为大小齿轮的热接触系数。

拓扑修形设计的优化模型可表示为

$$\left. \begin{aligned} f_3(y_1,y_2,y_3,y_4,y_5,y_6,y_7) &= \min(F_1/F_{10}) \\ f_4(y_1,y_2,y_3,y_4,y_5,y_6,y_7) &= \min(F_2/F_{20}) \\ \text{s. t } Q_{\min} &\leq y_1,y_2,y_5,y_6 \leq Q_{\max} \\ l_{\min} &\leq y_3,y_4,y_7 \leq l_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: F_{10} 和 F_{20} 为修形前的承载传动误差幅值和齿面最大闪温; F_1 、 F_2 为修形后的承载传动误差幅值和齿面最大闪温; y_i ($i=1,\cdots,7$)为优化变量; $Q_{\min}$ 、 $Q_{\max}$ 为修形量最小值和最大值; $l_{\min}$ 、 $l_{\max}$ 为修形长度最小值和最大值。

2.3 优化方法

由于本文目标函数为人字齿轮副TCA和LT-

CA计算结果,目标函数与优化变量之间无法直接建立精确的解析表达式,且在优化解空间内存在多个局部最优解,无法采用传统的优化算法。NSGA-II算法采用快速非支配排序算法和拥挤距离比较算子,同时引入精英策略,计算复杂度低,计算效率高,因此本文使用其求解上述优化模型^[18]。

3 算例与分析

本文齿轮副参数如表1所示,大轮负载扭矩为2 000 N·m,输入转速为3 500 r/min,齿轮本体温度为70℃,润滑油的环境黏度为0.02 Pa·s,润滑油黏压系数为11.4 GPa⁻¹。

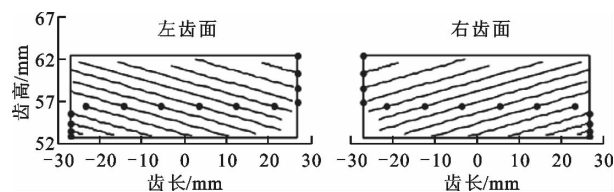
表1 齿轮副参数

参数	数值	
	小轮	大轮
齿数	17	44
法向模数/mm	6	6
压力角/(°)	20	20
螺旋角/(°)	24.43	-24.43
齿宽/mm	55×2	55×2
齿槽宽/mm	58	58

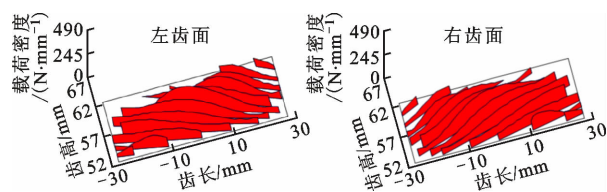
考虑支撑变形时,支撑变形引起水平面内轴夹角、垂直平面内轴夹角和中心距变化。研究结果表明,水平面内轴夹角误差 $\Delta\gamma$ 对齿面接触状况的影响最大^[19-20],此处 $\Delta\gamma$ 是支撑变形和随机安装误差综合作用的结果,因此本文仅分析水平面内轴夹角误差的影响。在人字齿轮小轮轴向固定和轴向窜动两种情况下, $\Delta\gamma$ 分别为0°、0.000 83°、0.001 67°、0.002 50°和0.003 33°时,齿面接触印痕和左右齿面载荷分布分别如图5和图6所示。

由图5a、5b可知,不考虑支撑变形($\Delta\gamma=0^\circ$)时,人字齿轮副左右齿面载荷相等且均匀分布,齿面接触印痕在节圆附近。 $\Delta\gamma=0^\circ$ 时,人字齿轮小轮轴向窜动与小轮轴向固定时仿真结果相同。考虑支撑变形时,由图5c~5j可知,当小轮轴向固定时,随着轴夹角误差增大,左齿面载荷越来越大,右齿面载荷越来越小,载荷朝一侧偏载越来越严重,且小轮齿面接触印痕朝齿根移动。当小轮轴向窜动时,通过两端斜齿轮轴向力相等自动确定轴向位置,由于轴向窜动改变了左右齿面的间隙,使得左右斜齿轮副载荷基本相等(见图6)。但是,对比图5c~5j和图6a~6h可知,小轮轴向固定和轴向窜动时齿面接触印痕基本相同,即小轮轴向窜动并没有改变齿面接触

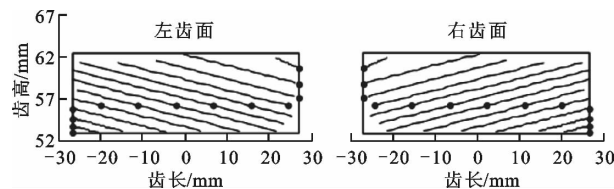
印痕。



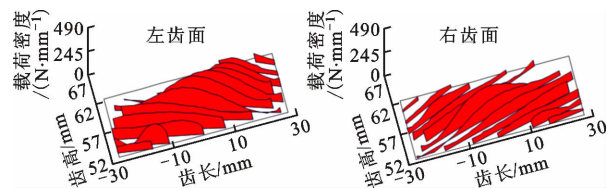
(a) $\Delta\gamma=0^\circ$ 时齿面接触印痕



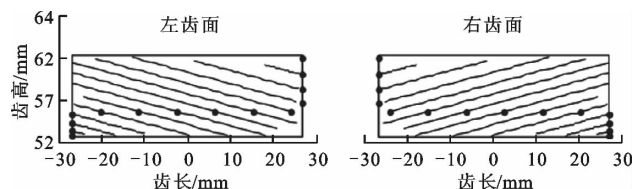
(b) $\Delta\gamma=0^\circ$ 时齿面载荷分布



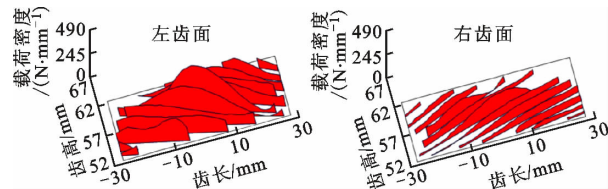
(c) $\Delta\gamma=0.000\ 83^\circ$ 时齿面接触印痕



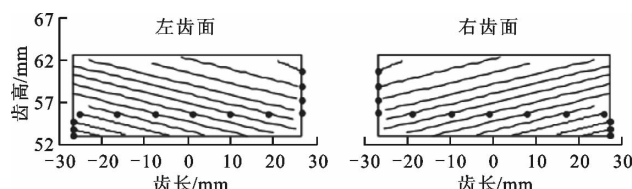
(d) $\Delta\gamma=0.000\ 83^\circ$ 时齿面载荷分布



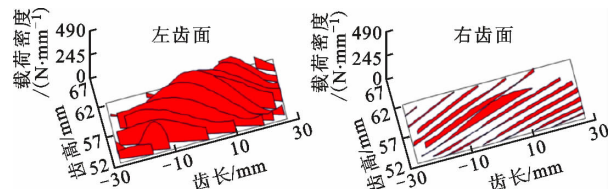
(e) $\Delta\gamma=0.001\ 67^\circ$ 时齿面接触印痕



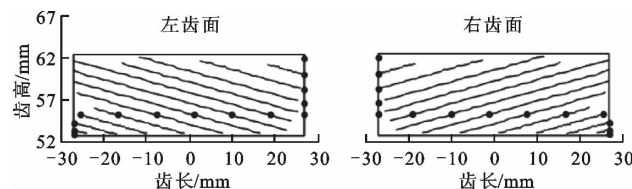
(f) $\Delta\gamma=0.001\ 67^\circ$ 时齿面载荷分布



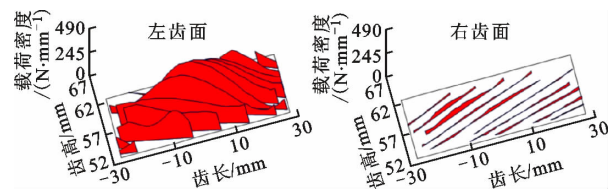
(g) $\Delta\gamma=0.002\ 50^\circ$ 时齿面接触印痕



(h) $\Delta\gamma=0.002\ 50^\circ$ 时齿面载荷分布

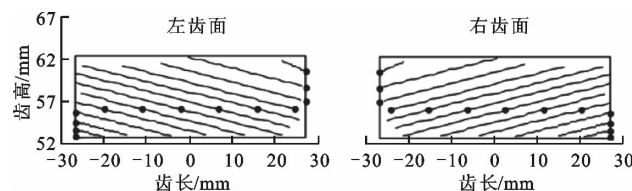


(i) $\Delta\gamma=0.003\ 33^\circ$ 时齿面接触印痕

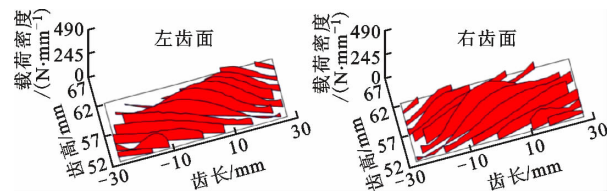


(j) $\Delta\gamma=0.003\ 33^\circ$ 时齿面载荷分布

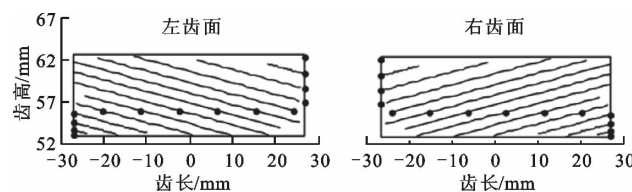
图5 小轮轴向固定时左右齿面接触印痕及齿面载荷分布



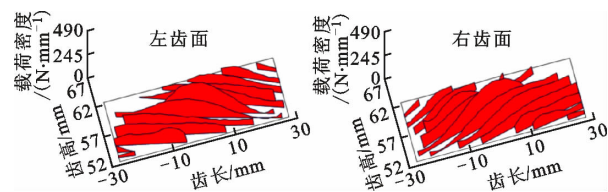
(a) $\Delta\gamma=0.000\ 83^\circ$ 时齿面接触印痕



(b) $\Delta\gamma=0.000\ 83^\circ$ 时齿面载荷分布



(c) $\Delta\gamma=0.001\ 67^\circ$ 时齿面接触印痕



(d) $\Delta\gamma=0.001\ 67^\circ$ 时齿面载荷分布

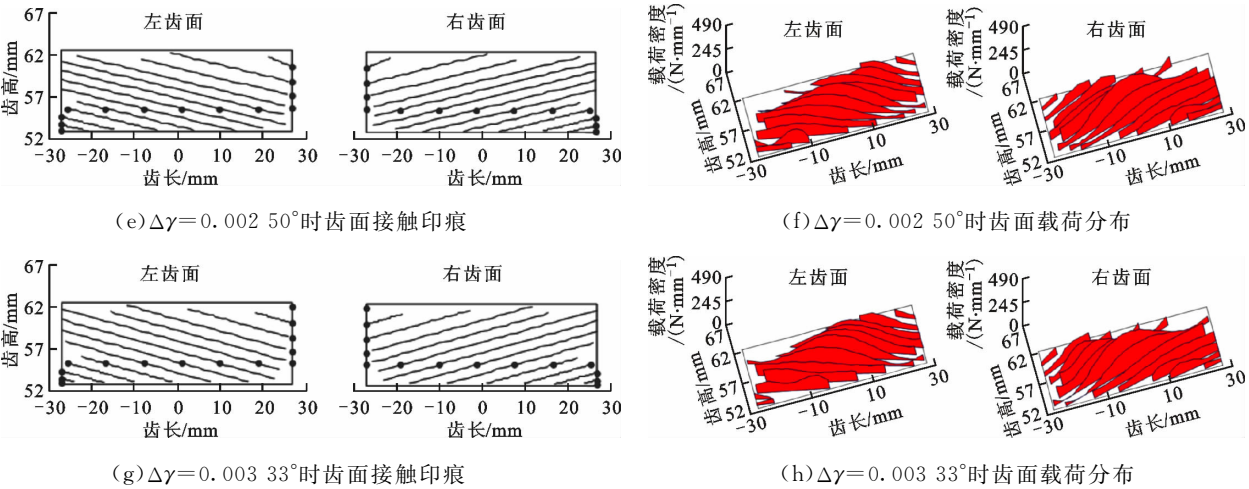


图 6 小轮轴向窜动时左右齿面接触印痕及齿面载荷分布

不同误差下小轮轴向窜动时的轴向窜动量见表 2,可知随着轴夹角误差增大轴向窜动量逐渐增大。对比小轮轴向固定和轴向窜动时左右齿面最大载荷密度和左右齿面载荷分配系数可知,小轮轴向窜动后左右齿面最大载荷密度基本相等(见表 3),但左右齿面载荷分配系数仍有差异(见图 7、图 8),表明小轮轴向窜动虽然可使左右斜齿轮副载荷基本相等,但是不能完全改善单个斜齿轮齿面载荷分布。

表 2 不同误差下小轮轴向窜动量

$\Delta\gamma/(^{\circ})$	轴向窜动量/ μm				
	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5
0.000 83	-2.53	-0.21	0.24	-1.01	-0.13
0.001 67	-5.35	-0.73	0.05	0.20	-0.33
0.002 50	-9.04	0.47	0.22	-0.53	-0.35
0.003 33	-11.45	-0.07	0.08	-0.49	0.16

表 3 左右齿面最大载荷密度

$\Delta\gamma/(^{\circ})$	最大载荷密度/ $(\text{N}\cdot\text{mm}^{-1})$			
	固定(左)	固定(右)	窜动(左)	窜动(右)
0.000 00	255.35	254.28	255.35	254.28
0.000 83	290.31	220.44	254.13	257.47
0.001 67	435.05	149.19	263.85	260.18
0.002 50	462.68	108.99	266.04	269.43
0.003 33	487.94	57.63	270.68	272.40

图 9 所示为水平面内轴夹角误差 $\Delta\gamma = 0.009\ 17^{\circ}$ 时齿向补偿修形后齿面接触印痕及齿面载荷分布,修形方式见图 3b 所示,优化后修形参数 $y_L = 9.15\ \mu\text{m}$, $y_R = 5.69\ \mu\text{m}$ 。由图 9a、9b 可知,当 $\Delta\gamma = 0.009\ 17^{\circ}$ 时,小轮齿面接触印痕已经基本到达

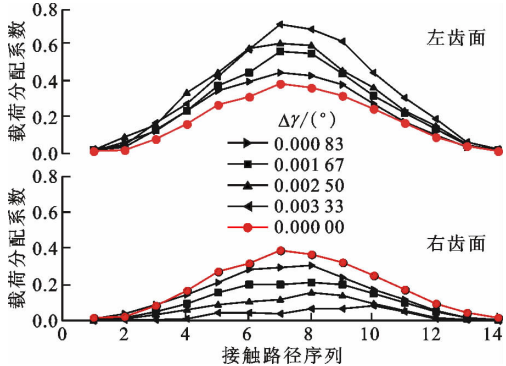


图 7 小轮轴向固定时左右齿面载荷分配系数

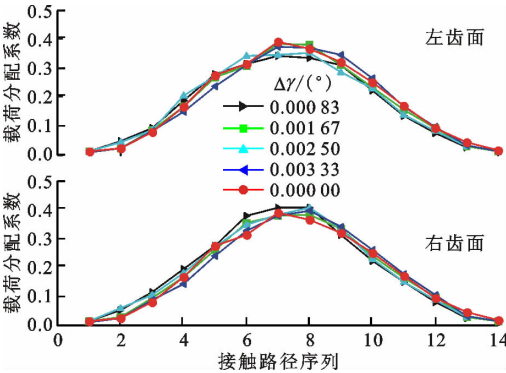


图 8 小轮轴向窜动时左右齿面载荷分配系数

有效齿面的边界,此时仅靠小轮轴向窜动虽然能够平衡左右斜齿轮副的载荷,但单个斜齿轮齿面载荷明显不同,即小轮轴向窜动不能完全改善单个斜齿轮齿面偏载的状况。对比图 9c、9d 可知,结合小轮轴向窜动并进一步通过齿向补偿修形后,不仅使得左右斜齿轮副载荷基本相等,而且改善了每一个斜齿轮齿面的载荷分布,同时小轮齿面接触印痕向节圆附近移动。

拓扑修形优化后的修形参数为 $y_1 = 11.69\ \mu\text{m}$,

$y_2 = 20.01 \mu\text{m}$, $y_3 = 0.64 \text{ mm}$, $y_4 = 2.23 \text{ mm}$, $y_5 = 10.98 \mu\text{m}$, $y_6 = 10.98 \mu\text{m}$, $y_7 = 12.64 \text{ mm}$ 。复合修形曲线如图 10 所示,复合修形后啮入点和啮出点发

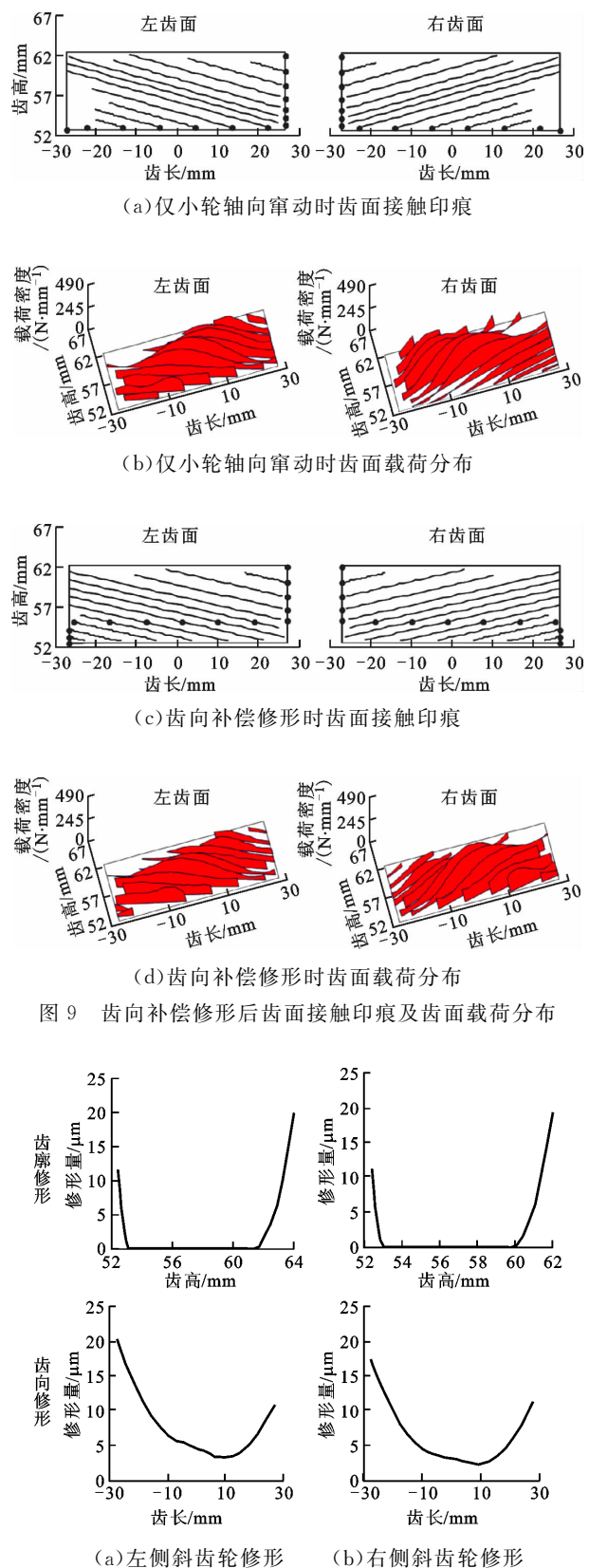


图 10 复合修形曲线

生转移,避免了边缘接触且左右齿面载荷向中部集中如图 11 所示。复合修形前后承载传动误差幅值如图 12 所示,齿面最大闪温如图 13 所示,复合修形后由于修形量补偿了三齿、两齿啮合区之间变形量的差异,轮齿在啮合转换点处能够平稳过渡,因此承载传动误差幅值大幅下降。同时复合修形后轮齿啮入、啮出端修形量较大,啮入、啮出端间隙增大,负载减小,油膜厚度增大,齿面润滑状态得到改善,所以齿面最大闪温降低。

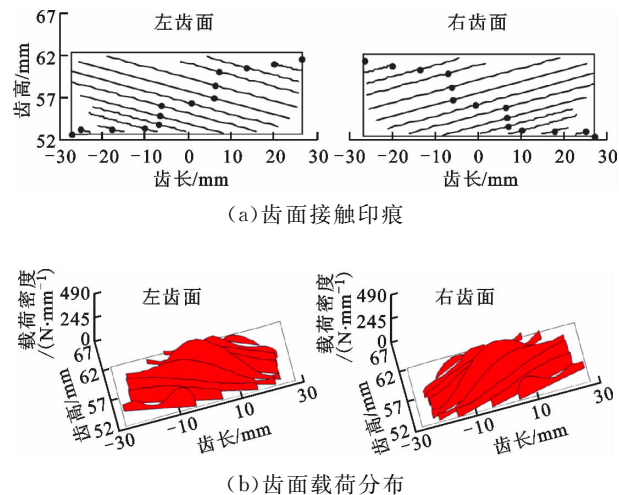


图 11 复合修形后齿面接触印痕及齿面载荷分布

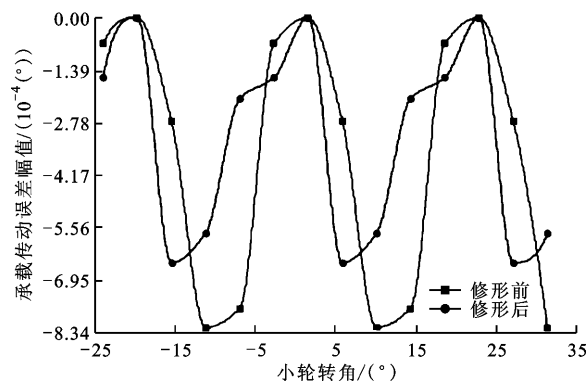


图 12 复合修形前后承载传动误差幅值

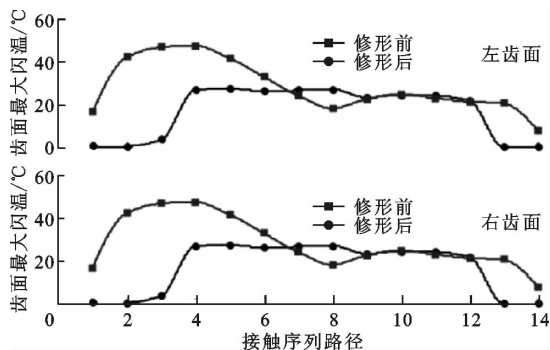


图 13 复合修形前后齿面最大闪温

4 结 论

针对人字齿轮左右两侧齿面对称性和精度控制比较困难,造成左右齿面载荷不完全对称易产生齿面偏载和振动的问题,提出了一种人字齿轮复合修形设计方法,研究了小轮轴向窜动和修形对左右齿面载荷分布的影响,得到以下结论:

(1)虽然人字齿轮小轮轴向窜动能使左右斜齿轮副载荷基本相等,但不能完全改善单个斜齿轮齿面偏载状况,且不会改变齿面接触印痕。

(2)轴向窜动结合齿向补偿修形,不仅能够使左右斜齿轮副载荷基本相等,而且能够改善每一个斜齿轮齿面的载荷分布,使齿面接触印痕向节圆靠近。

(3)复合修形在改善齿面载荷分布的同时能够大幅降低承载传动误差幅值和齿面最大闪温,进而提高人字齿轮副的啮合性能。

参考文献:

- [1] KRANTZ T L, RASHIDI M, KISH J G. Split torque transmission load sharing [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part G Journal of Aerospace Engineering, 1994, 208(2): 137-148.
- [2] KRANTZ T. A method to analyze and optimize the load sharing of split path transmissions; NASA-TM-107201 [R]. Cleveland, OH, USA: Lewis Research Center, 1996: 889-911.
- [3] GMIRYA Y, MATTEW A, PETER P, et al. Design and development of a modern transmission baseline configuration of the CH-53K drive system [C]// Proceedings of the American Helicopter Society 67th Annual Forum. Virginia Beach, VA, USA: The American Helicopter Society International, 2011: 2323-2334.
- [4] 高洁, 刘振侠, 扶碧波, 等. 直升机主减速器变形对传动性能的影响分析 [J]. 航空动力学报, 2018, 33(7): 1736-1742.
GAO Jie, LIU Zhenxia, FU Bibo, et al. Analysis of influence of helicopter main gearbox deformation on transmission performance [J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(7): 1736-1742.
- [5] 苟向锋, 祁常君, 陈代林. 考虑齿面接触温度的齿轮系统非线性动力学建模及分析 [J]. 机械工程学报, 2015, 51(11): 71-77.
GOU Xiangfeng, QI Changjun, CHEN Dailin. Non-linear dynamic modeling and analysis of gear system with tooth contact temperature [J]. Journal of Me-

chanical Engineering, 2015, 51(11): 71-77.

- [6] 王成, 方宗德, 贾海涛, 等. 人字齿轮承载接触分析的模型和方法 [J]. 热能动力工程, 2009, 24(4): 519-522.
WANG Cheng, FANG Zongde, JIA Haitao, et al. A model and method for load-bearing contact analysis of herringbone gears [J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2009, 24(4): 519-522.
- [7] 王成, 方宗德, 谷建功, 等. 人字齿轮承载接触分析与试验 [J]. 航空动力学报, 2010, 25(3): 718-722.
WANG Cheng, FANG Zongde, GU Jiangong, et al. Loaded tooth contact analysis of double helical gears and experimental investigation [J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(3): 718-722.
- [8] 王成, 方宗德, 贾海涛. 人字齿轮均载特性的理论分析与试验研究 [J]. 兵工学报, 2011, 32(1): 74-77.
WANG Cheng, FANG Zongde, JIA Haitao. Theoretical calculation and experimental study of load sharing for double helical gears [J]. Acta Armamentarii, 2011, 32(1): 74-77.
- [9] 蒋进科, 方宗德, 卞翔. 人字齿轮齿向修形优化设计 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(11): 86-92.
JIANG Jinke, FANG Zongde, BIAN Xiang. Optimal design of longitudinal correction of double helical gear [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2013, 45(11): 86-92.
- [10] 赵宁, 秋朋园, 刘贵立. 高重合度人字齿轮轮齿最佳修形优化设计 [J]. 国防科技大学学报, 2015, 37(1): 165-170.
ZHAO Ning, QIU Pengyuan, LIU Guili. Modification optimization of double helical gears with high contact ratio [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2015, 37(1): 165-170.
- [11] 杨硕文, 贺迪, 唐进元, 等. 基于 KISSsoft 软件的人字齿轮传动修形设计研究 [J]. 机械传动, 2018, 42(1): 1-6.
YANG Shuowen, HE Di, TANG Jinyuan, et al. Research of the design of double helical gear modification based on KISSsoft software [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2018, 42(1): 1-6.
- [12] 蒋进科, 方宗德, 贾海涛. 人字齿轮减振修形优化设计 [J]. 振动与冲击, 2015, 34(2): 9-13.
JIANG Jinke, FANG Zongde, JIA Haitao. Optimal design of minimum vibration for modified double helical gear [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(2): 9-13.
- [13] KANG M R, KAHRAMAN A. An experimental and

theoretical study of the dynamic behavior of double-helical gear sets [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 350: 11-29.

- [14] YUAN Bing, CHANG Shan, LIU Geng, et al. Quasi-static analysis based on generalized loaded static transmission error and dynamic investigation of wide-faced cylindrical geared rotor systems [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2019, 134: 74-94.
- [15] 甘来, 蒲伟, 肖科, 等. 混合润滑下螺旋锥齿轮抗胶合能力分析 [J]. *摩擦学学报*, 2019, 39(4): 426-433. GAN Lai, PU Wei, XIAO Ke, et al. Analysis of spiral bevel gears scuffing load capacity in mixed EHL regime [J]. *Tribology*, 2019, 39(4): 426-433.
- [16] 贾超, 方宗德, 张永振. 高速内啮合人字齿轮多目标优化修形 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2017, 49(1): 166-172. JIA Chao, FANG Zongde, ZHANG Yongzhen. Multi-objective optimal modification for internal double helical gears with high speed [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2017, 49(1): 166-172.
- [17] International Organization for Standardization. Calculation of scuffing load capacity of cylindrical, bevel and hypoid gears; Part 1 Flash temperature method; ISO/TR 13980-1; 2000 [S]. Geneva, Switzerland; ISO, 2000: 1-39.
- [18] AHMED F, DEB K. Multi-objective optimal path planning using elitist non-dominated sorting genetic algorithms [J]. *Soft Computing*, 2013, 17(7): 1283-1299.
- [19] LI Shuting. Effects of misalignment error, tooth modifications and transmitted torque on tooth engagements of a pair of spur gears [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, 83: 125-136.
- [20] LIN Tengjiao, HE Zeyin. Analytical method for coupled transmission error of helical gear system with machining errors, assembly errors and tooth modifications [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 91(7): 167-182.

[本刊相关文献链接]

- 刘玄, 方宗德, 赵宁, 等. 高重合度斜齿轮多齿对啮合的补偿修形设计与分析. 2020, 54(11): 56-64. [doi: 10. 7652/xjtuxb202011007]
- 贾超, 姚立纲, 张俊, 等. 修形渐开线斜齿轮啮入冲击计算. 2020, 54(9): 58-65. [doi: 10. 7652/xjtuxb202009006]
- 蒋进科, 刘钊, 刘红梅. 齿面磨损最小直齿锥齿轮 Ease-off 修形设计与分析. 2020, 54(6): 99-106. [doi: 10. 7652/xjtuxb201906007]
- 蒋进科, 方宗德, 刘钊. Ease-off 拓扑修形准双曲面齿轮齿面多目标优化设计方法. 2019, 53(6): 44-53. [doi: 10. 7652/xjtuxb201906007]
- 张西金, 方宗德, 郭芳, 等. 混合弹流润滑修形斜齿轮齿面摩擦功率损耗. 2019, 53(1): 11-17. [doi: 10. 7652/xjtuxb201901002]
- 付学中, 方宗德, 崔艳梅, 等. 面齿轮传动全齿面闪温分布与抗胶合修形优化. 2018, 52(11): 120-126. [doi: 10. 7652/xjtuxb201811018]
- 付学中, 方宗德, 关亚彬. 采用 NSGA-II 算法的面齿轮副小轮拓扑修形多目标优化. 2017, 51(7): 98-104. [doi: 10. 7652/xjtuxb201707015]
- 褚坤明, 王家序, 蒲伟, 等. 混合润滑状态下滤波减速器的啮合冲击分析与修形方法. 2015, 49(7): 140-148. [doi: 10. 7652/xjtuxb201507023]
- 蒋进科, 方宗德, 苏进展. 宽斜齿轮多目标修形优化设计. 2014, 48(8): 91-97. [doi: 10. 7652/xjtuxb201408016]
- 王成龙, 周建星, 孙文磊, 等. 行星齿轮传动柔性齿圈齿根动应力计算及光纤光栅检测方法. 2020, 54(6): 122-132. [doi: 10. 7652/xjtuxb202006016]
- 王靖岳, 李建刚, 王浩天. 采用改进多点最优最小熵反褶积的齿轮箱复合故障特征提取. 2020, 54(5): 70-77. [doi: 10. 7652/xjtuxb202005010]
- 姚斌, 卢杰, 蔡志钦, 等. 螺杆转子成形磨削用砂轮廓形的包络-像素设计方法. 2020, 54(2): 16-23. [doi: 10. 7652/xjtuxb202002003]
- 陈保家, 黄伟, 李立军, 等. 最大重叠离散小波包变换边际谱特征在齿轮故障诊断中的应用. 2020, 54(2): 35-42. [doi: 10. 7652/xjtuxb202002005]

(编辑 武红江)