

改进型双稳随机共振系统及其 在轴承故障诊断的应用

王慧, 张刚, 张天骐

(重庆邮电大学通信与信息工程学院, 400065, 重庆)

摘要: 针对经典双稳随机共振系统(CBSR)的输出饱和现象降低系统输出信噪比的问题,提出一种改进型双稳随机共振系统。将 CBSR 中限制粒子运动的四次型势函数改进为分段二次型双稳势函数,并代入到由势函数、噪声以及微弱周期信号驱动的朗之万方程中,得到非饱和分段双稳随机共振系统。该系统结构简单,可通过调节系统参数实现最佳随机共振。进一步,通过绝热近似理论,得到表征系统性能的输出信噪比表达式,当输出信噪比随系统参数以及噪声参数增加呈现非单调变化时,系统发生随机共振。将改进系统应用于轴承故障诊断,结果表明,在相同参数下,改进系统的输出信噪比共振曲线整体高于 CBSR 及分段非线性双稳随机共振系统(PNBSR),系统能够有效检测出故障信号频率,在内外圈故障诊断中,输出信噪比较 PNBSR 系统分别提高了 2.4 dB 与 1.8 dB,证明改进系统可有效增强系统输出信噪比。

关键词: 随机共振;轴承故障诊断;信噪比;周期信号

中图分类号: TM911.23 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202004014 **文章编号:** 0253-987X(2020)04-0110-08



OSID 码

Improved Bistable Stochastic Resonance System and Its Application in Bearing Fault Diagnosis

WANG Hui, ZHANG Gang, ZHANG Tianqi

(School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and
Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: Aiming at the problem that the output saturation of the classical bistable stochastic resonance system (CBSR) reduces the output signal-to-noise ratio of the system, an improved bistable stochastic resonance system is proposed. The quaternary potential function which restricts particle motion in CBSR is improved to the piecewise quadratic potential function and substituted into Langevin equation driven by potential function, noise and weak periodic signal, thus an unsaturated piecewise bistable stochastic resonance system is obtained. The improved system is simple in structure and can achieve the best stochastic resonance by adjusting the system parameters. Furthermore, the expression of the output signal-to-noise ratio (SNR) is obtained following adiabatic approximation theory. It is found that when the output SNR changes nonmonotonically with the increasing system parameters and noise parameters, stochastic resonance occurs in the system. Simulation shows that with the same parameters, the output SNR resonance curves of the improved system are higher than those of the CBSR and PNBSR

systems. The improved system is applied to the bearing fault diagnosis, and the experimental results indicate that in the inner and outer ring fault diagnosis, the output SNR of PNBSR system is increased by 2.4 dB and 1.8 dB respectively, which verifies that the improved system can effectively enhance the output SNR of the system.

Keywords: stochastic resonance; bearing fault diagnosis; signal-to-noise ratio; periodic signal

轴承作为机械设备中不可缺少的部件,极易在使用过程中出现故障,因此故障信号的提取诊断至关重要,一直是大型机械设备中困扰业界的主要问题^[1]。Benzi 等人发现的随机共振(SR)现象^[2]迅速引起人们的关注。与传统消除或抑制噪声^[3-4]的信号检测方法不同,SR 通过弱周期信号、噪声驱动及非线性系统 3 个重要要素^[5-6]协同作用,将噪声能量转移到特征信号来增强信号的输出信噪比^[7]。由于其噪声辅助特性,SR 迅速得到广泛应用^[8]。

基于绝热近似理论和线性响应理论,传统随机共振能有效地检测与提取淹没于强噪声中的微弱信号,通常发生于小参数信号条件下^[9-11]。对于轴承故障信号等大参数信号,众多文献将其处理为相应的小参数信号进行研究^[12-13]。然而,经典双稳系统存在的输出饱和缺点,使得采用 SR 对信号进行检测受到限制。Li 等提出新型分段线性双稳势函数,突破 CBS 的饱和性,输出信噪比得到增强^[14]。Qiao 等提出一种新型自适应非饱和系统,并分别对其抗噪能力、信号增强性能以及故障信号提取做了研究^[15]。Zhang 等对加性与乘性噪声共同驱动下的新型双稳系统的非饱和特性进行研究^[16]。以上大部分研究都是基于高斯白噪声进行研究,但高斯白噪声是一种理想化的噪声,自然界中存在的可能性极小。Jin 等研究了乘性二值噪声与加性白噪声共同驱动的周期势中的相干性及其 SR 现象^[17]。三值噪声与二值噪声共同称为随机电报过程,但三值噪声包含二值噪声,过程更复杂。Zhou 等对于三值噪声驱动下的时滞双稳系统进行了研究^[18]。Qi 等研究了欠阻尼下的周期势模型在对称三值噪声下的 SR 现象^[19]。自然界中的涨落波动过程能够更好地通过三值噪声进行刻画,因此对于三值噪声驱动的 SR 现象有重要的研究意义。

针对以上研究,本文提出一种结构更简单的改进分段双稳随机共振系统(UPBSR),对其输出信噪比进行推导,并在三值噪声下进行仿真,分别研究系统参数 a 、 b 以及三值噪声参数 a_3 、 q 、 τ_{cor} 对信噪比增益的影响,结果与分段非线性双稳随机共振系统(PNBSR)进行比较。将该系统应用于轴承故障诊

断,结果证明,UPBSR 克服了经典双稳随机共振系统(CBSR)的输出饱和特性,提高了系统的输出信噪比,信号增强性能与抗噪性能都优于 PNBSR,对于提取早期轴承故障信号有一定的研究意义。

1 UPBSR 系统

忽略惯性,随机共振系统在过阻尼条件下的朗之万方程如下

$$dx/dt = dU_n(x)/dx + S(t) + N(t) \quad (1)$$

式中: $N(t)$ 为外加噪声; $S(t)$ 为输入周期信号。经典双稳势函数

$$U_n(x) = -\frac{a_n}{2}x^2 + \frac{b_n}{4}x^4 \quad (2)$$

由图 1 的 CBSR 势函数图看出,CBSR 系统有两个稳定点($x_{\min} = \pm \sqrt{a_n/b_n}$)和一个不稳定点($x_{\max} = 0$),势垒高度 $\Delta = a_n^2/4b_n$ 。当 $\text{abs}(x) \geq \sqrt{a_n/b_n}$ 时,两侧势阱壁由于 x^4 非常陡峭,发生随机共振需要更多的能量而变得更加困难。

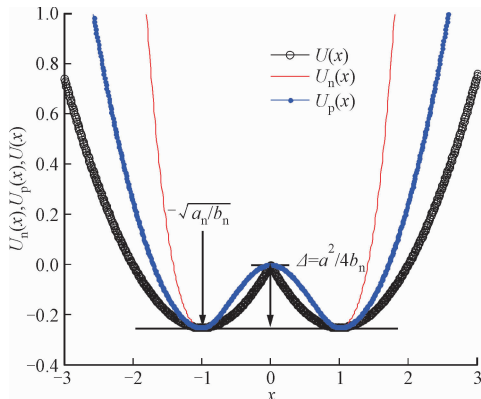


图1 CBSR、UPBSR 与 PNBSR 的势函数

若突破 CBSR 输出饱和现象,即外加周期信号在噪声的协助下,随着信号强度不断增强,信号的输出趋于稳定,不再继续增大^[14],必须消除势函数 x^4 的限制,即势函数随着输出 x 的增加应缓慢变化甚至保持不变;势阱壁斜率能通过变化参数进行调整,从而控制布朗粒子的运动,改变粒子的 Kramers 逃逸率。文献^[16]提出了一种分段非线性双稳随机共振系统(PNBSR),克服了输出饱和,提高了输出信噪比与信号增强性能,其势函数为

$$U_p(x) =$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}a_p(x + \sqrt{a_p/b_p})^2 - \frac{a_p^2}{4b_p}, & x < -\sqrt{a_p/b_p} \\ -\frac{1}{2}a_px^2 + \frac{1}{4}b_px^4, & |x| \leq \sqrt{a_p/b_p} \\ \frac{1}{2}a_p(x - \sqrt{a_p/b_p})^2 - \frac{a_p^2}{4b_p}, & x > \sqrt{a_p/b_p} \end{cases} \quad (3)$$

本文在 PNBSR 基础上提出一种结构更加简单、势阱宽度更宽的 UPBSR

$$U(x) = \begin{cases} \frac{a}{4}(x^2 + 2\sqrt{\frac{a}{b}}x), & x \leq 0 \\ \frac{a}{4}(x^2 - 2\sqrt{\frac{a}{b}}x), & x > 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中: $a > 0; b > 0$ 。图 1 为 CBSR、UPBSR 与 PNBSR 的势函数图, 当 $a_n = a_p = a = 1, b_n = b_p = b = 1$ 时, 稳定点 ($x_{\max} = \pm 1$)、不稳定点 ($x_{\max} = 0$) 和势垒高度 ($\Delta = 1/4$) 均相同。 $U(x)$ 势阱宽度更宽, 势阱壁变化更缓慢, 保证粒子能量足以继续向上进行运动。

将式(4)代入式(1), 首先设噪声强度 $D = 0$, $S(t) = A \cos(2\pi \times 0.05t)$, 运用四阶 Runge-Kutta 法进行仿真求解。图 2 为 CBSR、PNBSR 与 UPBSR 的输出信号振幅 A_{out} 随输入信号振幅 A_{in} 的变化, CBSR 的输出随 A_{in} 的增加基本平稳, 而 PNBSR 与 UPBSR 的输出随 A_{in} 的增加成比例增加, 但 UPBSR 相比 PNBSR 变化更明显。这说明 UPBSR 不存在输出饱和特性, 信号增强能力更加突出。

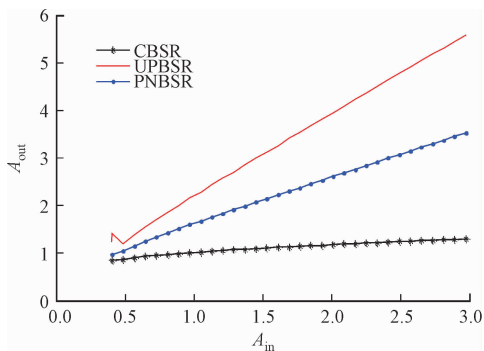


图2 CBSR、PNBSR 与 UPBSR 的输出信号振幅随输入信号振幅的变化

2 UPBSR 的输出信噪比

2.1 UPBSR 的输出信噪比公式

高斯白噪声的特性表示为 $\langle N(t) \rangle = 0, \langle N(t) \cdot N(t + \tau) \rangle = 2D\delta(\tau)$, τ 为时间间隔。信噪比为噪声功率与输出信号功率之比, 是描述 SR 现象最常见的性能指标, 信噪比越大说明系统抗噪性能越好。

根据绝热近似理论, 过程 x 达到稳定状态 $x_{\pm}$ 的平均首次穿越时间 $\tau_{\pm}^{-1}$ 为^[10]

$$\tau_{\pm}^{-1} = \frac{1}{D} \left\{ \left[\int_{-\infty}^A \exp(-U(x)/D) dx \right] \cdot \left[\int_{-\infty}^A \exp(U(x)/D) dx \right] \right\} \quad (5)$$

将式(4)代入式(5), 则

$$\begin{aligned} \tau^{-1} &= \frac{1}{D} \left\{ \left[\int_{-2\sqrt{a/b}}^{-\sqrt{a/b}} \exp \left[\frac{a}{4D} (x^2 + 2\sqrt{a/b}x) \right] dx \right] \cdot \right. \\ &\quad \left[\int_{-\sqrt{a/b}}^0 \exp \left[\left(\frac{a}{4D} \right) (x^2 + 2\sqrt{a/b}x) \right] dx \right] \right\} = \\ &\quad - \frac{4bD}{a^3} \left[2 \exp \left(\frac{a^2}{2bD} \right) - \exp \left(\frac{a^2}{bD} \right) - 1 \right] \cdot \\ &\quad \left[\int_{-2\sqrt{a/b}}^{-\sqrt{a/b}} \exp \left(\frac{a}{4D} x^2 \right) dx \int_{-\sqrt{a/b}}^0 \exp \left(\frac{a}{4D} x^2 \right) dx \right] \quad (6) \end{aligned}$$

式中: $[\cdot]$ 为超越函数不能进行精确积分。由于 UPBSR 为对称势模型, 当状态达到稳定时, $\tau^{-1} = \tau_+^{-1}$ 。因此, UPBSR 的 Kramers 逃逸率为 $r = \tau_- = \tau_+$ 。根据 CBSR 的输出信噪比公式^[15], UPBSR 的输出信噪比为

$$R_{\text{SNR}} = \left[\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega \right] / S_N(\Omega) = \frac{\pi}{2} \left(\frac{A\sqrt{a/b}}{D} \right)^2 r \quad (7)$$

图 3 为不同系统参数下输出信噪比随 D 的变化曲线, 从中可见输出信噪比随 b 的增加而增加, 因此, 选择合适的系统参数能够产生最佳 SR。图 4 为系统参数 a, b 与噪声强度 D 对输出信噪比的影响。图 4a 中固定参数 $A = 1, b = 0.15$, 图 4b 中固定参数 $A = 1, a = 0.2$ 。输出信噪比随 a, b 与 D 的增加均呈非单调变化, 说明均产生 SR 现象, 因此选择合适的系统参数对于最佳 SR 的发生有重要的影响。

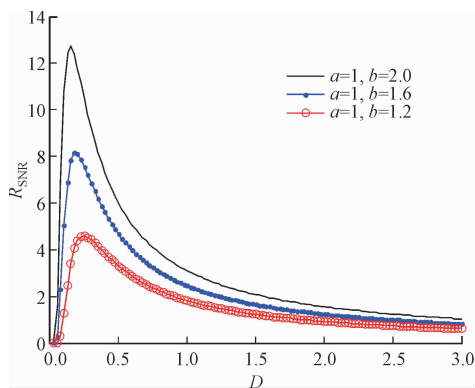
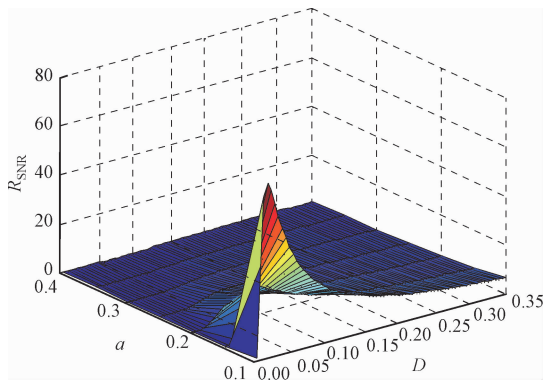
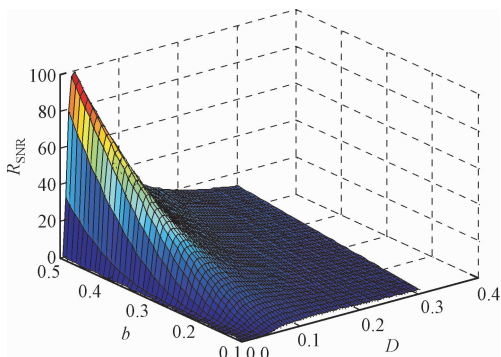


图3 不同系统参数下输出信噪比随 D 的变化

2.2 UPBSR 的输出信噪比模拟仿真

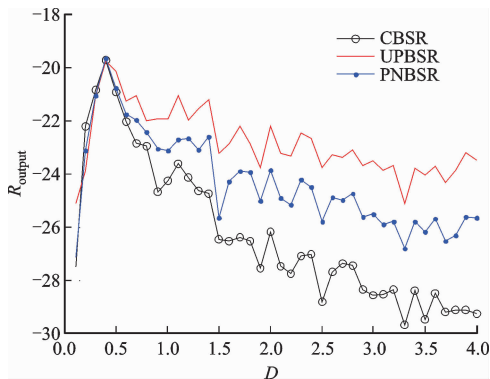
为了进一步验证推导公式的正确性, 设输入周期信号 $S(t) = 0.01 \cos(2\pi \times 0.01t)$, 并利用四阶

(a) 随参数 a 与 D 变化(b) 随参数 b 与 D 变化图4 系统参数与 D 对 UPBSR 的输出信噪比的影响

Runge-Kutta 法对其进行高斯白噪声下的数值求解,图5为 $a_n = a_p = a = 1, b_n = b_p = b = 2$ 时 D 随信噪比变化的仿真结果,输出信噪比为输出信号功率与噪声平均功率的比值

$$R_{\text{output}} = P_{\text{Sout}}(f_0) / P_{\text{Nout}}(f_0) \quad (8)$$

式中: $P_{\text{Sout}}(f_0)$ 为输出信号的功率; $P_{\text{Nout}}(f_0)$ 为噪声平均功率。输出信噪比随 D 的增加呈非线性变化,均产生 SR 现象,此时 UPBSR 的仿真结果与前面的理论推导结论一致。当 $D > 0.5$ 时,UPBSR 的输出信噪比高于其他两系统且减缓速度慢,说明 UPBSR 系统具有较好的抗噪性能。

图5 不同系统输出信噪比随 D 的变化

3 对称三值噪声下的 UPBSR

3.1 对称三值噪声

为了研究在复杂的环境下系统的抗噪性能以及对信号的放大性能,设输入噪声 $N(t)$ 为对称三值噪声^[19],取值为 $(a_3, b_3, -a_3)$,其中令 $b_3 = 0$,三值之间跃迁发生的稳态概率密度为 $P_s(a_3) = P_s(-a_3) = q$,相应的跃迁概率为

$$\left. \begin{aligned} P(\pm a_3, t + \tau | 0, t) &= P(-a_3, t + \tau | a_3, t) = \\ &P(a_3, t + \tau | -a_3, t) = q(1 - e^{-v\tau}) \\ P(0, t + \tau | \pm a_3, t) &= (1 - 2q)(1 - e^{-v\tau}) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中:噪声关联时间 $\tau > 0$;稳态概率值 $0 < q < 0.5$;转移概率 $v > 0$,为噪声相关时间 τ_{cor} 的倒数,即 $v = 1/\tau_{\text{cor}}$ 。三值噪声均值为

$$\langle N(t) \rangle = a_3 q + b_3(1 - 2q) + (-a_3)q = 0 \quad (10)$$

噪声强度为

$$D = \frac{1}{v} \left\{ a_3^2 q + b_3^2(1 - 2q) + (-a_3)^2 q - [a_3 q + b_3(1 - 2q) + (-a_3)q]^2 \right\} = \frac{2a_3^2 q}{v} = 2\tau_{\text{cor}} a_3^2 q \quad (11)$$

输出信噪比增益(R_{SNRI})能够很好地刻画系统的抗噪性能以及输入信号的增强程度,值越大信号抗噪性能越好,对信号的放大性能越好

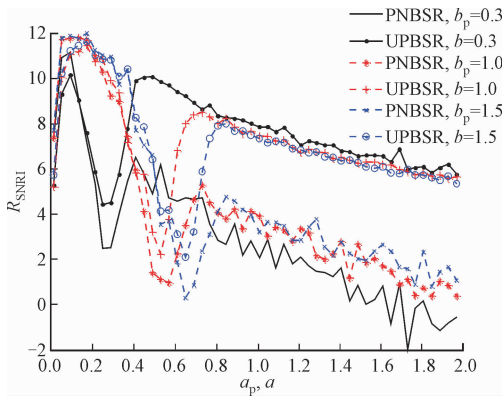
$$R_{\text{SNRI}} = R_{\text{output}} - R_{\text{input}} \quad (12)$$

式中: R_{output} 、 R_{input} 分别为输出、输入信噪比。

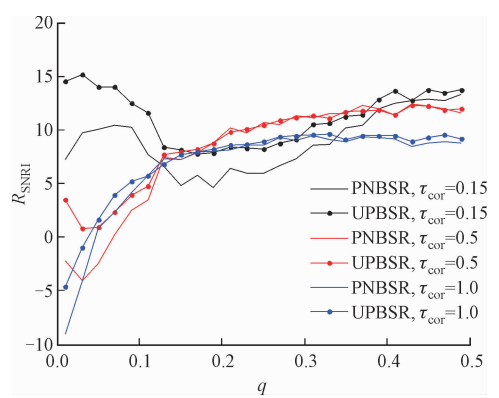
3.2 对称三值噪声下 UPBSR 的仿真

调节系统参数 a 与 b 能够改变势函数的结构,进而影响 SR 现象。当输入周期信号为 $S(t) = 0.01 \cos(2\pi \times 0.01t)$ 时,三值噪声下系统参数 a 与 b 对 R_{SNRI} 的影响如图6所示,其中 $a_3 = 0.3, q = 0.2, \tau_{\text{cor}} = 0.5$ 。根据 $\Delta = a^2/4b$,当 a 增大时, Δ 增高,粒子需要更多能量越过势垒,易发生阱内共振,而 a 减小时粒子易于越过势垒跃迁,易发生阱间共振; b 则相反,因此图6中各条件下均出现双峰现象,且 UPBSR 的 R_{SNRI} 峰值均高于 PNBSR 的。由于发生阱内共振,因此第2个峰相对第1个峰值较小,且峰右移见图6a。图6b显示峰同样右移,因此合适的参数共同控制势函数的结构,从而发生最佳 SR。

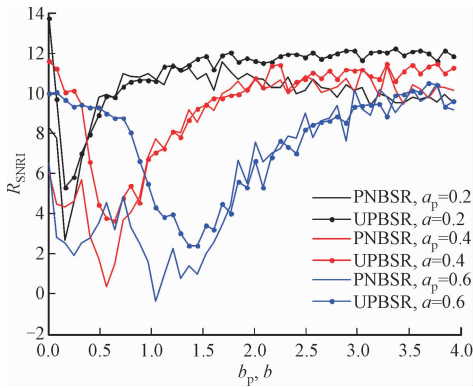
噪声辅助是 SR 增强信号的一大特点,对噪声参数分析非常重要。三值噪声参数对 R_{SNRI} 的影响如图7所示, R_{SNRI} 呈非线性变化,均发生 SR,且 UP-



(a)不同 b_p 和 b 下 R_{SNRI} 随 a_p 或 a 的变化

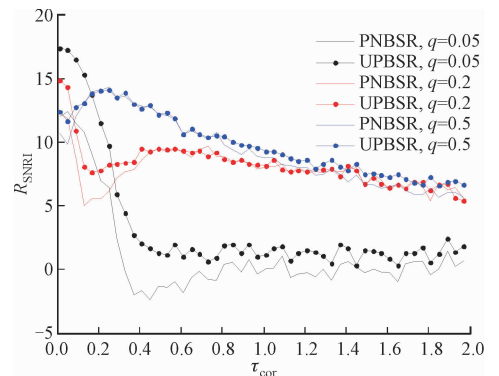


(b)不同 τ_{cor} 下 R_{SNRI} 随 q 变化



(b)不同 a_p 和 a 下 R_{SNRI} 随 b_p 或 b 的变化

图6 R_{SNRI} 与系统参数的关系

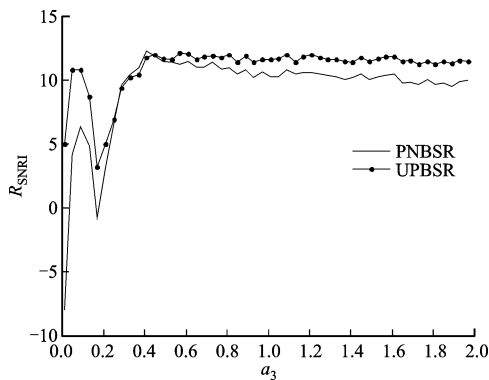


(c)不同 q 下 R_{SNRI} 随 τ_{cor} 变化

图7 R_{SNRI} 与三值噪声参数的关系

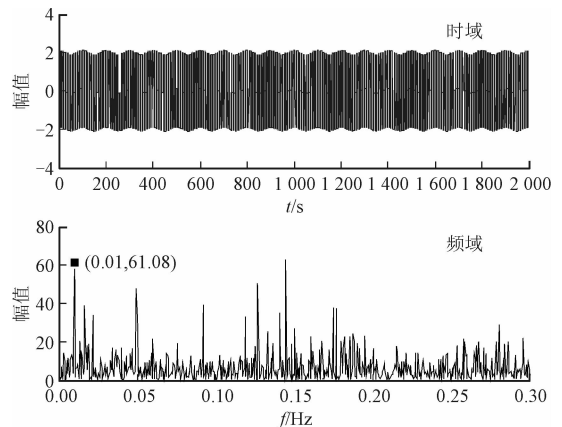
BSR 的 R_{SNRI} 均高于 PNBSR 的,说明 UPBSR 系统有更强的抗噪能力。随 τ_{cor} 增加, R_{SNRI} 由双峰变为单峰(见图 7b)。固定 a 与 b 后,势垒高度与势阱宽度均已固定。当给定的 τ_{cor} 很小时,若 q 很小,粒子能量不足以发生跃迁,发生阱内共振,随 q 增大,粒子积累能量越过势垒,发生阱间共振。若给定 τ_{cor} 合适,即使 q 较小,粒子已有足够能量越过势垒发生阱间共振,因此系统为单峰共振。

图 8 为 PNBSR 与 UPBSR 两系统在时域与频域的输入与输出,文中幅值均为相对值。输入信号



(a) R_{SNRI} 随 a_3 变化

为 $S(t)=0.1\cos(2\pi\times0.01t)$,取 $a_p=a=0.5, b_p=b=1.5$ 。特征信号在时域被噪声完全淹没,频谱图中很难识别出正确的故障信号频率(见图 8a),输出信噪比为 -22.9048 dB 。图 8b 中的故障特征信号被突出,但周围仍被干扰频率包围,输出信噪比增加到 -12.4029 dB 。图 8c 中的特征频率明显突出且幅值大大增加,输出信噪比增加到 -10.6083 dB 。结果证明,UPBSR 系统能够有效提高输出信噪比,并能有效提取故障特征信号。



(a)原始加噪信号

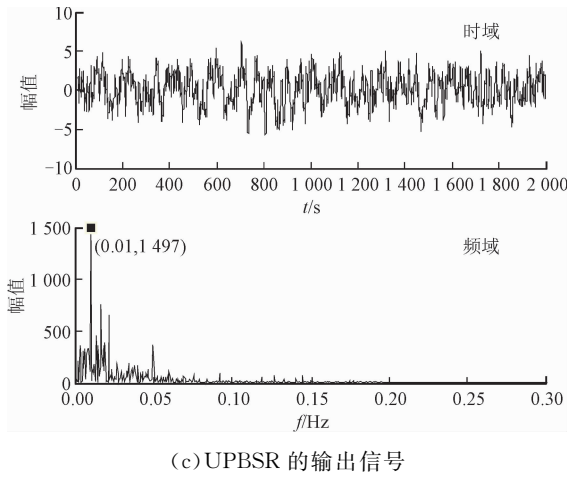
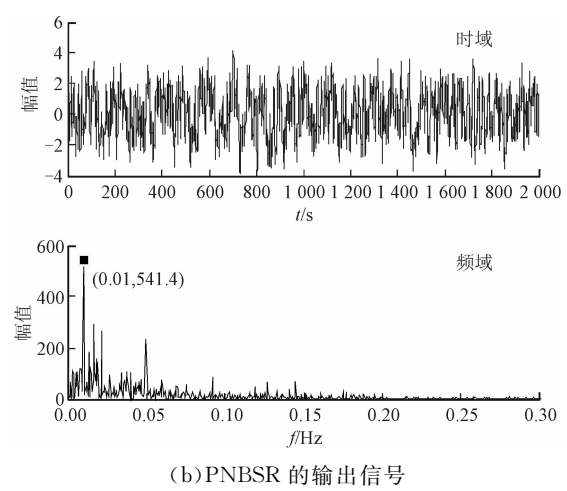


图 8 三值噪声下各系统输出的时频信号

4 UPBSR 轴承故障检测应用

为验证 UPBSR 相比 PNBSR 在工程应用的有效性,以及对轴承故障信号提取性能的优越性,分别用 UPBSR 与 PNBSR 对凯斯西储大学(CWRU)轴承数据中心提供的深沟球轴承的内圈、外圈轴承故障数据^[20]进行检测,其主要结构参数如表 1 所示。图 9 为轴承 6205-2RS JEM SKF 实验装置。轴承外圈与内圈的故障频率可通过以下式计算得出

$$f_{\text{BPFO}} = 0.5nf_r\left(1 - \frac{d}{D_f}\cos\alpha\right) \tag{13}$$

$$f_{\text{BPFI}} = 0.5nf_r\left(1 + \frac{d}{D_f}\cos\alpha\right) \tag{14}$$

式中: $f_r=1\,750\text{ r/min}$ 为轴承转速,即转动频率为 $29.166\,7\text{ Hz}$; n 为滚珠数量; d 为滚动体的直径; D_f 为轴承的节径; α 为轴承的接触角。通过式(13)与(14)计算得出 $f_{\text{BPFI}}=157.94\text{ Hz}$ 和 $f_{\text{BPFO}}=104.57\text{ Hz}$ 。设采样频率为 $f_s=12\text{ kHz}$,得到 12 万个数据点,从中选择 10 000 个数据点。该实验数据所研究

的故障类型为剥落故障。主轴转速为 $1\,750\text{ r/min}$,缺陷尺寸为 $0.533\,4\text{ mm}$ 。

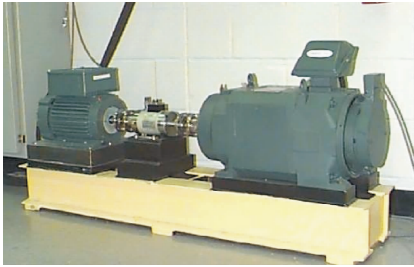


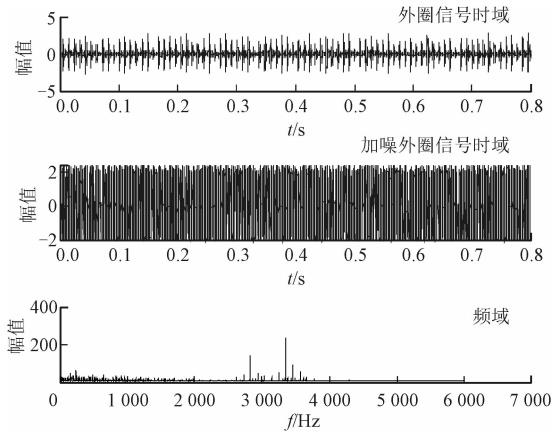
图 9 6205-2RS JEM SKF 实验装置

表 1 滚动轴承的主要结构参数

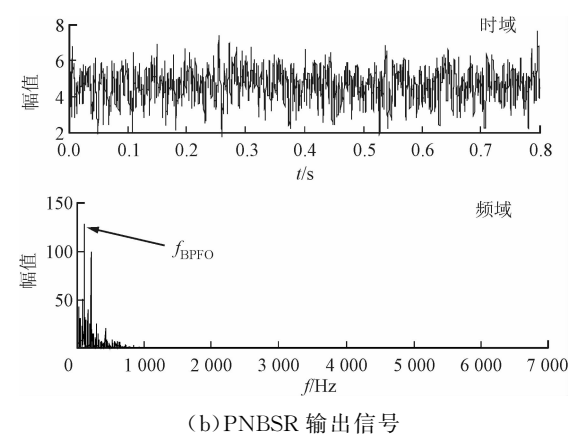
内径/cm	外径/cm	厚度/cm	d /cm	D_f /cm	n
2.500 1	5.199 9	1.500 1	0.794 0	3.904 0	9

4.1 外圈故障信号诊断

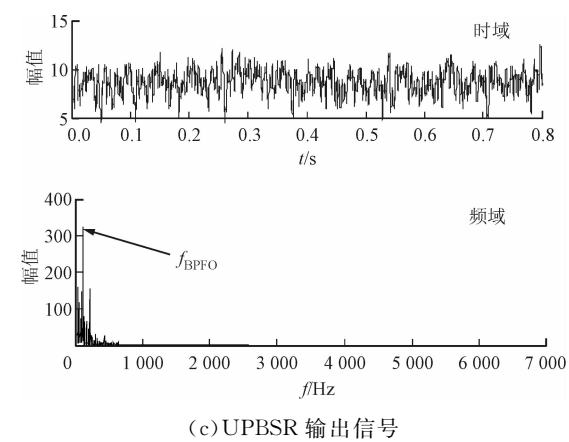
图 10 为外圈故障信号的时域与频域。SR 主要检测淹没于强噪声背景中的微弱信号,对大频率故障信号进行二次采样^[16]使之变为小参数信号,采样频率 $f_s=12\text{ kHz}$,二次采样频率为 $f_{sr}=5\text{ Hz}$,时间步长为 $1/f_{sr}$ 。图 10a 中外圈故障信号完全淹没于噪声背景中,频率主要集中在 $2\sim 4\text{ kHz}$ 的频带中,特征频率 f_{BPFO} 无法从频谱图中识别,此时的信噪比为 $-38.025\,9\text{ dB}$ 。图 10b 和图 10c 分别为 PNBSR 与 UPBSR 的输出时频信号,UPBSR 系统的输出信号时域波形较 PNBSR 干扰毛刺明显减少,UPBSR 的输出信号最大幅值(10.3)高于 PNBSR(幅度为 6.1)的 1.69 倍,说明 UPBSR 系统轴承故障信号放大性能优于 PNBSR 系统。在频谱峰值处检测到故障特征频率信号,但 UPBSR 系统的输出频谱峰值(325.7)是 PNBSR 频谱峰值(128.7)的 2.53 倍,证明 UPBSR 系统的检测效果优于 PNBSR。UPBSR 的 $R_{\text{SNRI}}(14.922\,4\text{ dB})$ 高出 PNBSR($13.088\,9\text{ dB}$)



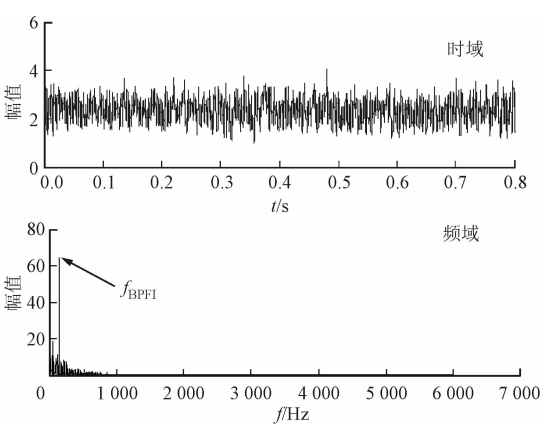
(a)三值噪声下外圈信号



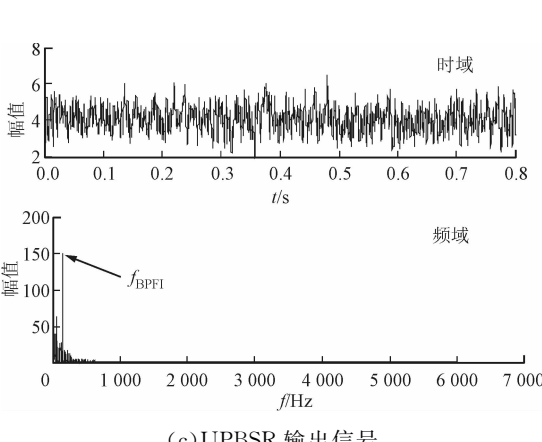
(b)PNBSR 输出信号



(c)UPBSR 输出信号



(b)PNBSR 输出信号



(c)UPBSR 输出信号

图 10 不同系统输出的测试轴承外圈故障时频信号

图 11 不同系统输出的测试轴承内圈故障时频信号

1.833 5 dB, UPBSR 系统抗噪性能优于 PNBSR 系统。

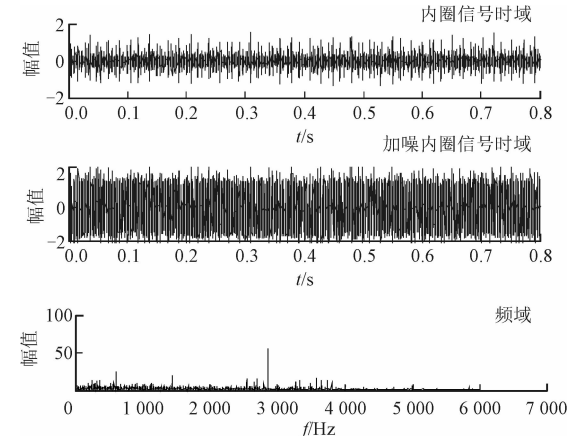
4.2 内圈故障信号诊断

图 11 为 PNBSR、UPBSR 系统对轴承内圈故障信号的诊断情况。UPBSR 的输出信号最大幅值(5.2)是 PNBSR(3.2)的 1.63 倍,证明 UPBSR 系统对轴承故障信号放大性能优于 PNBSR。UPBSR 与 PNBSR 系统均检测到故障信号特征频率,UPB-

SE 系统输出频谱峰值(150.8)是 PNBSR 系统输出频谱峰值(64.6)的 2.33 倍。UPBSR 的 R_{SNRI} (7.949 5 dB)高出 PNBSR(5.555 3 dB)2.394 2 dB。因此,UPBSR 系统抗噪性能与检测轴承故障信号性能均优于 PNBSR 系统,能更好地实现对轴承故障信号的诊断。

5 结 论

本文提出了一个新的非饱和分段双稳势函数,突破了传统双稳系统固有的输出饱和特性。首先通过绝热近似理论推导输出信噪比公式,并分析了不同系统参数对信噪比的影响。然后针对三值噪声下的 PNBSR、UPBSR 系统参数和三值噪声参数对 R_{SNRI} 的影响进行了仿真分析。最后将本系统应用于轴承故障检测中,SR 主要应用于轴承早期特征信号检测,此时的故障信号极其微弱,采用本文提出的 UPBSR 能很好地检测到故障信号。结果证明,UPBSR 系统比 PNBSR 具有更优越的信号增强性能和抗噪声能力,且对于故障信号的提取与检测性能相比 PNBSR 更优越。



(a)三值噪声下内圈信号

参考文献:

- [1] KASS S, RAAD A, ANTONI J. Self-running fault diagnosis method for rolling element bearing [M] // Mechanism, Machine, Robotics and Mechatronics Sciences. Berlin, Germany: Springer, 2019: 127-140.
- [2] BENZI R, SUTERA A, VULPIANI A. The mechanism of stochastic resonance [J]. Journal of Physics: A Mathematical and General, 1981, 14(11): L453.
- [3] 申敏, 李想, 林欢. MIMO PLC 系统中脉冲噪声消除方法 [J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2018, 30(5): 649-654.
SHEN Min, LI Xiang, LIN Huan. Impulse noise mitigation method in MIMO PLC system [J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications(Natural Science Edition), 2018, 30(5): 649-654.
- [4] 张西宁, 唐春华, 周融通, 等. 一种自适应形态滤波算法及其在轴承故障诊断中的应用 [J]. 西安交通大学学报, 2018, 52(12): 1-8, 37.
ZHANG Xining, TANG Chunhua, ZHOU Rongtong, et al. Adaptive morphological filtering algorithm with applications in bearing fault diagnosis [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2018, 52(12): 1-8, 37.
- [5] FORSTER A, PANNING-VON SCHEIDT L, WAL-LASCHEC J. Approximate solution of the Fokker-Planck equation for a multidegree of freedom frictionally damped bladed disk under random excitation [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2019, 141(1): 011004.
- [6] NGUYEN S D, NGUYEN Q H, CHOI S B. A hybrid clustering based fuzzy structure for vibration control; part 2 An application to semi-active vehicle seat-suspension system [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 56: 288-301.
- [7] QIAO Z, LEI Y, LI N. Applications of stochastic resonance to machinery fault detection; a review and tutorial [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 122: 502-536.
- [8] 易甜, 张刚, 张天骐, 等. 二阶随机共振系统的冲击信号检测 [J]. 西安交通大学学报, 2018, 52(6): 106-113.
YI Tian, ZHANG Gang, ZHANG Tianqi, et al. Research on the impact signal detection based on second-order stochastic resonance [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2018, 52(6): 106-113.
- [9] LU S, HE Q, WANG J. A review of stochastic resonance in rotating machine fault detection [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 116: 230-260.
- [10] GAMMAITONI L, HANGGI P, JUNG P, et al. Stochastic resonance [J]. Reviews of Modern Physics, 1998, 70(1): 223.
- [11] CASADO-PASCUAL J, GOMEZ-ORDORIEZ J, MORILLO M. Stochastic resonance: theory and numerics [J]. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 2005, 15(2): 026115.
- [12] QIAO Z, PAN Z. SVD principle analysis and fault diagnosis for bearings based on the correlation coefficient [J]. Measurement Science and Technology, 2015, 26(8): 085014.
- [13] GUAN Z, LIAO Z, LI K, et al. A precise diagnosis method of structural faults of rotating machinery based on combination of empirical mode decomposition, sample entropy, and deep belief network [J]. Sensors, 2019, 19(3): 591.
- [14] LI Z, LIU X, HAN S, et al. Fault diagnosis method and application based on unsaturated piecewise linear stochastic resonance [J]. Review of Scientific Instruments, 2019, 90(6): 065112.
- [15] QIAO Z, LEI Y, LIN J, et al. An adaptive unsaturated bistable stochastic resonance method and its application in mechanical fault diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 84: 731-746.
- [16] ZHANG Gang, HU Dayun, ZHANG Tianqi. Stochastic resonance in unsaturated piecewise nonlinear bistable system under multiplicative and additive noise for bearing fault diagnosis [J]. IEEE Access, 2019, 7: 58435-58448.
- [17] JIN Y, MA Z, XIAO S. Coherence and stochastic resonance in a periodic potential driven by multiplicative dichotomous and additive white noise [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2017, 103: 470-475.
- [18] ZHOU B, LIN D. Stochastic resonance in a time-delayed bistable system driven by trichotomous noise [J]. Indian Journal of Physics, 2017, 91(3): 299-307.
- [19] QI Qianqian, ZHOU Bingchang. Stochastic resonance in an underdamped periodic potential system with symmetric trichotomous noise [J]. Indian Journal of Physics, 2020, 94: 81-86.
- [20] CWRU. 12k drive end bearing fault data [EB/OL]. [2019-05-15]. <http://csegroups.case.edu/bearing-datacenter/pages/download-data-file>.

(编辑 杜秀杰 刘杨)