

DOI: 10.7652/xjtuxb202003001

微类桁架点阵结构填充内冷通道的 多目标优化设计

徐亮^{1,2}, 湛清云¹, 席雷¹, 高建民¹, 李云龙¹
(1. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安;
2. 广东顺德西安交通大学研究院, 528000, 广东佛山)

摘要: 为发展集热控、承载和轻量化于一体的新型冷却结构,提出采用点阵结构替代肋片,即在内冷通道中填充金字塔型和 X 型点阵结构,并对其进行了多目标优化。采用 1 阶固有频率、等效弹性模量和相对密度来评价结构的振动和轻量化性能,采用翅片法推导的努塞尔数来评价结构的换热性能,以点阵结构的杆件直径和杆件倾角为设计变量,以通道内点阵结构尺寸受限制和杆件屈曲为约束条件,建立了多目标优化模型,并采用 NSGA-II 遗传算法求解。研究表明:对于努塞尔数和相对密度的双目标优化,优化问题对努塞尔数的整体敏感性高于相对密度;对于努塞尔数-相对密度-1 阶固有频率的多目标优化问题,整体敏感性从高到低依次为 1 阶固有频率、努塞尔数、相对密度。分别给出了两类优化问题的 Pareto 解的拟合公式,可为点阵结构填充内冷通道的多目标优化设计提供指导。

关键词: 冷却结构;金字塔型;X 型;点阵结构;多目标优化

中图分类号: TK214 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2020)03-0001-11

Multi-Objective Optimization Design of Micro-Class Truss Lattice Structure for Filling Internal Cooling Channel

XU Liang^{1,2}, SHEN Qingyun¹, XI Lei¹, GAO Jianmin¹, LI Yunlong¹

(1. State Key Laboratory of Mechanical Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. Institute of Xi'an Jiaotong University Shunde Guangdong, Foshan, Guangdong 528000, China)

Abstract: In order to develop a new cooling structure which is light in weight and has excellent heat control and load-bearing performance, a lattice structure is proposed to replace fin structure. The pyramid and X-lattice structures are selected to fill the internal cooling channels. A multi-objective optimization was conducted to design the new structure. The first-order natural frequency, equivalent elasticity modulus and relative density are used to evaluate the vibration characteristics and lightweight feature of the structure. The heat transfer performance of the structure is evaluated by using the Nussel number derived from the fin method. The diameter and inclination of the rod are taken as the design variables, and the constraints are the limitation of the lattice structure size and the bearable buckling of the rod; then a multi-objective optimization model is established and solved by using the NSGA-II genetic algorithm. The results show that the overall sensitivity to Nussel number is higher than that to relative density for the two-

objective optimization problem aiming at Nussel number and relative density; and for the multi-objective optimization problem aiming at Nusselt number, relative density and first-order natural frequency, the rank of overall sensitivity from high to low is: first-order natural frequency, Nussel number, and relative density. Moreover, the Pareto frontier fitting formulas for two kinds of optimization problems are given, which may provide a guidance for the multi-objective optimization of the new lattice structure for filling internal cooling channels.

Keywords: cooling structure; pyramid type; X type; lattice structure; multi-objective optimization

点阵结构具有超轻、高孔隙率、高比强和减振降噪等诸多优点,广泛应用于航空航天、生物医疗等领域。在现有涡轮气冷叶片内部通道,肋片扰流冷却是燃气轮机中较为通用的重要冷却技术之一,虽然发展了如横肋、斜肋、V型肋和仿生类肋等结构形式,但不同程度地存在换热系数分布不均匀而导致结构热应力过大的缺点^[1]。基于点阵结构的诸多优点,本课题组提出采用微类桁架点阵结构来替代传统的扰流肋片。同时,随着金属增材制造技术的不断发展,为设计和制造内部填充微类桁架的涡轮叶片提供了技术支撑^[2-4]。因此,有必要研究集热控、承载和轻量化于一体的新型冷却结构。

在基础力学性能研究方面,国内外学者已进行了广泛而深入的研究^[5-9]。在点阵结构的多目标优化方面,Valdevit等基于质量、力学以及换热性能对多种点阵结构进行了优化设计,指出六边形结构的综合性能最优^[10];Liu等提出了多物理场下点阵结构的多目标优化方法^[11];Chen等以无量纲化的质量和吸波能力为目标对各点阵结构进行了优化设计,指出填充海绵的夹芯结构吸波能力最强^[12];Roper等以密度、压缩模量、抗压强度和最大热通量为目标对金字塔点阵进行了优化,指出压缩模量、抗压强度和最大热通量随着密度的增加而增加^[13];张磊等针对碳纤维点阵,考虑散热和承载进行了优化,表明金字塔点阵的性能优于四面体点阵^[14];Moon等以承载和轻量化为目标,对比了Kagome、金字塔和钻石型点阵,指出Kagome型点阵性能最优,并将其应用在无人机机翼中^[15];高亮等以承载、热控一体化为目标,对复合材料点阵进行了优化设计,并得到相关经验公式^[16];Meng等以强度、振动和鸟撞载荷等为目标对点阵结构进行了优化,并应用于叶片中实现了轻量化设计^[17];Fazilati等以最大化能量吸收、最小化冲击振动和最小化总体尺寸为目标对六边形多层蜂窝点阵进行了优化,优化后的结构相对于单层在性能上有明显的提高^[18];Xu等以轻量化

和提高隔音性能为目标,采用遗传算法对金字塔点阵进行了优化,并研究了材料、上下面板厚度对性能的影响^[19];柏龙等以相对密度、初始刚度和塑形破坏强度为目标,对体心四方点阵进行了优化设计,优化后的结构与体心立方结构相比在弹性模量和屈服极限上分别提高了121.5%和77.3%^[20]。

综上可知,针对各点阵结构的多目标优化多为考虑力学性能方面的研究,但涉及点阵结构的应用以及针对集热控、承载和轻量化于一体的新型冷却结构的多目标优化缺乏较为系统的研究。本文针对金字塔型、X型两种点阵结构,首先采用3D打印机打印了金字塔型和X型点阵填充内冷通道的树脂样件,然后通过LMS动态信号分析仪测试了样件的前6阶固有频率和振型,并与所建立的计算模态的数值方法进行对比,来验证数值计算方法的准确性和可靠性。然后,以ISIGHT优化软件为平台,以最大化1阶固有频率为目标来避免结构发生共振,以翅片法推导的努塞尔数 Nu 为目标来评价结构的热控性能,以最小化相对密度为目标来评价结构的轻量化,采用第二代非劣排序遗传算法(NSGA-II)对通道内填充单排点阵结构进行参数优化。同时,对优化结果进行了函数表征,可为点阵结构填充内冷通道的多目标优化设计提供一定的指导。

1 有限元模型建立及验证

1.1 材料及有限元模型建立

本文研究选用镍基高温合金IN718为母材,材料密度 ρ 为8 240 kg/m³,弹性模量 E 为199.9 GPa,泊松比 λ 为0.3;选用宽高比为2的内冷通道作为研究对象,点阵单胞尺寸为80 mm×80 mm×40 mm。金字塔型和X型点阵结构的单胞尺寸及参数定义如图1所示。其中,杆件倾角 ω 是一个重要的设计参数,由文献[16]可知,对于金字塔点阵结构,当 $\omega=45^\circ$ 时,其换热和力学性能相对最优。因此,作为对比,金字塔型和X型点阵初始参数选取

为 $D=2\text{ mm},\omega=45^\circ$ 。

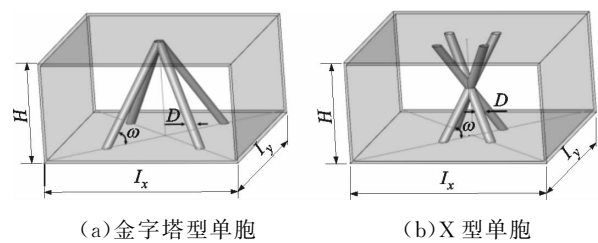


图 1 点阵结构单元几何参数

1.2 边界条件及网格划分

本文选用的边界条件与叶片振动静频计算边界条件保持一致,即叶片叶根固支的悬臂梁式振动。因此,对金字塔型和 X 型点阵结构施加一端固支、一端自由的边界条件。计算采用 ABAQUS2018 软件,建模采用三维实体单元,在长度方向上取 5 个单胞,在宽度方向上取 1 个单胞。为防止模型在 ISIGHT 中计算报错,故将点阵芯子与通道建为一体结构,如图 2 所示。同时,为避免完全积分的线性单元存在剪切自锁的问题,网格划分采用修正的二次四面体单元 C3D10M。图 3 所示为金字塔型和 X 型点阵结构的网格无关性验证,可以看到当网格数在 10 万左右时,前 6 阶固有频率趋于稳定。为在保证计算精度的同时减小计算量,取金字塔型和 X 型点阵结构的网格数为 10 万左右。

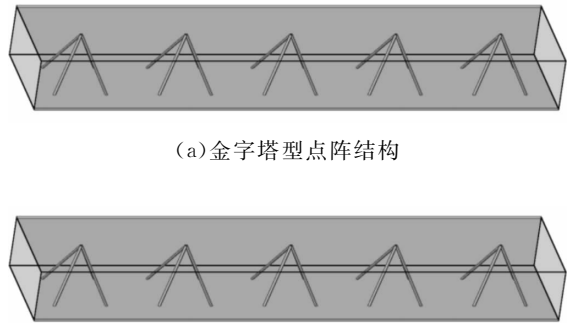
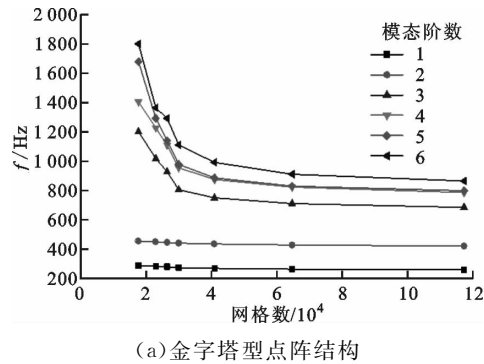
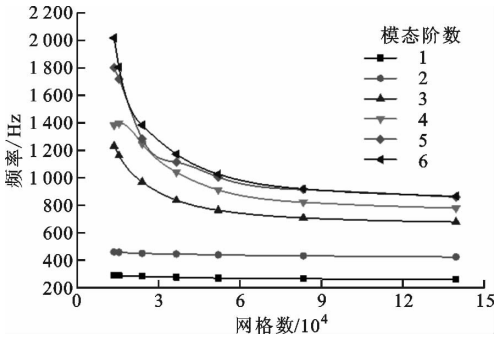


图 2 有限元模型



(a)金字塔型点阵结构



(b)X 型点阵结构

图 3 网格无关性验证

1.3 模型验证

1.3.1 有限元模型验证 为了验证计算模型的可靠性,采用文献[21]中的模态数据。点阵夹芯结构材料选用铝合金, $\rho=2\,770\text{ kg/m}^3,E=71\text{ GPa}$,泊松比为 0.33。芯层杆件半径为 1 mm,杆件倾角为 45° ,芯层高度 $h_c=14.14\text{ mm}$,蒙皮厚度 $h_f=1.5\text{ mm}$,夹芯梁长度方向取 25 个单胞,宽度方向取 2 个单胞,单胞的底面边长取 28 mm。梁的两个端面采用简支边界条件,计算模型如图 4 所示。

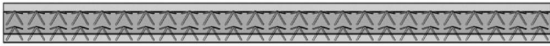


图 4 模型验证采用的计算模型

图 5 给出了金字塔型点阵夹芯梁前 3 阶固有频率的理论值和模拟值,可以看出由 ABAQUS 计算出的模拟值与文献[21]中的理论值在较低阶频率处吻合较好,计算误差为 1.14%,且最大误差均在 8% 以内。因此,可认为计算结果是可靠的。

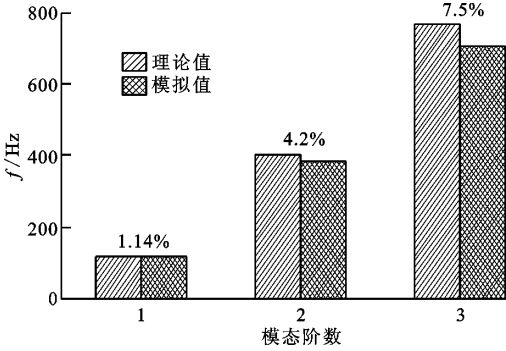
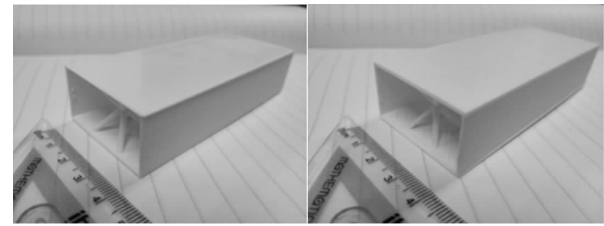


图 5 金字塔型点阵夹芯梁前 3 阶固有频率的理论值和模拟值

1.3.2 实验验证 为了进一步对有限元计算结果的可靠性进行验证,开展了相关实验。本文采用 Flashforge Finder 型打印机分别打印了通道内填充 X 型点阵结构圆杆和椭圆杆的冷却通道,如图 6 所示。打印的材料为 PLA 树脂材料,物性参数如下:

材料密度为 1.24 g/cm³,弹性模量为 4 GPa,泊松比为 0.3。样件的总体尺寸为 40 mm×20 mm×100 mm,杆件直径为 2 mm,杆件倾角为 45°,并在通道内部等间距排布 5 个单胞,间距为 40 mm。



(a)圆杆 (b)椭圆杆
图 6 通道内填充 X 型点阵结构的圆杆和椭圆杆实验样件

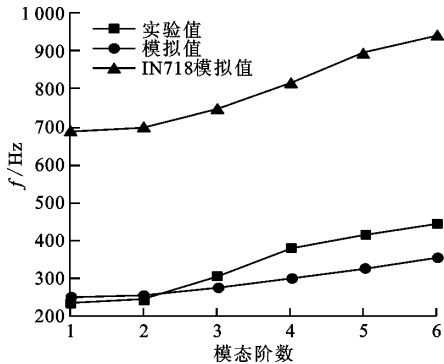
实验中使用的仪器为 SIEMENS SCM205 动态信号分析仪,力锤的型号为 PCB 086C03,灵敏度为 2.25 mV/N。传感器采用 PCB356A66 压电式加速度计传感器,灵敏度为 1.034 MV/(m·s²)。由于所打印的样件为树脂材料且为薄壁结构,为防止力锤敲击时其自身的振动以及结构变形过大,从而影响到实验结果的准确性,因此将样件沿长度方向夹紧在虎钳上。图 7 所示为样件的俯视图,并给出了相关测点的布置,在长度方向上等比例划分为 5 份,在宽度方向上等比例划分为 2 份,并依次按顺序对节点进行编号,同时在 LMS 系统中所建立的几何模型也与此保持一致。首先,在样件点 5、11 和 14 处布置加速度传感器来拾取振动信号,用力锤在点 17 处进行敲击。对敲击点敲击 5 次取平均值,加速度传感器和力锤上的传感器采集到的信号一并传给多通道数据采集仪进行处理,进而将数据传输到 PC 端进行相关数据处理,最终得到其模态和振型等相关参数。

3	6	9	12	15	18
2	5	8	11	14	17
1	4	7	10	13	16

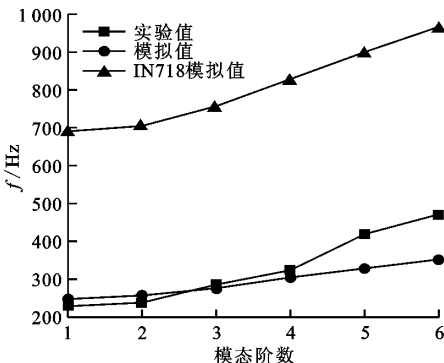
图 7 样件测点布置

图 8 给出了内冷通道中填充 X 型点阵结构的圆杆和椭圆杆前 6 阶固有频率的实验值与模拟值。可以看出,在前 3 阶固有频率上实验值与模拟值均表现出了较好的一致性,最大误差均在 10.5% 以内,但在后 3 阶固有频率上实验值与模拟值误差较大,最大误差为 24.9%。分析误差产生的原因在于:一方面,受到打印机打印精度的限制,所打印的

样件存在一定的缺陷,特别是通道顶部采用了无内部支撑的打印方式,使得样件顶部树脂材料贴合不够紧密;另一方面,由于样件本身为薄壁结构,在用虎钳固定样件的过程中,难免会出现一定程度的变形。然而,在模拟的过程中,建立的三维模型没有缺陷,并且没有考虑模型在施加约束时产生的变形,因此产生了一定的误差。与此同时,在文献[22-23]中,由于实验件部分缺陷所造成的模态实验值与模拟值的最大误差分别为 17.7% 和 15.21%,因此可认为本文的模态实验值与模拟值之间的误差不会对后续模拟结果产生很大影响,即本文所建立的有限元计算模型是可靠的。



(a)圆杆



(b)椭圆杆

图 8 圆杆和椭圆杆前 6 阶固有频率实验值与模拟值

作为对比,图 8 还给出了镍基高温合金 IN 718 材料的模拟值。可以看出,IN 718 材料的前 6 阶固有频率的模拟值与树脂材料基本呈线性关系,因此该实验结果可以对本文后续研究所选用的 IN 718 材料的结构进行指导。从圆杆与椭圆杆的前 6 阶固有频率来看,椭圆杆的各阶固有频率均稍大于圆杆,因此本文后续所研究的杆件均为椭圆杆。

2 点阵结构多目标优化数学模型

本文将优化设计得到的集热控、承载和轻量化

于一体的新型冷却结构作为目标,以金字塔型和X型点阵结构单元尺寸为设计变量,以1阶固有频率、 Nu 和相对密度为评价指标,根据约束条件,得到多目标优化设计的数学模型。

2.1 设计变量

本文所研究的对象为金字塔型和X型点阵结构填充内冷通道的结构,并保持通道的尺寸不变,如图1所示。通过优化得到点阵单元的杆径和杆件倾角,就能够得到金字塔型和X型点阵的最优填充尺寸,因此为得到其各自的最优尺寸,选取 D 、 ω 作为设计变量,即

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T = [D, \omega]^T \quad (1)$$

2.2 目标函数

2.2.1 结构换热性能评价 针对涡轮叶片内部冷却方式,本文选取一种典型的矩形结构视为内部冷却通道的基本单元。在分析其冷却性能时,单元通道的换热边界条件通常模化为等热流密度边界条件^[24]。为表征结构的换热特性,根据翅片法^[25]推导了金字塔型和X型结构的 Nu 公式,来对结构的换热性能进行较为准确的评价。

金字塔型单元的 Nu 公式

$$Nu(n) = D_h / \left[k_f \left(\frac{I_x n}{\rho_f H u_m c_p} + \frac{1}{k_s m} \coth(ml) \cdot \frac{I_x I_y}{(I_x I_y - 3\pi D^2/4)(h_\infty \coth(ml)/k_s m) + 3\pi D^2/4} \right) \right] \quad (2)$$

X型单元的 Nu 公式

$$Nu(n) = D_h / \left[k_f \left(\frac{I_x n}{\rho_f H u_m c_p} + \frac{1}{k_s m} \coth(ml) \cdot \frac{I_x I_y}{(I_x I_y - 2\pi D^2)(h_\infty \coth(ml)/k_s m) + 2\pi D^2} \right) \right] \quad (3)$$

$$I_x = I_y = \sqrt{2} H \cot \omega$$

整体结构的 Nu 公式

$$F_1(x) = Nu = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Nu(n) \quad (4)$$

式中: D_h 为水力直径, $D_h = \frac{2I_y H}{I_y + H}$; k_f 为空气的导热系数; n 为沿流动方向的单元数量; ρ_f 为空气密度; u_m 为空气的平均流速, $u_m = \frac{Re \mu}{\rho_f D_h}$, Re 取10 000, μ 为空气的动力黏度; c_p 为空气的比定压热容; $m = \sqrt{\frac{h_\infty}{k_s D}}$, h_∞ 为支杆表面的换热系数, $h_\infty = 1.19 Re^{0.6}$ ^[26], k_s 为支杆导热系数; $l = \frac{H}{\sin \omega}$ 为杆件长度。

图9所示为翅片法计算所得的 Nu 与Kim等实验值^[27]的对比。可以看到,随着 Re 的增加, Nu 增长的趋势保持一致。同时,翅片法计算值与实验值的最大误差约为17%,因此翅片法的 Nu 计算公式是基本有用的,适合桁架点阵结构更为准确的准则关联式有待进一步研究。

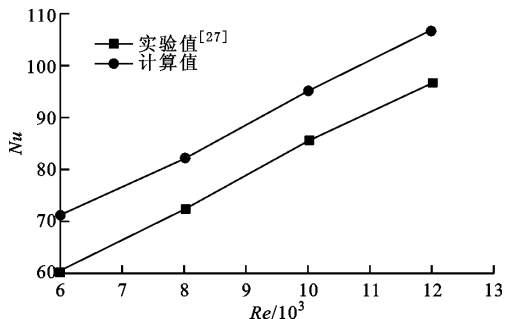


图9 Nu 的翅片法计算值与实验值^[27]对比

2.2.2 结构轻质特性评价 采用杆件体积与胞元所占立方体体积之比,即相对密度来评价结构的轻质特性。点阵单元的相对密度表达式为

$$f_2(x) = \bar{\rho} = \frac{V_s}{V_c} \quad (5)$$

式中: V_s 为胞元中芯体杆件的体积; V_c 为胞元所占立方体的体积。

2.2.3 结构振动特性评价 为表征结构的振动特性,一般关注结构的模态和振型^[21-23]。由于本文研究随着点阵结构参数变化所引起的频率变化,因此以点阵结构的1阶固有频率来进行说明

$$f_3(x) = f_1 \quad (6)$$

2.2.4 结构承载特性评价 为表征结构的承载特性,一般由位移法和刚度方程求得的等效弹性模量^[8]来进行评价。

点阵单元的等效弹性模量表达式为

$$f_4(x) = E_c = E \bar{\rho} \sin^4 \omega \quad (7)$$

杆件的欧拉屈曲临界载荷表达式为

$$\sigma = \frac{k^2 \pi^2 E D^2}{l^2} \quad (8)$$

式中 k 为屈曲的端部约束因子,对于本文所研究的结构,由于杆件的长细比较大,同时面板较薄,对杆件端部的约束较弱,因此 k 取2。

2.3 约束条件

由于本文的研究对象为宽高比为2、截面尺寸为80 mm×40 mm的内冷通道,且通道的尺寸保持不变,故对填充在其中的金字塔型和X型点阵的几何参数有一定的约束,即

$$\left. \begin{aligned} 2 \text{ mm} \leq x_1 \leq 5 \text{ mm} \\ 40^\circ \leq x_2 \leq 70^\circ \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

此外,为满足结构的承载要求,同时减少优化目标数量,应使其等效弹性模量大于其压溃强度,即

$$f_4(x) > \sigma \quad (10)$$

2.4 多目标优化数学模型

针对具体工程应用的侧重点不同,提出了两种组合优化问题:优化问题 I 为基于努塞尔数和相对密度的双目标优化,侧重于结构换热的优化;优化问题 II 为基于努塞尔数、相对密度和 1 阶固有频率的多目标优化,并将其等效弹性模量大于压溃强度作为约束,从换热和力学性能多个角度来优化。相应的数学模型如下。

优化问题 I : $\max f_1(x) = Nu$

$\min f_3(x) = \rho$

s. t. $2 \text{ mm} \leq x_1 \leq 5 \text{ mm}$

$40^\circ \leq x_2 \leq 70^\circ$

优化问题 II : $\max f_1(x) = Nu$

$f_2(x) = f_1$

$\min f_3(x) = \rho$

s. t. $f_4(x) > \sigma$

$2 \text{ mm} \leq x_1 \leq 5 \text{ mm}$

$40^\circ \leq x_2 \leq 70^\circ$

3 多目标优化模型建立及求解

本文采用 ISIGHT2018 优化软件,对通道内填充金字塔型和 X 型点阵结构建立了多目标优化模型。首先在 solidworks 软件中以杆件半径和杆件倾角两个参数来建立金字塔型和 X 型点阵结构的三维参数化模型,然后在 ISIGHT 中利用其 solidworks simulation 组件写入建立的金字塔型和 X 型三维参数模型,并设置其输出的模型格式为 .igs。因此,只需在 ISIGHT 中改变参数的值,就可以在 solidworks simulation 组件中更新得到新的三维模型。然后,在 simcode 组件中集成 ABAQUS 来计算得到 1 阶固有频率,输入模型文件来自于 solidworks simulation 组件中输出的 .igs 文件,运算程序为在 ABAQUS 软件中计算一次所记录的所有 ABAQUS/CAE 命令,并写入一个 .bat 批处理程序来执行 ABAQUS 的运算程序。同时,将 ABAQUS 计算后得到的结果 .dat 文件作为输出写入到 simcode 组件中,读取其 1 阶固有频率并命名为 f_1 ,便得到 1 阶固有频率的值。由于努塞尔数 Nu 、相对密度 $\bar{\rho}$ 和等效弹性模量 E 。由推导得到的公式通过

杆件半径 D 和杆件倾角 ω 直接计算得到,故只需在 Calculator 组件中编写相关的公式,便可计算得到 4 个变量的值。在 ISIGHT 中建立的多目标优化模型如图 10 所示。

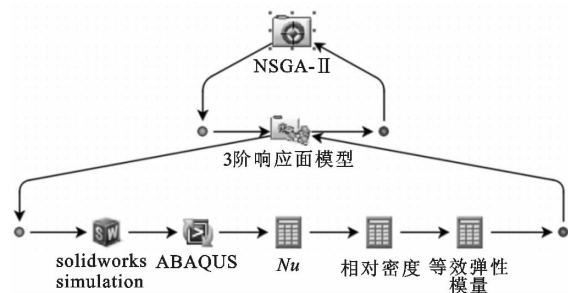


图 10 多目标优化模型

3.1 建立近似模型

本文涉及 5 个目标、3 个变量的优化问题,为了提高计算效率,因此采用 3 阶响应面模型(RSM)来建立近似模型。同时,为了使得所有的实验点尽量均匀地分布在设计空间中,选用 DOE 最优拉丁超立方(Opt. LHD)采点方式,样本数取 50,误差分析中的样本数取 25。

基于 RSM 近似模型的优化结果是对实际模型近似所得到的,同时由于响应面模型自身不能保证通过所有的样本点,因此与实际模型存在着一定的误差。为保证该近似模型的计算精度,采用拟合精确度 R^2 来验证近似模型的准确性。 R^2 计算公式为

$$R^2 = \frac{S_R}{S_T} \quad (11)$$

式中: $S_R = \sum_{i=1}^k (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ 表示回归平方和, $\hat{y}_i$ 为设计点处响应的预测值; $S_T = \sum_{i=1}^k (y_i - \bar{y})^2$ 表示总平方和, $\bar{y}$ 为响应的平均值, y_i 为响应的真实值, k 为样本点数。表 1 分别给出了金字塔型和 X 型点阵结构的近似模型拟合精确度,可以看出,针对 5 个优化目标的拟合精确度均在 0.97 以上,因此该模型能够很好地对实际模型进行近似。

表 1 金字塔型和 X 型点阵结构近似模型的拟合精确度

结构	R^2			
	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
金字塔型	0.999 16	0.990 86	0.990 13	0.984 09
X 型	0.999 27	0.992 40	0.987 29	0.978 63

3.2 优化流程

本文选用探索性能良好的 NSGA-II 算法来进

行优化,具体流程如下:首先建立准确的近似模型,然后对种群进行初始化,求解目标函数,并进行 Pareto 排序,得到其精英个体,反复迭代,直至寻找到最优解集。优化流程如图 11 所示。

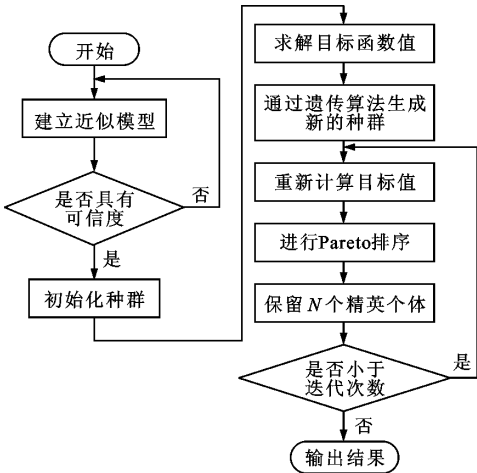
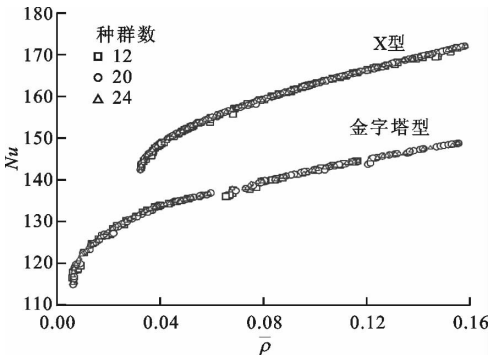


图 11 优化流程图

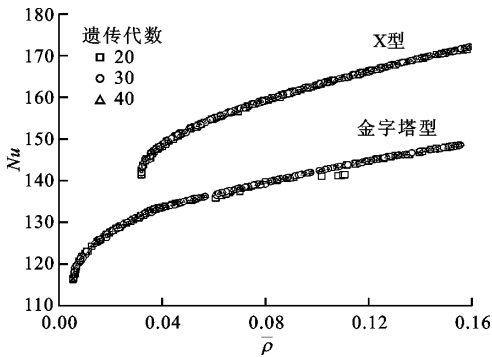
3.3 算法设置及稳定性验证

采用 NSGA-II 算法对通道内填充金字塔型和 X 型点阵结构多目标优化模型进行优化求解,具体设置种群大小为 80、遗传代数为 100、交叉概率为 0.9、突变分布指数为 20。

图 12 所示为算法在不同种群数和遗传代数下金字塔型和 X 型点阵结构的 Pareto 解,可以看出,随着种群数由 12 增加到 24,Pareto 解逐渐趋于一致,当种群数为 20 时,金字塔型和 X 型的 Pareto 解已基本稳定,如图 12a 所示。随着遗传代数由 20 增加到 40,Pareto 解逐渐趋于一致,当遗传代数为 30 时,金字塔型和 X 型的 Pareto 解已基本稳定,如图 12b 所示。因此,为避免优化得到局部最优解以及保证优化结果的准确性,计算时种群数选取为 20,遗传代数选取为 30。



(a) 种群数的影响



(b) 遗传代数的影响

图 12 遗传算法主要参数对结果稳定性的影响

4 优化结果分析

4.1 基于努塞尔数-相对密度的双目标优化

4.1.1 整体敏感性分析 图 13 给出了努塞尔数-相对密度双目标优化的 Pareto 解,可以看出无论是金字塔型还是 X 型,其 Pareto 解近似呈指数形式分布。同时,在相同的相对密度下,X 型的 Nu 均大于金字塔型。其原因在于,X 型点阵结构可看作是两个背靠背的金字塔型点阵结构,因此在杆件的热传导上优于金字塔型点阵结构。

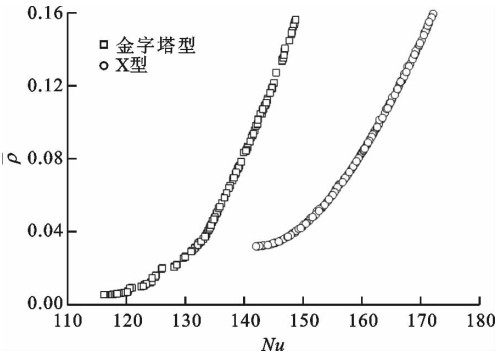


图 13 努塞尔数-相对密度双目标优化的 Pareto 解

表 2 和表 3 分别给出了优化问题 I 努塞尔数和相对密度的 Pareto 解分布,可以看到 Pareto 解主要集中在 Nu 较高的区域。对于金字塔型, Nu 在 [130,148] 之间的优化解占总解集的 73.45%。对于 X 型, Nu 在 [150,172] 之间的优化解占总解集的

表 2 优化问题 I 努塞尔数的 Pareto 解分布

Nu	[116,120]	[120,130]	[130,139]	[139,148]
Pareto 解数 (金字塔型)	23	37	81	85
Nu	[141,150]	[150,160]	[160,172]	
Pareto 解数 (X 型)	46	76	98	

表3 优化问题Ⅰ相对密度的 Pareto 解分布

$\bar{\rho}/\%$	[0.5,3)	[3,6)	[6,9)	[9,12)	[12,15]
Pareto 解数 (金字塔型)	65	51	33	38	39
Pareto 解数 (X型)	0	82	56	39	43

79.1%。同时,无论是金字塔型还是X型,其相对密度的 Pareto 解分布相对均匀。因此,对于优化问题Ⅰ来说, Nu 的整体敏感性高于相对密度。

4.1.2 单一敏感性分析 由于在相同相对密度下,X型的 Nu 均大于金字塔型,因此下面仅讨论X型结构。图14所示为基于杆径和倾角的努塞尔数-相对密度的双目标 Pareto 解,可以看出杆径的优化解集中在2.3~2.9 mm之间,且分布相对均匀。倾角的优化解集中在52°~66°之间,且主要在58°~66°之间,因此倾角对该优化问题的影响大于杆径的影响。同时,采用相关系数 r 来表征各参数的单一敏感性,计算公式如下

$$r = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(X - \bar{X})^2} \sqrt{\sum(Y - \bar{Y})^2}} = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2} \sqrt{\sum y^2}} = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y} \quad (12)$$

式中: $x = X - \bar{X}$; $y = Y - \bar{Y}$; S_{XY} 为样本总变异, $S_{XY} = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{n - 1}$; S_X 为 X 样本的标准差, $S_X = \sqrt{\frac{\sum(X - \bar{X})^2}{n - 1}}$; S_Y 为 Y 样本的标准差, $S_Y = \sqrt{\frac{\sum(Y - \bar{Y})^2}{n - 1}}$ 。式(12)为正值表示评价指标正相关,为负值表示评价指标负相关,同时数值越大表明评价指标的关联程度越强,敏感性越强,反之亦然。

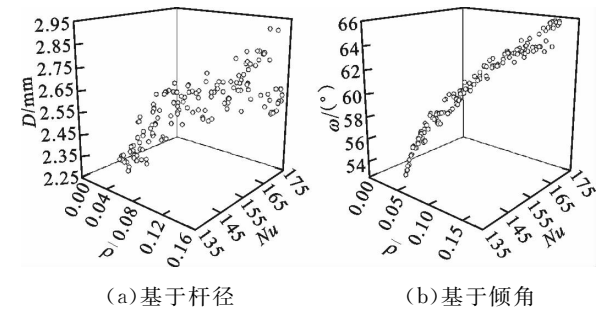


图14 基于杆径和倾角的努塞尔数-相对密度的 Pareto 解

图15给出了优化问题Ⅰ中各参数与优化目标的相关性图,可以看出倾角的 Pareto 解对 Nu 的敏

感性最大,而杆径的 Pareto 解对相对密度的敏感性最大。因此,优化问题Ⅰ的整体敏感性由高到低为 Nu 、相对密度,单一敏感性由高到低为倾角、杆径。

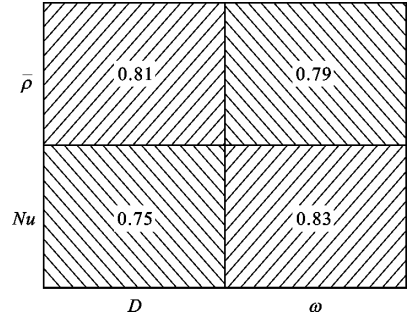


图15 优化问题Ⅰ中各参数与优化目标的相关性图

4.2 基于努塞尔数-相对密度-固有频率的多目标优化

4.2.1 整体敏感性分析 图16给出了努塞尔数-相对密度-固有频率多目标优化的 Pareto 解,可以看出,此时的 Pareto 解近似呈曲面分布,1阶固有频率对其他两个参数产生了较大的影响。同时,1阶固有频率的优化解全都集中在269~271之间,因此优化问题Ⅱ对1阶固有频率的整体敏感性最高。表4和表5分别给出了优化问题Ⅱ努塞尔数和相对密度的 Pareto 解分布,可以看到 Pareto 解主要集中在 Nu 较高的区域, Nu 在[140,172]之间的优化解占总解集的95.3%,而相对密度的优化解分布相对较为均匀,在[3,9]之间的优化解占总解集的56.9%,故 Nu 的整体敏感性高于相对密度。因此,优化问题Ⅱ的整体敏感性由高到低依次为1阶固有频率、 Nu 、相对密度。

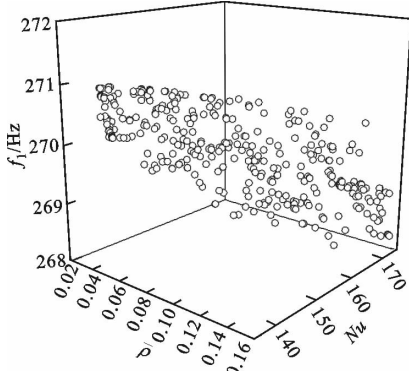


图16 努塞尔数-相对密度-固有频率的 Pareto 解

表4 优化问题Ⅱ努塞尔数 Pareto 解分布

Nu	[138,140)	[140,150)	[150,160)	[160,172]
Pareto 解数 (X型)	18	86	108	173

表 5 优化问题 II 相对密度 Pareto 解分布

$\bar{\rho}/\%$	[3,6)	[6,9)	[9,12)	[12,15]
Pareto 解数 (X 型)	149	70	70	96

4.2.2 单一敏感性分析 图 17 所示为基于杆径和倾角的努塞尔数-相对密度-固有频率的多目标 Pareto 解,可以看出杆径的优化解集中在 2.3~2.9 mm 之间,总体呈曲面分布且相对均匀,倾角的优化解集中在 52°~66°之间。

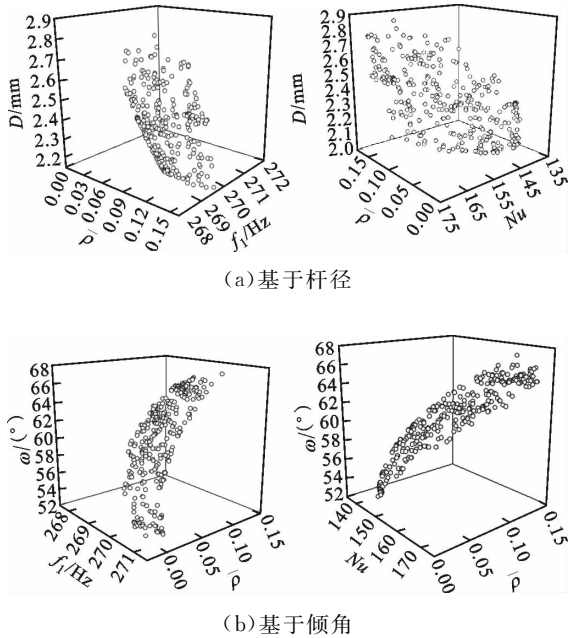


图 17 基于杆径和倾角的努塞尔数-相对密度-固有频率多目标 Pareto 解

图 18 给出了由相关系数 r 计算得到的优化问题 II 中各参数与优化目标的相关性图,可以看出,杆径对 1 阶固有频率呈较强的负相关关系,其次为相对密度、 Nu ,而倾角对 Nu 的敏感性最高,其次为相对密度、1 阶固有频率。

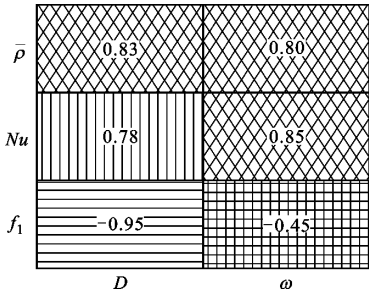


图 18 优化问题 II 中各参数与优化目标的相关性图

4.3 优化结果的函数表征

由于所得到的优化问题 I 和 II 的 Pareto 解为

一系列的离散点,而在实际应用中的值可能不包含在这些离散点之中,因此需给出可供参考的连续优化解集。图 19 所示为优化问题 I 和优化问题 II 的 Pareto 解及其拟合曲线,可以看出两种优化问题的 Nu 和相对密度 Pareto 解的分布形式均呈现出较强的凹凸性,因此采用 1 阶指数函数对其进行拟合,函数方程如下

$$Nu = ae^{b\rho} + c \tag{13}$$

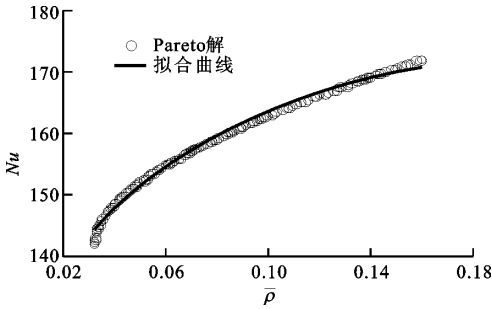
式中各系数的值如表 6 所示。

表 6 Pareto 解的拟合函数系数

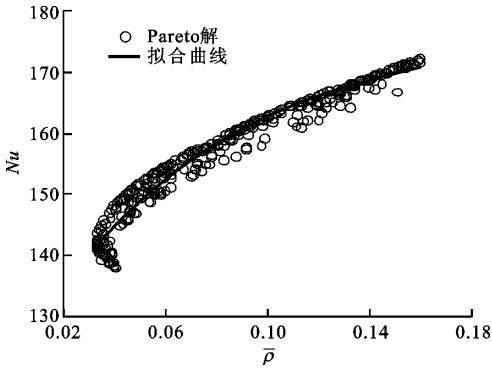
优化问题	a	b	c
I	-49.434	-13.253	176.796
II	-54.888	-13.542	176.984

4.4 优化结果对比

表 7 所示为初始模型与优化模型的结果对比。为了说明优化后的结构较初始结构在性能上的提升,分别选取了优化问题 I、II 在 Pareto 解集上的一个代表性解。从表中可以看出:对于优化问题 I,当 Nu 达到 150 量级时,其较初始模型提升了约 24.1%,同时相对密度降低了 31%;对于优化问题 II,当 Nu 达到 160 量级时,其较初始模型提升了约 28.8%,此时相对密度与初始模型基本持平。因此,



(a) 优化问题 I



(b) 优化问题 II

图 19 各优化问题的 Pareto 解及其拟合曲线

优化所得到的结果是有效的。

表 7 初始模型与优化模型的结果对比

模型	D/mm	$\omega/(\text{^\circ})$	Nu	$\bar{\rho}$
初始模型	2.0	45.0	124.5	0.084
优化模型 I	2.5	58.8	154.5	0.058
优化模型 II	2.6	61.0	160.3	0.084

5 结 论

(1)本文采用 3D 打印机打印了内冷通道内填充金字塔型和 X 型点阵结构的树脂样件,采用 LMS 动态信号分析仪测试了样件的前 6 阶固有频率和振型,并与 ABAQUS 中计算得到的结果进行对比,验证了数值计算模型的准确性和可靠性。

(2)根据点阵结构力学以及传热方面的经验公式,选取金字塔型和 X 型点阵结构,并以前人优化后的参数作为初始模型,建立了以点阵结构杆件直径和杆件倾角为设计变量、以翅片法推导的 Nu 为目标来评价结构的换热性能、以 1 阶固有频率和相对密度来评价结构的力学性能、以通道内点阵结构尺寸受限制为约束条件的集热控、承载和轻量化于一体的新型冷却结构的多目标优化方法。

(3)优化问题 I 对 Nu 的整体敏感性高于相对密度,且杆径对相对密度的单一敏感性高于 Nu ,而倾角对 Nu 的单一敏感性高于相对密度。对于优化问题 II,整体敏感性从高到低依次为 1 阶固有频率、 Nu 、相对密度,且各优化目标对杆径的单一敏感性表现为 1 阶固有频率最高、相对密度次之、 Nu 最低。各优化目标对倾角的单一敏感性表现为 Nu 最高、相对密度次之、1 阶固有频率最低。给出了优化问题 I 和 II 的 Pareto 解的拟合函数,可为点阵结构填充内冷通道的多目标优化设计提供指导。

参考文献:

[1] 宋亚军,李童,张获,等. 燃气轮机叶片内部抗流肋冷却方式研究进展 [J]. 热力透平,2011,40(4): 235-244.
SONG Yajun, LI Tong, ZHANG Di, et al. Review of gas turbine blade internal cooling with ribs [J]. Thermal Turbine, 2011, 40(4): 235-244.

[2] 徐文涛. 增材制造在燃气轮机中的应用 [J]. 燃气轮机技术,2017,30(3): 61-64.
XU Wentao. Application of additive manufacturing in the manufacture of gas turbine [J]. Gas Turbine Technology, 2017, 30(3): 61-64.

[3] 孙世杰. 增材制造方法生产的合金零件将被应用于飞机发动机涡轮叶片 [J]. 粉末冶金工业,2015,25(1): 65-66.
SUN Shijie. Alloy parts produced by additive manufacturing methods will be applied to aircraft engine turbine blades [J]. Powder Metallurgy Industry, 2015, 25(1): 65-66.

[4] 王向明,苏亚东,吴斌,等. 微桁架点阵结构在飞机结构/功能一体化中的应用 [J]. 航空制造技术,2018,61(10): 16-25.
WANG Xiangming, SU Yadong, WU Bin, et al. Application for additive manufacturing of lattice materials on integrated aircraft structures and functions [J]. Aviation Manufacturing Technology, 2018, 61(10): 16-25.

[5] 卢天健,何德坪,陈常青,等. 超轻多孔金属材料的多功能特性及应用 [J]. 力学进展,2006,36(4): 517-535.
LU Tianjian, HE Deping, CHEN Changqing, et al. The multi-functionality of ultra-light porous metals and their applications [J]. Advances in Mechanics, 2006, 36(4): 517-535.

[6] 易长炎,柏龙,陈晓红,等. 金属三维点阵结构拓扑构型研究及应用现状综述 [J]. 功能材料,2017,48(10): 10055-10065.
YI Changyan, BAI Long, CHEN Xiaohong, et al. Review on the metal three-dimensional lattice topology configurations research and application status [J]. Functional Materials, 2017, 48(10): 10055-10065.

[7] 吴林志,熊健,马力,等. 轻质夹层多功能结构一体化设计 [J]. 力学与实践,2012,34(4): 8-18.
WU Linzhi, XIONG Jian, MA Li, et al. Integrated design of lightweight multifunctional sandwich structures [J]. Mechanics and Practice, 2012, 34(4): 8-18.

[8] 吴林志,熊健,马力. 复合材料点阵结构力学性能表征 [M]. 北京: 科学出版社,2015: 125-128.

[9] 方岱宁,张一慧,崔晓东. 轻质点阵材料力学与多功能设计 [M]. 北京: 科学出版社,2009: 205-218.

[10] VALDEVIT L, HUTCHINSON J W, EVANS A G. Structurally optimized sandwich panels with prismatic cores [J]. International Journal of Solids and Structures, 2004, 41(18/19): 5105-5124.

[11] LIU J S, LU T J. Multi-objective and multi-loading optimization of ultralightweight truss materials [J]. International Journal of Solids and Structures, 2004, 41(3/4): 619-635.

[12] CHEN M J, PEI Y M, FANG D N. Multi-objective

- optimization design of radar absorbing sandwich structure [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2010, 31(3): 339-348.
- [13] ROPER C S. Multiobjective optimization for design of multifunctional sandwich panel heat pipes with micro-architected truss cores [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2011, 32(1): 239-248.
- [14] 张磊, 邱志平. 碳纤维增强点阵夹芯结构的散热承载协同优化 [J]. *航空动力学报*, 2012, 27(1): 89-96.
ZHANG Lei, QIU Zhiping. Collaborative optimization of heat dissipation and load capacity for sandwich structures with carbon fiber reinforced lattice truss cores [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2012, 27(1): 89-96.
- [15] MOON S K, TAN Y E, WANG Jihong, et al. Application of 3D printing technology for designing light-weight unmanned aerial vehicle wing structures [J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing: Green Technology*, 2014, 1(3): 223-228.
- [16] 高亮. 多功能复合点阵夹芯结构主动换热及优化设计 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014: 40-67.
- [17] MENG J, LIAO L F, LI D, et al. Topology optimization method research on hollow wide-chord fan blade of a high-bypass turbofan engine [J]. *Procedia Engineering*, 2015, 99: 1228-1233.
- [18] FAZILATI J, ALISADEGHI M. Multiobjective crashworthiness optimization of multi-layer honeycomb energy absorber panels under axial impact [J]. *Thin-Walled Structures*, 2016, 107: 197-206.
- [19] XU Xiaomei, JIANG Yiping, LEE H. Multi-objective optimal design of sandwich panels using a genetic algorithm [J]. *Engineering Optimization*, 2016, 49(10): 1-20.
- [20] 柏龙, 熊飞, 陈晓红, 等. SLM制备的 Ti6Al4V 轻质点阵结构多目标结构优化设计研究 [J]. *机械工程学报*, 2018, 54(5): 156-165.
BAI Long, XIONG Fei, CHEN Xiaohong, et al. Multi-objective structural optimization design of Ti6Al4V lattice structure formed by SLM [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(5): 156-165.
- [21] 施月奇, 陈建恩, 葛为民, 等. 金字塔型点阵夹芯梁振动特性分析 [J]. *动力学与控制学报*, 2017, 15(4): 314-313.
- SHI Yueqi, CHEN Jianen, GE Weimin, et al. Vibration characteristics of sandwich beam with pyramidal truss core [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2017, 15(4): 314-313.
- [22] 李斌潮, 张钱城, 卢天健. 基于实验模态分析的点阵夹层结构动态性能预测 [J]. *固体力学学报*, 2008, 29(4): 373-378.
LI Binchao, ZHANG Qiancheng, LU Tianjian. Dynamic performance of truss core sandwich structures based on modal analysis experiments [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2008, 29(4): 373-378.
- [23] 李爽, 杨金水, 吴林志, 等. 边界条件和杆件倾斜角度对金属沙漏点阵结构振动特性的影响 [J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2019, 40(5): 878-885.
LI Shuang, YANG Jinshui, WU Linzhi, et al. Influence of boundary conditions and truss inclination angles on vibration characteristics of the hourglass lattice structures [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2019, 40(5): 878-885.
- [24] XU Liang, XI Lei, ZHAO Zhen, et al. Numerical prediction of heat loss from a test ribbed rectangular channel using the conjugate calculations [J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2018, 96: 98-108.
- [25] 闫国良, 毛伟, 万小朋. 轻质点阵夹芯结构主动换热性能影响因素分析 [J]. *机械科学与技术*, 2017, 36(3): 482-486.
YAN Guoliang, MAO Wei, WAN Xiaopeng. Analysis of active heat transfer characteristics for light-weight sandwich panel with lattice-frame material [J]. *Mechanical Science And Technology for Aerospace Engineering*, 2017, 36(3): 482-486.
- [26] 卢天健, 徐峰, 文婷. 周期性多孔金属材料的热流性能 [M]. 北京: 科学出版社, 2010: 103-160.
- [27] KIM T, HODSON H P, LU T J. Contribution of vortex structures and flow separation to local and overall pressure and heat transfer characteristics in an ultra-lightweight lattice material [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2005, 48(19/20): 4243-4264.

(编辑 荆树蓉)