

修形渐开线斜齿轮啮入冲击计算

贾超^{1,2}, 姚立纲¹, 张俊¹, 方宗德²

(1. 福州大学机械工程及自动化学院, 350116, 福州; 2. 西北工业大学机电学院, 710072, 西安)

摘要: 为更精确计算修形渐开线斜齿轮的啮入冲击力,提出了一种修形渐开线斜齿轮啮入冲击力的计算方法。基于齿面接触仿真,建立了综合考虑齿面修形和负载变形引起的基节差条件下未发生边缘接触时的齿轮副齿面-齿面接触仿真模型,以及发生边缘接触时的齿轮副顶点-齿面接触仿真模型,计算了修形斜齿轮啮入冲击位置随负载在修形齿面齿廓和齿向两个方向上的变化结果,并根据轮齿接触瞬时的能量守恒原则来求解啮入冲击力。基于提出的啮入冲击力计算方法和遗传优化算法建立了齿面修形优化设计模型,结合算例完成了啮入冲击力最小的齿面修形优化设计。研究表明:转速和负载对啮入冲击力产生较大的影响,在设定的载荷范围内,修形齿轮副啮入冲击力得到了有效减小;齿轮副边缘接触会导致啮入冲击力迅速增大,修形设计中应避免。

关键词: 渐开线斜齿轮;齿面修形;边缘接触;啮入冲击位置;啮入冲击力

中图分类号: TH132.41 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202009006 **文章编号:** 0253-987X(2020)09-0058-08



OSID 码

Calculation of Mesh-in Impact of Modified Involute Helical Gears

JIA Chao^{1,2}, YAO Ligang¹, ZHANG Jun¹, FANG Zongde²

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China;

2. School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: To calculate the mesh-in impact force of modified involute helical gears more accurately, a calculation method of mesh-in impact force for modified involute helical gears is proposed. Based on the tooth contact simulation, the “tooth surface-tooth surface” contact simulation model without edge contact of gears and the “tip point-tooth surface” contact simulation model with edge contact of gears are set up in consideration of the base pitch difference which is caused by the tooth surface modification and loaded tooth deformation, and the results of the variation of mesh-in impact position in both the tooth profile and the longitudinal directions with loads are calculated. The mesh-in impact force is calculated according to the energy conservation at the moment of teeth coming into contact. An optimal design model of tooth modification is set up based on the proposed method and the genetic optimization algorithm. Combined with an example, an optimal design of tooth modification with minimum mesh-in impact force is completed. The results show that both rotation speed and load have great effects on the mesh-in impact force, and the mesh-in impact force of the modified gears is reduced effectively within the set load range. Rapid increase of mesh-in impact force may be caused by the edge contact of gears and should be avoided in the design of tooth modification.

Keywords: involute helical gear; tooth surface modification; edge contact; mesh-in impact position; mesh-in impact force

啮入冲击会加剧齿轮传动系统的振动、增大噪声、恶化工作环境,甚至会影响齿轮传动系统的工作寿命。研究和分析啮入冲击现象,对于减小齿轮传动过程中的振动和噪声、提高产品质量,具有重要的理论及实际意义。

关于齿轮传动过程中的啮入冲击,一直都有国内外学者在关注。王玉芳等对齿轮啮合时由于冲击产生的加速度噪声进行了分析^[1];姚文席等对渐开线直齿轮的啮合冲击进行了研究^[2];唐进元等计算了齿轮齿顶修缘时的啮合冲击速度,指出通过齿顶修缘可以减小啮入和啮出冲击的影响^[3];武宝林等计算了渐开线齿轮传动过程中的冲击速度和冲击力,并分析了传动比、模数、载荷和转速对冲击力的影响^[4-5];谢海东等利用瞬态响应分析法对啮合冲击激励下的斜齿轮传动系统动力学特性进行了分析^[6];周长江等建立了线外啮入冲击摩擦模型,计算了接触点的冲击摩擦力与摩擦系数^[7];黄中华等提出了一种渐开线直齿圆柱齿轮传动过程中轮齿啮合冲击力的计算方法^[8];Winter等分析了线外啮合接触对齿轮传动的危害^[9-10];Weck等认为啮合冲击会加剧齿面点蚀,从而减小齿轮的正常工作寿命^[11-12];Lin等利用商用有限元软件完成啮入冲击仿真,对不同速度和载荷下的啮入冲击力进行了计算与分析^[13];Yu等提出了考虑啮入冲击影响的轮齿承载接触分析(LTCA)模型,计算了承载传动误差,并建立了动力学模型,分析了考虑和不考虑啮入冲击下得到的承载传动误差激励对齿轮传动系统动态响应的影响差异^[14];Wang等利用商用有限元软件对弧齿锥齿轮的三维动态接触及其冲击进行了分析^[15]。

从上面的文献分析中可以看出,啮入冲击是齿轮传动过程中振动和噪声的主要来源之一,而当前关于啮入冲击的研究相对较少。此外,啮入冲击的研究主要集中在直齿轮中,冲击仿真模型相对简单。齿面修形加载后,随着负载变化,斜齿轮啮入冲击点在齿面上的位置沿着齿廓和齿向两个方向上都会发生变化。目前的啮入冲击研究中,仿真模型大多只能反映啮入点在齿廓方向上的位置变化,不能直接将其用于修形斜齿轮。实际工程中,斜齿轮应用广泛,且大部分情况下都进行了齿面修形,因此需要建立新的仿真模型来更精确地计算修形斜齿轮的啮入冲击力。

针对以上研究背景,本文提出了一种基于轮齿承载接触分析的修形斜齿轮啮入冲击力的计算方法,并结合提出的啮入冲击力计算方法建立了优化

模型,完成了啮入冲击力最小的齿面修形优化设计,分析了齿面修形对啮入冲击力的影响。

1 啮入冲击机理

理想工况下,标准渐开线齿面在进入啮合时齿面公法线沿着理论啮合线方向,在该方向上无相对速度产生,因此没有冲击。图1给出了渐开线齿轮啮入冲击示意图, O_1 和 O_2 分别是小轮和大轮的旋转中心, P_{b1} 和 P_{b2} 分别是小轮和大轮的基节。实际工况中,负载造成前一齿对(齿对1)变形,因此产生相对基节差,致使后一齿对(齿对2)在进入啮合时,大轮齿顶尖点和小轮齿面提前接触,造成啮入干涉,产生啮入冲击。

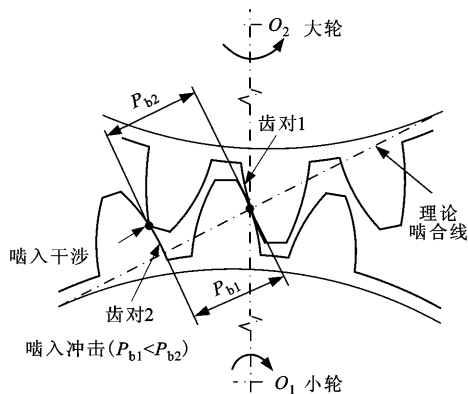


图1 渐开线齿轮啮入冲击示意图

2 啮入点位置的计算

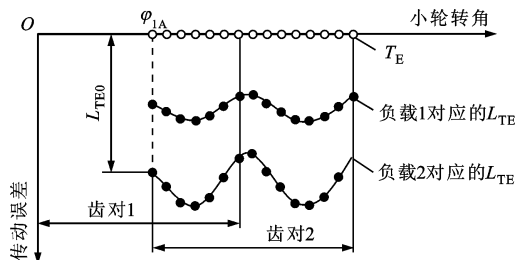
啮入冲击力的计算关键在于准确求得啮入点的位置。基于啮入点位置,可以计算两齿面在该点的相对法向速度和啮合刚度,进而计算啮入冲击力。

标准齿轮进入啮合时,由于轮齿负载变形,大轮齿顶尖点提前与小轮齿面接触,大小轮为顶点-齿面接触;修形齿面在较小载荷下,由于修形产生的齿间间隙足以补偿轮齿负载变形,齿轮进入啮合时,大小轮为齿面-齿面接触;在较大载荷下,由于修形产生的齿间间隙被轮齿负载变形完全补偿掉,此时齿轮进入啮合时,大轮齿顶尖点首先与小轮齿面接触,大小轮为顶点-齿面接触。

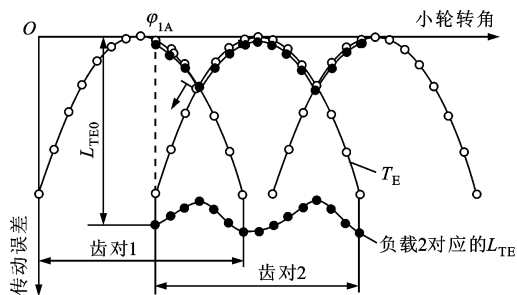
基于以上分析,本文求解齿面啮入点位置时分成两种工况:工况1为发生边缘接触时的齿轮啮入点位置求解,如图2所示,包含了标准齿面和较大载荷下的修形齿面两种情况;工况2为不发生边缘接触时的齿轮啮入点位置求解,如图3所示。

图2和3中,通过轮齿几何接触分析(TCA)和LTCA,得到了几何传动误差(T_E)和承载传动误差

(L_{TE}), 基于 T_E 和 L_{TE} 可以进一步求解工况 1 和 2 中的齿轮啮入点位置。



(a) 标准齿面



(b) 较大载荷下的修形齿面

图2 发生边缘接触时的齿轮啮入点位置求解

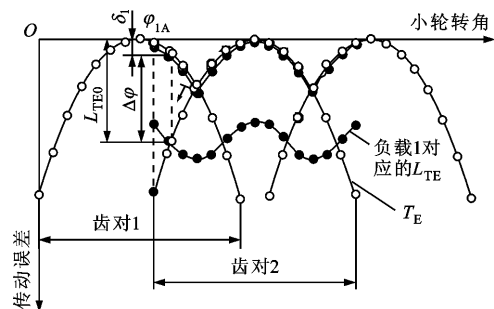


图3 不发生边缘接触时的齿轮啮入点位置求解

图2、3中的 φ_{1A} 为 TCA 计算中小轮齿在小轮齿根处初次接触时的小轮转角。当 φ_{1A} 处的 L_{TE} 大于 T_E 时, 图3中 L_{TE0} 为 φ_{1A} 处的 L_{TE} 的绝对值; 当 φ_{1A} 处的 L_{TE} 小于 T_E 时, 图3中 L_{TE0} 为承载传动误差曲线与几何传动误差曲线交点对应的 L_{TE} 的绝对值。

2.1 发生边缘接触时的齿面啮入点位置求解

2.1.1 标准齿面 图4给出了标准齿面啮入点位置的求解示意图: 图4中 D 点为实际啮入点; E 点为正常啮入点; E' 点为正常啮入点的反转点; $\Delta\varphi_{k1}$ 和 $\Delta\varphi_{k2}$ 分别为计算啮入冲击点采取的反转法中小轮和大轮的反转角, 两者满足传动比关系; r_{a2} 为大轮的齿顶圆半径; r_1 和 r_2 分别为小轮及大轮的节圆半径; r_{b1} 和 r_{b2} 分别为小轮和大轮的基圆半径。

根据啮合原理和几何关系, 可以求出啮入干涉

时大轮相对于理论啮入位置的偏离转角。

在图4 $\triangle O_1DO_2$ 和 $\triangle PDO_2$ 中

$$r_{O_1D} = \sqrt{a^2 + r_{a2}^2 - 2ar_{a2}\cos(\angle PO_2D)} \quad (1)$$

$$\angle PO_2D = \gamma_2 + L_{TE0} + \Delta\varphi_{k2} \quad (2)$$

$$\gamma_2 = \pi/2 - \alpha - \angle PEO_2 \quad (3)$$

$$\angle PEO_2 = \arcsin \frac{r_2 \sin(\pi/2 + \alpha)}{r_{a2}} \quad (4)$$

$$r_{O_1E} = \sqrt{a^2 + r_{a2}^2 - 2ar_{a2}\cos\gamma_2} \quad (5)$$

$$\arcsin\left(\frac{r_{a2} \sin(\angle PO_2D)}{r_{O_1D}}\right) - \Delta\varphi_{k2} i -$$

$$\arcsin\left(\frac{r_{a2} \sin(\gamma_2)}{r_{O_1E}}\right) =$$

$$\text{inv}\left(\arccos\left(\frac{r_{b1}}{r_{O_1D}}\right)\right) - \text{inv}\left(\arccos\left(\frac{r_{b1}}{r_{O_1E}}\right)\right) \quad (6)$$

式中: a 为两齿轮啮合中心距; i 为齿轮副传动比; α 为分度圆压力角; $\text{inv}(\cdot)$ 为渐开线函数。

基于渐开线方程基本性质可得

$$\text{inv}(\lambda) = \tan\lambda - \lambda \quad (7)$$

联立方程组式(1)~(7), 可求得啮入干涉时, 大轮相对于理论啮入位置的偏离转角。

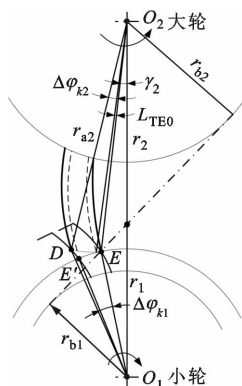


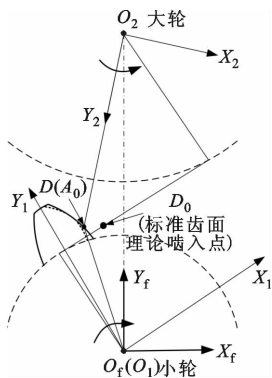
图4 标准齿面啮入点位置的求解示意图

从图4中可以看出, 标准齿面工况下, 啮合干涉发生时, 大轮偏离理论啮入位置的转角 $\Delta\varphi$ 等于 L_{TE0} 加上 $\Delta\varphi_{k2}$, 可以将 $\Delta\varphi$ 叠加在大轮理论啮入位置的转角上, 通过小轮齿面与在新的位置上的大轮接触可获得在啮入冲击点的位置矢量。

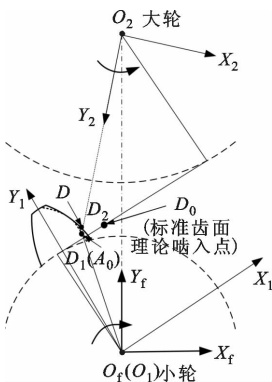
2.1.2 较大载荷下的修形齿面 在较大负载下, 小轮转角 φ_{1A} 处的 T_E 小于 L_{TE} , 表示齿对2之间的齿间间隙不足以补偿齿对1负载变形带来的影响, 修形齿面将会发生啮入干涉, 齿对2进入啮合时, 实际啮入点将会从大轮齿顶尖点开始。此种工况下, 啮入点位置的求解则相对复杂, 需要先求解在较大载荷下标准齿面的实际啮入点。

图5给出了较大载荷下修形齿面啮入点位置的

求解示意图。图 5a 中,较大载荷下,在小轮标准齿面上的 D 点发生啮入干涉, A_0 点为大轮的齿顶尖点。此时,对于修形齿面来讲,由于小轮齿面在啮入区域的齿向修形和齿根修形,小轮齿面和大轮齿顶尖点依然存在一定的齿间间隙,因此此刻并不会发生啮入干涉,但是在啮入区域的修形量并不足以补偿前一对齿的负载变形量,随着大小齿轮的继续转动,终会发生啮入干涉。



(a) 在小轮标准齿面上 D 点处发生啮入干涉



(b) 在小轮修形齿面上 D_1 点处发生啮入干涉

图 5 较大载荷下修形齿面啮入点位置的求解示意图

图 5b 中,假设大小轮在标准齿面发生啮入干涉时的转角位置继续转动角度 $\Delta\omega$ 时,终在小轮修形齿面上 D_1 点发生啮入干涉。此刻,若考虑大小轮的几何空间位置,大轮齿顶尖点将嵌入小轮标准齿面轮齿内。大轮齿顶尖点 A_0 在小轮标准齿面轮齿内的嵌入量称为干涉量,可以通过求解在固定坐标系 S_f 下, $X_f O_f Y_f$ 平面内 A_0 到标准渐开线的最短距离来得到。

求解点到标准渐开线的最短距离时,可以通过几何性质得到两个方程。渐开线上的点需要满足渐开线方程,因此可以得到第 1 个方程

$$f(x, y) = 0 \quad (8)$$

设定 D_2 点为标准渐开线上的一点,固定坐标

系 S_f 下,点 A_0 与点 D_2 的距离为大轮齿顶尖点到标准渐开线的最小距离,因此可以得到第 2 个方程

$$\mathbf{T}_f \mathbf{W}_f = 0 \quad (9)$$

式中: $\mathbf{T}_f$ 为标准渐开线在 D_2 点处的切向量; $\mathbf{W}_f$ 为 S_f 下 A_0 到 D_2 的位置向量。

当大轮齿顶尖点和小轮修形齿面接触时,根据干涉量和修形量相等,可以得到第 3 个方程

$$\delta = \sqrt{(X_f^{D_2} - X_f^{A_0})^2 + (Y_f^{D_2} - Y_f^{A_0})^2} \quad (10)$$

式中: δ 为修形量; $(X_f^{D_2}, Y_f^{D_2})$ 和 $(X_f^{A_0}, Y_f^{A_0})$ 分别为 S_f 下点 D_2 和 A_0 的坐标。

联立方程式(8)~(10),可以求得修形齿面发生啮入干涉时大小轮转动的微小角度 $\Delta\omega$ 和 S_f 下 D_2 点的坐标 $(X_f^{D_2}, Y_f^{D_2})$ 。

从上面的分析可以看出,修形齿面发生啮入干涉时,大轮偏离理论啮入位置的转角为在标准齿面工况下发生啮入干涉时的偏离角减去 $\Delta\omega$ 。求得大轮在理论啮入位置处的偏离角后,可以将此转角叠加在大轮理论啮入位置的转角上,通过小轮齿面与在新的位置上的大轮接触分析可获得啮入冲击点的位置矢量。

2.2 不发生边缘接触时的齿面啮入点位置求解

如图 3 所示,较小载荷下,在小轮转角 φ_{1A} 处的 T_E 大于 L_{TE} 时,表示齿对 2 之间的齿间间隙足以补偿齿对 1 负载变形带来的影响,因此避免了啮入干涉,但是由于齿面修形和轮齿变形已经破坏了原有的标准共轭曲面,因此啮入点依然会轻微偏离理论啮合线,致使进入啮合的齿对 2 在啮入点处,沿着瞬时啮合线依然存在相对速度差,还是不可避免地存在啮入冲击。此时,即将进入啮合的大轮轮齿的位置,可看作其在理论位置的基础上退回了一个微小角度 $\Delta\varphi$ 。该角度可通过 LTCA 技术计算得到。

图 3 中, δ_1 为齿对 1 在理论啮入位置处的 T_E , T_E 为齿对 1 在理论啮入位置处的 L_{TE} , $\Delta\varphi$ 则为即将进入啮合的齿对 2 的大轮轮齿在理论位置的偏离角,将此转角叠加在大轮理论啮入位置的转角上,通过小轮齿面与在新的位置上的大轮接触分析,可获得啮入冲击点的位置矢量。

3 啮入冲击力的计算

3.1 啮入点啮合刚度和相对速度的计算

本文中啮入点的啮合刚度可以通过 LTCA 计算得到,其基本思路为:按照给定步长增加齿轮副的负载扭矩,求得每个负载扭矩下啮入点的法向变形,同时通过啮入点处的载荷分配系数和总的法向力,

得到每个负载扭矩下啮入点的法向力,从而得到啮入点处的一系列的法向力和法向变形,最后通过拟合得到如图6所示的法向力和法向变形量的关系曲线,其关系式为 $F_N = K_s \delta^n$, 其中, K_s 即为啮入点的啮合刚度, n 为在静力状态下的变形系数。

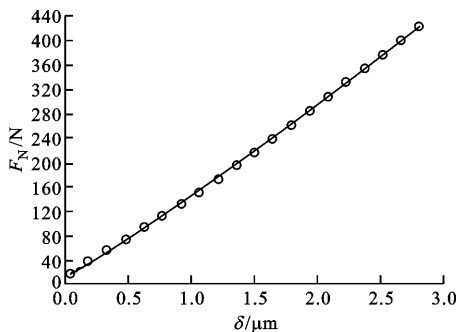


图6 啮入点法向变形量与法向力的关系示意图

在轮齿几何接触分析计算中可以得到在理论啮入位置处的大小轮转角,根据第2节中的计算,可以得到大轮在新的位置上的转角,通过小轮齿面与在新的位置上的大轮齿面进行接触分析,则可以得到大小轮的啮入点在固定坐标系下的位置矢量和法向矢量,进而得到大小轮在啮入点的相对速度,即冲击速度

$$\mathbf{v}_i^{(12)} = (\mathbf{w}_i^{(1)} - \mathbf{w}_i^{(2)}) \times \mathbf{r}_i^{(1)} - \mathbf{E}_i \times \mathbf{w}_i^{(2)} \quad (11)$$

式中: $\mathbf{v}_i^{(12)}$ 为小轮、大轮在固定坐标系下啮入点处的相对速度; $\mathbf{w}_i^{(1)}$ 和 $\mathbf{w}_i^{(2)}$ 分别为小轮、大轮在固定坐标系下的角速度; $\mathbf{r}_i^{(1)}$ 为啮入点在固定坐标系下的位置矢量; $\mathbf{E}_i$ 为从固定坐标系原点指向大轮坐标系原点的向量。

3.2 啮入冲击力的计算

本文中啮入冲击力的计算是通过轮齿接触瞬间的能量守恒原则来实施的。大小轮的转动惯量和诱导质量可以分别表示为

$$J_i = \frac{\pi \rho B}{2} (r_{bi}^4 - r_{hi}^4), \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

$$m_i = \frac{J_i}{r_{bi}^2}, \quad i = 1, 2 \quad (13)$$

式中: J_i ($i=1, 2$) 分别为小轮和大轮的转动惯量; ρ 为齿轮材料密度; B 为齿宽; r_{bi} ($i=1, 2$) 分别为小轮、大轮的基圆半径; r_{hi} ($i=1, 2$) 分别为小轮、大轮轮毂内孔半径。

齿轮副在啮入冲击点的冲击动能可以表示为

$$E_k = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v^{(12)})^2 = \frac{1}{2} \frac{J_1 J_2}{J_1 r_{b2}^2 + J_2 r_{b1}^2} (v^{(12)})^2 \quad (14)$$

式中 $v^{(12)}$ 为小轮、大轮在啮入点处的相对速度。

由于冲击作用,使得轮齿之间产生冲击变形 δ_s , 与之相对应的冲击力 F_s 则为最大冲击力。参考铁摩辛柯在弹性理论中的假设——在静力状态下建立的力与变形之间的方程在碰撞过程中也成立^[16], 则最大冲击力的表达式如下

$$F_s = K_s \delta_s^n \quad (15)$$

式中 n 通过数据拟合得到, 取为 1.1。弹性势能表示为

$$E_k = \int_0^{\delta_s} K_s x^n dx = \frac{1}{n+1} K_s \delta_s^{n+1} \quad (16)$$

根据冲击力学理论, 冲击动能和弹性势能之间有如下关系

$$E_k = \frac{1}{2} \frac{J_1 J_2}{J_1 r_{b2}^2 + J_2 r_{b1}^2} (v^{(12)})^2 = \frac{1}{n+1} K_s \delta_s^{n+1} \quad (17)$$

最大弹性变形量可以表示为

$$\delta_s = \left(\frac{n+1}{2} \frac{J_1 J_2}{(J_1 r_{b2}^2 + J_2 r_{b1}^2) K_s} (v^{(12)})^2 \right)^{1/(n+1)} \quad (18)$$

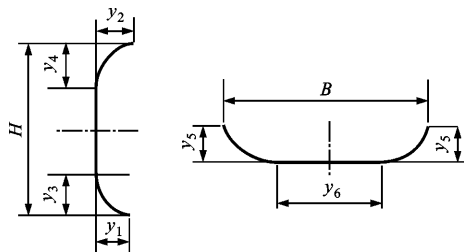
在不考虑摩擦的情况下, 最大冲击力可表示为

$$F_s = \left(\frac{n+1}{2} \frac{J_1 J_2}{(J_1 r_{b2}^2 + J_2 r_{b1}^2)} (v^{(12)})^2 K_s^{1/n} \right)^{n/(n+1)} \quad (19)$$

4 减小啮入冲击力的齿面修形优化

4.1 修形齿面的构造

本文通过理论齿面与修形曲面相叠加的方法构造了齿廓、齿向修形齿面^[17], 如图7所示, 修形曲线由两段二次抛物线和一段直线组成。



y_1 —齿根修形量; y_2 —齿顶修形量; y_3 —齿根修形长度; y_4 —齿顶修形长度; y_5 —齿向修形量; y_6 —齿向不修形长度; B —齿宽; H —有效齿高。

图7 齿廓、齿向修形曲面

4.2 齿面修形优化

大小轮轮齿在啮入点处的相对速度差是产生冲击的根本原因, 没有相对速度差则没有冲击, 因此本文通过优化啮入点处的相对速度差来实现啮入冲击力的优化, 优化计算流程如图8所示。

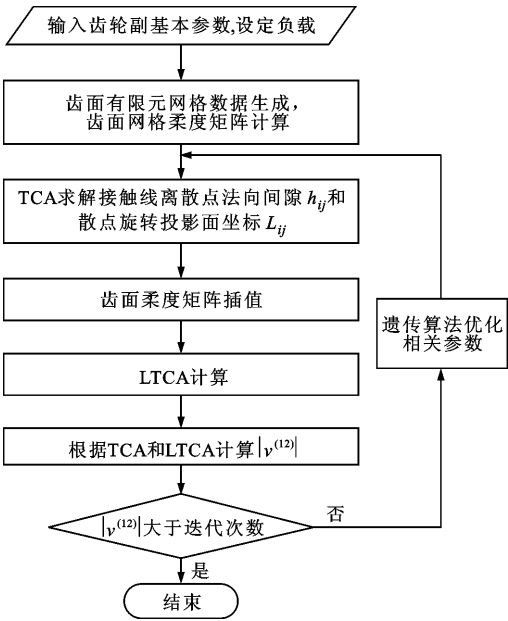


图 8 齿面修形优化计算流程图

当对齿面进行优化修形时,优化变量为 y_1 、 y_2 、 y_3 、 y_4 、 y_5 、 y_6 ,优化模型可表示为

$$\min f = |v^{(12)}|$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \delta_{\min} \leq y_1, y_2, y_5 \leq \delta_{\max} \\ h_{\min} \leq y_3, y_4 \leq h_{\max} \\ 0 < y_6 \leq l_{\max} \end{cases}$$

(20)

式中: $\delta_{\min}$ 和 $\delta_{\max}$ 的取值和齿轮模数相关,分别为 $0.001m_n$ 和 $0.015m_n$, m_n 为法向模数; $h_{\min}$ 和 $h_{\max}$ 分别为 $0.1m_n$ 和 $0.8m_n$; $l_{\max}$ 为 $0.5B$ 。

5 算例与分析

齿轮副参数见表 1,小轮和大轮的轮齿旋向分别为右旋和左旋,负载扭矩为 $1\,000\text{ N}\cdot\text{m}$,小轮转速为 $5\,000\text{ r}\cdot\text{min}^{-1}$ 。本文基于提出的啮入冲击力计算方法,对小轮齿面进行啮入冲击力最小的齿面修形优化设计。遗传算法种群数为 40,进化代数为 30,交叉概率为 0.6,变异概率为 0.1,耗时约 3.5 h。

表 1 齿轮副参数

参数	数值	
	小轮	大轮
齿数	29	71
法向模数/mm	5	5
压力角/(°)	20	20
螺旋角/(°)	27.5	27.5
齿宽/mm	42	42

表 2 给出了齿面的优化修形参数,根据优化修

形参数,图 9 给出了齿面优化修形量三维网格图。图 10a 给出了标准齿面的 T_E 和 L_{TE} 。图 10b 为修形齿面的 T_E 和 L_{TE} ,从图中可以看出,齿面修形量对于设定负载 $1\,000\text{ N}\cdot\text{m}$ 是足够的,齿对 2 之间的齿间间隙足以补偿齿对 1 负载变形带来的影响,避免了啮入干涉,大轮进入啮合时是从大轮齿面进入啮合的,这将有助于减小啮入冲击速度,进而减小啮入冲击力。

表 2 齿面的优化修形参数

修形参数	优化结果/ μm
y_1	5.9
y_2	6.8
y_3	3 800.0
y_4	4 300.0
y_5	6.2
y_6	4 600.0

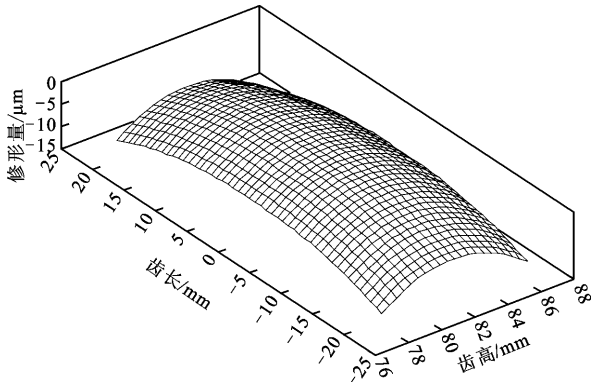
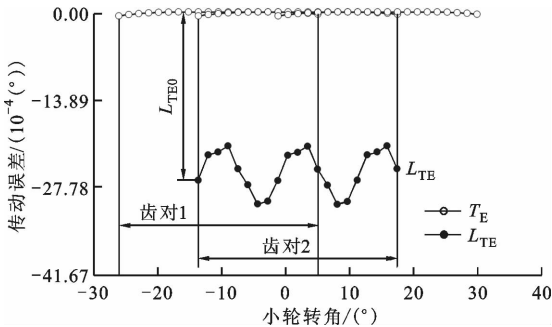
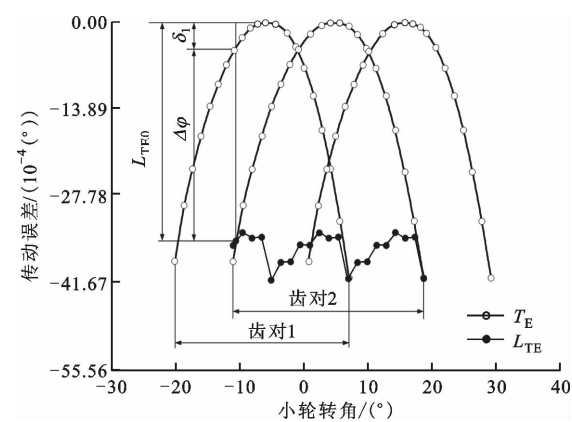


图 9 齿面优化修形量三维网格

齿面优化修形前后啮入冲击力由 $5\,829\text{ N}$ 降低到 $1\,981\text{ N}$,齿面修形后啮入冲击力减小了 66%。由于轮齿负载变形,标准齿面的大轮齿顶和小轮齿面在理论啮合线外接触,造成啮入干涉,因此产生较大的冲击力。齿面修形后,齿间间隙增大,消除了啮入干涉,因此啮入冲击力大幅下降。但是,齿面修形和轮齿变形已经破坏了原有的标准共轭曲面,大小



(a)标准齿面在设定负载下的 L_{TE}

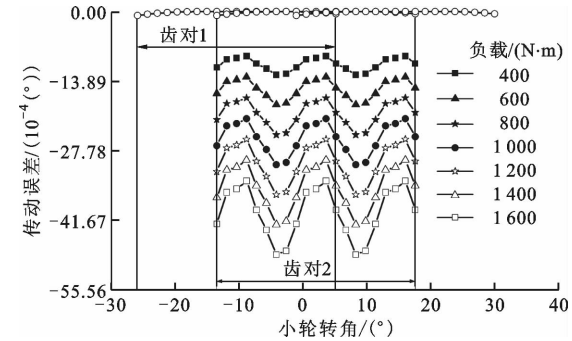


(b) 修形齿面的 T_E 和在设定负载下的 L_{TE}
图 10 实际啮入点对应的小轮转角求解

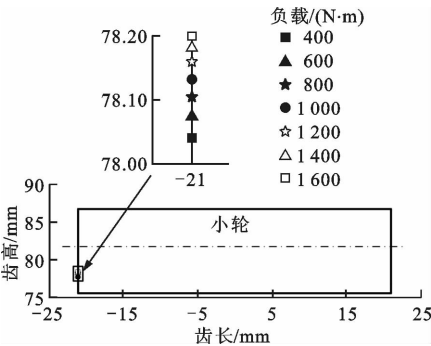
轮齿面在啮入点处的瞬时啮合线依然会轻微偏离理论啮合线,在啮入点处存在一定的速度差。因此,修形齿面接触时依然存在着冲击力。

图 11 给出了标准齿面和修形齿面啮入点位置随负载变化的计算结果。首先需要得到 T_E 和 L_{TE} ,进而得到啮入点位置。

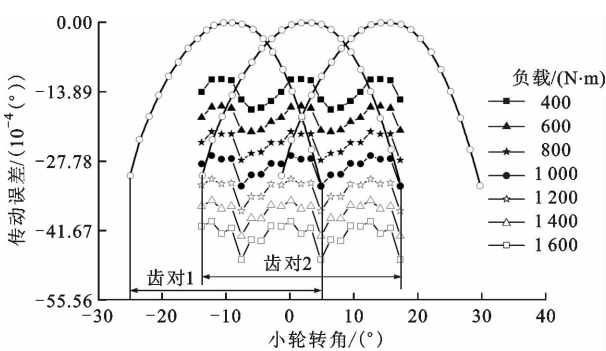
图 11a 给出了标准齿面的 L_{TE} 随负载的变化。负载越大轮齿变形量越大,因此 L_{TE} 也越来越大。图 11b 给出了标准齿面啮入点位置在小轮齿面上随负载的变化。从图 11a、11b 可以看出,随着负载增大,啮入点沿着边缘从齿根往齿腹区域移动。这是因为随着负载增大,轮齿负载变形增大,大小轮齿对



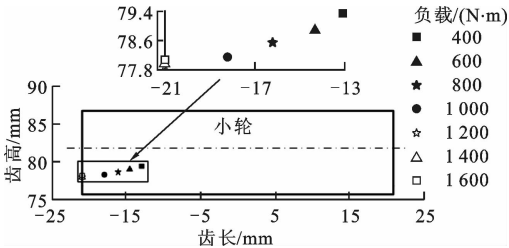
(a) 标准齿面的 L_{TE} 随负载的变化



(b) 标准齿面的啮入点随负载的变化



(c) 修形齿面的 L_{TE} 随负载的变化



(d) 修形齿面的啮入点随负载的变化

图 11 标准齿面和修形齿面的啮入点随负载的变化

基节差逐步增大,与之相对应的啮入干涉则随着负载增大逐步提前,因此随着负载不断增大,啮入点会沿着小轮轮齿边缘从齿根往齿腹移动。

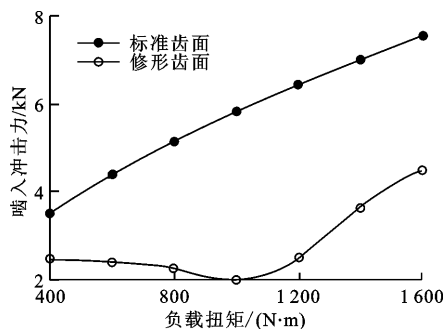
图 11c 给出了修形齿面的 L_{TE} 随负载的变化。图 11d 给出了齿面修形后,啮入点在小轮齿面上的位置随负载的变化。齿面修形后,齿轮副实际重合度下降,载荷较小时,接触区仅在部分齿面,初始阶段,齿轮副实际重合度随着负载增大而增大,后一齿对(齿对 2)间的齿间间隙足以补偿前一齿对(齿对 1)负载变形的影响,大小轮轮齿进入啮合时为齿面与齿面接触,啮入点从齿腹区域往齿侧边沿区域移动。当负载增大到一定程度时,大小轮齿面的接触区将扩大至全齿面。此时,齿轮副实际重合度等于设计重合度,后一齿对(齿对 2)间的齿间间隙不足以补偿前一齿对(齿对 1)负载变形的影响,大小轮轮齿进入啮合时为大轮齿顶尖点与小轮修形齿面边缘接触,发生啮入干涉。当载荷进一步增大时,齿轮副实际重合度等于设计重合度,保持不变,进入啮合时为大轮齿顶尖点和小轮修形齿面边缘接触,由于啮入干涉随着负载增大逐步提前,啮入点的位置沿着小轮轮齿边缘从齿根往齿腹区域移动。

基于图 11 中的计算结果可以得到发生啮入冲击时的啮入点位置,根据第 3.1 节中提出的计算方法得到相对速度和啮合刚度,最后计算啮入冲击力。

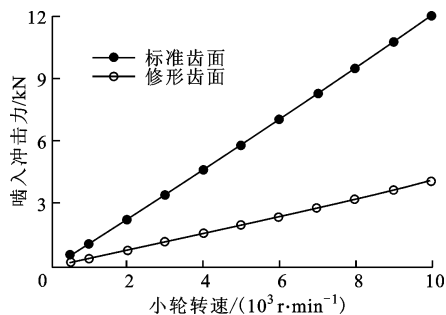
图 12 给出了啮入冲击力随负载和转速变化的

计算结果。图 12a 给出了啮入冲击力在 $400 \sim 1\,600\text{ N}\cdot\text{m}$ 负载范围内的计算结果。在整体趋势上,齿面修形后,啮入冲击力都得到了有效减小,400、1 000 和 $1\,600\text{ N}\cdot\text{m}$ 下,修形齿面啮入冲击力分别减小了 29%、66% 和 40%。同时可以看出,标准齿面的啮入冲击力随负载增大而增大。与标准齿面不同,修形齿面在初始阶段,随着负载增大,啮入冲击力减小,当负载增大到 $1\,000\text{ N}\cdot\text{m}$ 时,冲击力最小,当负载进一步增大时,啮入冲击力随之增大。

图 12b 给出了啮入冲击力随转速的变化,从图中可以看出,随转速增大,无论是标准齿面还是修形齿面,其啮入冲击力都随之增大。这是因为,当负载不变时,啮入点的位置没有发生改变,因此啮入点的刚度没有发生改变,随着转速增大,啮入点的相对速度增大,啮入冲击力随之增大。



(a) 啮入冲击力随负载的变化



(b) 啮入冲击力随转速的变化

图 12 啮入冲击力随负载和转速变化的计算结果

6 结 论

基于提出的修形斜齿轮啮入冲击力计算方法和遗传优化算法,结合算例完成了啮入冲击力最小的齿面修形优化设计,研究了啮入冲击位置随负载在修形齿面上的变化,以及啮入冲击力随转速和负载的变化,得到以下结论。

(1) 齿面修形后,在较小的负载下,后一齿对的齿间间隙足以补偿前一齿对负载变形量带来的影

响,大小轮为齿面-齿面接触;在较大的负载下,后一齿对间的齿间间隙不足以补偿前一齿对负载变形带来的影响,大小轮为顶点-齿面接触。

(2) 发生边缘接触前,修形齿面随负载增大啮入冲击位置从齿腹区域往齿侧边沿区域移动,发生边缘接触后,与标准齿面类似,随负载增大啮入冲击位置沿着齿侧边沿从齿根往齿顶方向移动。

(3) 齿面修形是减小啮入冲击的有效手段,算例中,在给定负载 $1\,000\text{ N}\cdot\text{m}$ 下,齿面优化修形后的啮入冲击力减小了 66%。

(4) 算例中,修形齿面在 $400 \sim 1\,600\text{ N}\cdot\text{m}$ 的负载范围内,啮入冲击力都得到了有效减小,在 $400\text{ N}\cdot\text{m}$ 和 $1\,600\text{ N}\cdot\text{m}$ 下的啮入冲击力分别减小了 29% 和 40%。

参考文献:

- [1] 王玉芳,童忠钊. 齿轮加速度噪声的研究[J]. 振动与冲击, 1991(1): 42-48.
- [2] 姚文席,魏任之. 渐开线直齿轮的啮合冲击研究[J]. 振动与冲击, 1990(4): 57-61.
- [3] 唐进元,肖利民. 齿轮齿顶修缘时啮合冲击速度的计算[J]. 长沙铁道学院学报, 1995, 13(1): 26-30.
TANG Jinyuan, XIAO Limin. The engagement shock velocity calculation of gear top modification[J]. Journal of Changsha Railway University, 1995, 13(1): 26-30.
- [4] 武宝林,杨素君,姚俊红. 齿轮传动中啮合冲击的理论分析[J]. 机械科学与技术, 2003, 22(1): 55-57.
WU Baolin, YANG Sujun, YAO Junhong. Theoretical analysis on meshing impact of involute gears[J]. Mechanical Science and Technology, 2003, 22(1): 55-57.
- [5] 盛云,武宝林. 齿轮传动中的啮合冲击的计算分析[J]. 机械设计, 2005, 22(7): 41-43.
SHENG Yun, WU Baolin. Calculation analysis on meshing impact in gear transmission[J]. Journal of Machine Design, 2005, 22(7): 41-43.
- [6] 谢海东,周照耀,夏伟,等. 斜齿轮传动中啮合冲击数值研究[J]. 机械传动, 2005, 29(3): 6-9.
XIE Haidong, ZHOU Zhaoyao, XIA Wei, et al. Numerical study on meshing impact of helical gear[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2005, 29(3): 6-9.
- [7] 周长江,唐进元,钟志华. 齿轮传动的线外啮合与冲击摩擦[J]. 机械工程学报, 2008, 44(3): 75-81.

(下转第 80 页)

- [11] 孙丹, 白伟钢, 刘宁宁, 等. 基于能量法的刷式密封刷丝颤振流固耦合研究 [J]. 推进技术, 2018, 39(3): 619-629.
- SUN Dan, BAI Weigang, LIU Ningning, et al. Fluid-solid interaction study of brush seals bristle flutter with energy method [J]. Journal of Propulsion Technology, 2018, 39(3): 619-629.
- [12] 李国勤, 孙丹, 刘永泉, 等. 基于 ALE 流固耦合方法的刷式密封泄漏特性理论与实验研究 [J/OL]. 推进技术. [2020-01-30]. <https://doi.org/10.13675/j.cnki.tjjs.190354>.
- LI Guoqin, SUN Dan, LIU Yongquan, et al. Theoretical and experimental study on leakage characteristics of brush seal based on ALE fluid-structure coupled methodology [J/OL]. Journal of Propulsion Technology. [2020-01-30]. <https://doi.org/10.13675/j.cnki.tjjs.190354>.
- [13] BAYLEY F J, LONG C A. A combined experimental and theoretical study of flow and pressure distributions in a brush seal [J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1993, 115(2): 404-410.
- [14] WEN J, FU Y, BAO X, et al. Flow resistance and convective heat transfer performances of airflow through helical-tube bundles [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2019, 130: 778-786.
- [15] KANG Y, LIU M, KAO-WALTER S, et al. Predicting aerodynamic resistance of brush seals using computational fluid dynamics and a 2-D tube banks model [J]. Tribology International, 2018, 126: 9-15.

(编辑 荆树蓉)

(上接第 65 页)

- ZHOU Changjiang, TANG Jinyuan, ZHONG Zhihua. Corner contact and impact friction of gear drive [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(3): 75-81.
- [8] 黄中华, 张晓建, 周玉军. 渐开线齿轮啮合碰撞力仿真 [J]. 中南大学学报(自然科学版), 2011, 42(2): 379-383.
- HUANG Zhonghua, ZHANG Xiaojian, ZHON Yujun. Simulation of contact force of involute gear meshing [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2011, 42(2): 379-383.
- [9] WINTER H, GERBER H, MULLER R. Investigation on the excitation of vibration and noise at spur and helical gears [C]//Proceedings of the 1989 ASME International Power Transmission and Gearing Conference. New York, USA: ASME, 1989: 765-772.
- [10] MUNRO R G, MORRISH L, PALMER D. Gear transmission error outside the normal path of contact due to corner and top contact [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 1999, 213(4): 389-400.
- [11] WECK M, MAUER G. Optimum tooth flank corrections for helical gears [J]. Journal of Mechanical Design, 1990, 112(4): 584-589.
- [12] JAO T C, DEVLIN M T, MILNER J, et al. Influence of surface roughness on gear pitting behavior [J]. Gear Technology, 2006, 9(3): 31-38.
- [13] LIN Tengjiao, OU H, LI Runfang. A finite element method for 3D static and dynamic contact/impact analysis of gear drives [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007, 196(9/10/11/12): 1716-1728.
- [14] YU Wennian, MECHEFSKE C K. Analytical modeling of spur gear corner contact effects [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 96: 146-164.
- [15] WANG Peiyu, FAN S C, HUANG Zigui. Spiral bevel gear dynamic contact and tooth impact analysis [J]. Journal of Mechanical Design, 2011, 133: 084501.
- [16] 铁摩辛柯, 古地尔, 徐芝纶. 弹性理论 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2013: 501-504.
- [17] 贾超, 方宗德, 张永振. 高度内啮合人字齿轮多目标优化修形 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017, 49(1): 166-172.
- JIA Chao, FANG Zongde, ZHANG Yongzhen. Multi-objective optimal modification for internal double helical gears with high speed [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2017, 49(1): 166-172.

(编辑 武红江)