

应用改进分形理论及连续变形理论的 机械结合面切向刚度建模

李志涛¹, 王世军¹, 韩子锐¹, 卫娟娟¹, 赵金娟², 李鹏阳¹

(1. 西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 710048, 西安;

2. 西安理工大学印刷包装与数字媒体学院, 710048, 西安)

摘要: 针对现有分形理论在建立切向刚度模型时未考虑微凸体变形的连续性以及未考虑结合面在即将发生切向滑移之前静摩擦力导致实际接触面积增大的问题,提出了应用改进分形理论及连续变形理论的切向刚度建模方法。该方法以微凸体连续变形理论为基础,应用改进分形理论分析静摩擦力与实际接触面积之间的关系,并利用赫兹接触理论推导了结合面法向接触载荷;随后,根据切向刚度的产生机理,推导了包含弹塑性过渡阶段的切向接触载荷,结合所推导的法向、切向接触载荷从而建立了结合面切向刚度模型。为验证该方法的合理性,首先建立栓接结合部的有限元模型,利用超景深三维显微系统 VHX-5000 获取结合面的轮廓数据,经过功率谱密度法获取结合面的分形参数,通过虚拟材料将该方法以及对比方法计算的刚度输入有限元模型中进行仿真,得到栓接结合部在不同扭紧力矩下的前三阶固有频率及振型;随后搭建包含栓接结合部的实验装置,通过锤击实验也获取该装置在不同扭紧力矩的前三阶固有频率及振型。在相同扭紧力矩下的前三阶固有频率对比实验和仿真结果表明:该方法的仿真与实验结果之间最大相对误差为 3.84%,相比于田红亮的方法降低了 54.45%,说明该方法能够更加准确地预测结合面动态特性。

关键词: 连续变形理论;改进分形理论;结合面;切向刚度

中图分类号: TH113.1 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202006014 **文章编号:** 0253-987X(2020)06-0107-08



OSID 码

Modeling of Tangential Stiffness of Mechanical Joint Surface Using Improved Fractal Theory and Continuous Deformation Theory

LI Zhitao¹, WANG Shijun¹, HAN Zirui¹, WEI Juanjuan¹, ZHAO Jinjuan², LI Pengyang¹

(1. School of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;

2. School of Printing, Packaging Engineering and Digital Media Technology, Xi'an University of Technology,
Xi'an 710048, China)

Abstract: A method for modeling tangential stiffness based on fractal theory and the continuous deformation theory is presented to solve the problem that the existing fractal contact theory does not consider the continuity of asperity deformation, and the problem that the static friction force leads to an increase of real contact area of the binding surface before the tangential slip occurs when establishing the tangential stiffness model. The method bases on the continuous deformation theory of asperity, uses an improved fractal theory to analyze the relationship between static friction force and real contact area. Hertz contact theory is used to derive the normal contact load of joint. According to the generating mechanism of tangential stiffness, the

tangential contact load with the elastoplastic transition stage is also derived. Then a tangential stiffness model of joint is established by combining the derived normal and tangential contact loads. In order to verify the rationality of the method, a finite element model of bolt joint is built. In the finite model, the profile data of the contact surfaces of the joint are obtained by a ultra-depth three-dimensional microscope system VHX-5000, and then the fractal parameters of joint are obtained by the power spectrum density method. The first three order natural frequencies and vibration shapes of bolt joint are computed under different torques by inputting the stiffnesses of joint resulting from virtual material method and a comparison method into the finite element model for simulation of bolt joint. A experimental device including bolt joint is built, and then the first three order natural frequencies and vibration shapes of the device are also obtained under different torques by hammering experiments. Comparisons between experimental natural frequencies and computing natural frequencies under the same torques show that the maximum relative error of the simulation results is about 3.84% relative to experiment results, and it is 54.45% lower than Tian Hongliang method. These results show that the proposed method can more accurately predict the dynamic performance of joint.

Keywords: continuous deformation theory; improved fractal theory; joint surface; tangential stiffness

结合面的接触刚度作为影响机床整机动态特性预测准确性的重要因素,从来都是国内外学者研讨的重点对象。结合面接触刚度根据接触特性被划分为法向接触刚度和切向接触刚度。但是目前大量的文献集中于法向接触刚度的研究^[1-2],而对于切向接触刚度的研究是很少的。

对于切向刚度的研究,张学良等基于具有尺度独立性的分形理论初次推导了结合面的切向刚度模型^[3],但是该模型中仅仅将微凸体的变形阶段划分为完全弹性以及完全塑性变形阶段,并未考虑弹塑性过渡阶段。Chen 等与刘鹏等在文献^[3]的基础上,虽然考虑了结合面的几何形状,提出了圆柱面的切向刚度模型^[4]及球面的切向刚度模型^[5],但并未对分形理论以及微凸体的变形过程进行改进。随后,李小鹏等考虑了结合面接触过程中的摩擦因素,建立了二维模型^[6],潘五九等引入摩擦因素后建立了三维切向刚度模型^[7],但他们都仅仅考虑了临界接触面积受到摩擦因素的影响,没有考虑结合面在即将发生切向滑移之前所产生的静摩擦力对实际接触面积的影响。由此可见,在建立切向刚度模型时,有一部分文献仅考虑了摩擦因数对弹塑性临界接触面积的影响,但没有文献考虑过结合面在尚未发生切向滑移之前静摩擦力时时刻刻对实际接触面积的影响,这是不符合实际的。

因此本文依据微凸体的连续变形理论,补齐了在弹塑性过渡阶段所产生的切向刚度,并且严格依

据赫兹接触推导了结合面在将要发生切向滑移之前的实际接触面积,从而创建了应用改进分形理论及连续变形理论的结合面切向刚度分形理论模型。

1 结合面切向刚度建模

1.1 应用改进分形理论的临界接触面积

根据文献^[3],将接触模型等效为单个微凸体与刚性平面接触模型,如图1所示,其中 r 为接触区域半径。

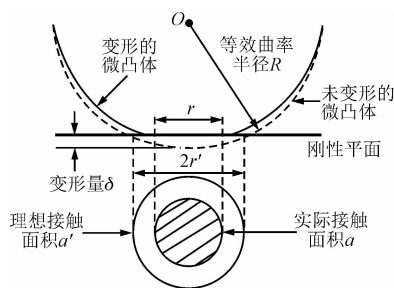


图1 单个微凸体与刚性平面的接触状态

根据文献^[8]的研究,结合面微凸体的变形量以及曲率半径分别为

$$\delta = 2^{3-D} G^{D-1} (\ln \gamma)^{1/2} \pi^{(D-2)/2} a^{(2-D)/2} \quad (1)$$

$$R = \frac{a^{D/2}}{2^{4-D} \pi^{D/2} G^{D-1} (\ln \gamma)^{1/2}} \quad (2)$$

式中: D 为粗糙表面的分形维数; G 是粗糙表面的分形粗糙度; a 是单个微凸体的实际接触面积; γ 是大于1的常数,取1.5^[8]。

依据赫兹基本理论^[9],可知单个微凸体所承受

的法向接触载荷与法向变形量的关系为

$$F_e = \frac{4}{3}ER^{1/2}\delta^{3/2} \quad (3)$$

式中: E 为两材料的当量弹性模量,计算公式见文献[3]。当两接触面即将发生宏观移动时,微凸体开始发生屈服的临界平均接触压力为^[9]

$$p_\mu = 1.1k_\mu\sigma_y \quad (4)$$

式中: σ_y 为较软材料的屈服强度; k_μ 为摩擦修正因子,与摩擦因数 μ 有关,计算公式见文献[9]。

联立式(3)(4),微凸体弹塑性临界变形量为

$$\delta_{\mu c} = \left(\frac{3 \cdot 3\pi k_\mu \phi}{4} \right)^2 R \quad (5)$$

式中: ϕ 为材料特性系数, $\phi = \sigma_y/E$ 。

将式(1)与式(2)代入式(5)中,微凸体弹塑性临界接触面积为

$$a_{\mu c} = \left(\frac{2^{11-2D} G^{2D-2} (\ln \gamma)}{(3 \cdot 3k_\mu \phi)^2 \pi} \right)^{1/(D-1)} \quad (6)$$

在上述计算过程中虽然得出了考虑摩擦的临界接触面积,但是并未考虑两接触面将要发生切向滑移之前静摩擦力对实际接触面积的影响。根据Eisner的研究^[10]可知,当接触面将要发生切向滑移之前,微凸体的实际接触面的面积增大为

$$\delta_{\mu c} = \left(\frac{3 \cdot 3\pi k_\mu \phi}{4} \right)^2 R \quad (7)$$

式中: a_μ 为考虑静摩擦力后的实际接触面积; α 为接触系数, $\alpha = 3 \cdot 3^{[11]}$ 。

由式(6)、式(7)可以看出,在考虑两接触面静摩擦力后,依据本文模型所得到的实际接触面积与文献[6]完全不同的。因此在建立切向刚度理论模型时必须考虑两接触面在发生切向滑移之前所产生静摩擦力对其的影响,因为该摩擦力会影响到微凸体的实际接触面积,从而影响到接触特性。

1.2 应用改进分形理论的法向接触载荷

根据文献[12]的研究,当 D 趋于1时,最大接触面积 a_1 与结合面的实际接触面积 A_r 之比是一定小于1的,但是M-B模型给出的面积分布函数 $n(a)$ 中 D 趋于1时,其中 a_1/A_r 是约等于1的。因此本文为了更加准确的描述两者之间的关系,引入微接触截面积 a' ,其面积分布函数如下

$$n(a') = \frac{D}{2} \psi^{(2-D)/2} (a'_{\mu l})^{D/2} (a')^{-(D+2)/2} \quad (8)$$

式中: $a'_{\mu l}$ 为考虑静摩擦力之后的最大接触点截面积, a' 为接触面截面积; ψ 为域扩展因子($\psi > 1$),且与 D 有关,计算公式见文献[12]。

处于弹性阶段的微凸体所能承受的法向接触载

荷为

$$P_e = \int_{a'_{\mu c}}^{a'_{\mu l}} F_e n(a') da' \quad (9)$$

式中: F_e 为单个微凸体在弹性变形阶段的法向接触载荷^[13]; $a'_{\mu c}$ 为考虑静摩擦力后的临界微接触截面积, $a'_{\mu l}$ 与 $a'_{\mu c}$ 的计算公式如下

$$a'_{\mu c} = 2a_{\mu c} \quad (10)$$

$$a'_{\mu l} = 2a_{\mu l} = 2a_1 \sqrt{1 + \alpha \mu^2} \quad (11)$$

将式(8)(10)(11)代入式(9)中并归一化,可得到弹性阶段的法向接触载荷表达式 P_e^* 。

处于弹塑性第一阶段的微凸体承受的法向接触载荷为

$$P_{ep1} = \int_{(\frac{1}{6})^{1/(D-1)} a'_{\mu c}}^{a'_{\mu l}} F_{ep1} n(a') da' \quad (12)$$

式中: F_{ep1} 为单个微凸体在弹塑性第一阶段的法向接触载荷^[13]。

将式(8)(10)代入式(12)中并归一化,可得弹塑性第一阶段的法向接触载荷表达式 P_{ep1}^* 。

处于弹塑性第二阶段的微凸体承受的法向接触载荷为

$$P_{ep2} = \int_{(\frac{1}{6})^{1/(D-1)} a'_{\mu c}}^{a'_{\mu l}} F_{ep2} n(a') da' \quad (13)$$

式中: F_{ep2} 为单个微凸体在弹塑性第二阶段的法向接触载荷^[13]。

将式(8)(10)代入式(13)中并归一化,可得弹塑性第二阶段的法向接触载荷表达式 P_{ep2}^* 。

1.3 应用连续变形理论的切向接触载荷

从图1中可以看出,当微凸体受到切向载荷时,若实际接触面积中存在弹性区域,则会存在抵挡切向变形,相反则不存在。根据文献[13]的研究,在微凸体弹性阶段、弹塑性第一阶段以及第二阶段中的实际接触面积始终存在弹性区域,而在弹塑性第二阶段之后整个实际接触面积中均为塑性区域,这说明弹性区域不仅只存在于微凸体的弹性阶段,在弹塑性的前两个阶段同样存在,这使得微凸体的变形过程得以连续化。因此,在建立切向接触载荷时不应该同现有文献一样仅仅考虑弹性阶段^[3-6],也应该考虑弹塑性第一、二阶段产生的切向接触载荷。

单个微凸体能抵抗的切向载荷如下所示^[7]

$$Q = \frac{8r^2}{6 - 3\nu} \sigma_y + \frac{2\nu - 1}{\pi(6 - 3\nu)} 8F \quad (14)$$

式中: ν 为较软材料的泊松比。

由上式得处于弹性阶段的微凸体所能承受的切向接触载荷为

$$T_e = \int_{a'_{\mu c}}^{a'_{\mu l}} \left[\frac{8r^2 \sigma_y}{6-3\nu} + \frac{8(2\nu-1)F_e}{\pi(6-3\nu)} \right] n(a') da' \quad (15)$$

将式(8)(10)(11)代入式(15)中并归一化,可得弹性阶段的切向接触载荷表达式 T_e^* 。

处于弹塑性第一阶段的微凸体承受的切向接触载荷为

$$T_{ep1} = \int_{(\frac{1}{6})^{1/(D-1)} a'_{\mu c}}^{a'_{\mu c}} \left[\frac{8r^2}{6-3\nu} \sigma_y + \frac{2\nu-1}{\pi(6-3\nu)} 8F_{ep1} \right] n(a') da' \quad (16)$$

将式(8)(10)代入式(16)中并归一化,可得弹塑性第一阶段的切向接触载荷表达式 T_{ep1}^* 。

处于弹塑性第二阶段的微凸体承受的切向接触载荷为

$$T_{ep2} = \int_{(\frac{1}{6})^{1/(D-1)} a'_{\mu c}}^{a'_{\mu c}} \left[\frac{8r^2}{6-3\nu} \sigma_y + \frac{2\nu-1}{\pi(6-3\nu)} 8F_{ep2} \right] n(a') da' \quad (17)$$

将式(8)(10)代入式(17)中并归一化,可得弹塑性第二阶段的切向接触载荷表达式 T_{ep2}^* 。

1.4 应用改进分形理论及连续变形理论的切向

刚度建模

单个微凸体的切向接触刚度如下所示^[14]

$$k_t = \frac{8\bar{G}\sqrt{a}}{(2-\nu)\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{1}{\mu} \frac{T}{P} \right)^{1/3} \quad (18)$$

式中: $\bar{G}$ 为两接触材料的当量剪切弹性模量,计算公式见文献[14]。

由刚度定义可得结合面切向接触刚度 K_t 为

$$K_t = \int_{a'_{\mu c}}^{a'_{\mu l}} k_{te} n(a') da' + \int_{(\frac{1}{6})^{1/(D-1)} a'_{\mu c}}^{a'_{\mu c}} k_{tep1} n(a') da' + \int_{(\frac{1}{68})^{1/(D-1)} a'_{\mu c}}^{a'_{\mu c}} k_{tep2} n(a') da' \quad (19)$$

将式(8)与式(18)代入式(19)中并归一化,得结合面间的切向刚度为

$$\begin{aligned} K_t^* = & M \left(1 - \frac{1}{\mu} h_e^* \right)^{1/3} A_r^{*D/2} \left[\left(\frac{2-D}{D} \right)^{(1-D)/2} \psi^{(D^2-3D+2)/4} \cdot \right. \\ & \left. (\sqrt{1+\alpha\mu})^{(1-D)/2} A_r^{*(1-D)/2} - a_{\mu c}^{*(1-D)/2} \right] + \\ & M \left(1 - \frac{1}{\mu} h_{ep1}^* \right)^{1/3} A_r^{*D/2} a_{\mu c}^{*(1-D)/2} \left[1 - \left(\frac{1}{6} \right)^{-1/2} \right] + \\ & M \left(1 - \frac{1}{\mu} h_{ep2}^* \right)^{1/3} A_r^{*D/2} a_{\mu c}^{*(1-D)/2} \left[\left(\frac{1}{6} \right)^{-1/2} - \right. \\ & \left. \left(\frac{1}{68} \right)^{-1/2} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

式中:归一化切向接触刚度 $K_t^* = K_t / (\bar{G} \sqrt{A_a})$; A_a

为名义接触面积;归一化实际接触面积 $A_r^* = A_r / A_a$; $h_e^* = T_e^* / P_e^*$; $h_{ep1}^* = T_{ep1}^* / P_{ep1}^*$; $h_{ep2}^* = T_{ep2}^* / P_{ep2}^*$; M 为等效变量,表达式如下

$$M = \frac{8\bar{G}D^{2D/2} \psi^{(D^2-4D+4)/4}}{\sqrt{2\pi}(2-\nu)(1-D)} \left(\frac{2-D}{D} \right)^{D/2} (\sqrt{1+\alpha\mu})^{D/2} \quad (21)$$

$a_{\mu c}^*$ 为归一化临界接触面积,表达式如下

$$a_{\mu c}^* = \left[\frac{2^{11-2D} G^{*2D-2} (\ln\gamma)}{(3.3k_{\mu}\phi)^2 \pi} \right]^{1/(D-1)} \quad (22)$$

2 分形参数的获取

2.1 采用功率谱密度的理论计算方法

分形参数的获取是利用得到的粗糙表面的轮廓曲线进行理论计算得到的,是不能通过实验测得的。而获取方法常用的有结构函数法、小波变化法、均方根法、功率谱密度(PSD)法、尺码法、R/S法以及方盒计算法^[15]。通过文献[15]的研究可知,PSD法由于计算精度高、程序编写简单等优点而逐渐成为获取分形参数的主要方法。因此,本文采用PSD法获取上下试样的分形参数,为后续的理论计算奠定基础。

由文献[16]可知,粗糙表面的轮廓曲线 $z(x)$ 可由 W-M 函数表示

$$Z(x) = G^{D-1} \sum_{n=n_l}^{+\infty} \gamma^{(2-D)n} \cos(2\pi\gamma^n x) \quad (23)$$

式中: $1 < D < 2$; L 是取样长度; x 是采样长度; γ^n 是决定表面粗糙度的频谱, $\gamma > 1$; n_l 是粗糙表面的最低截止频率 ω_l 相对应的序数。

W-M 函数的功率谱函数如下

$$S(\omega) = \frac{G^{2(D-1)}}{2\ln\gamma} \omega^{(2D-5)} \quad (24)$$

式中: ω 为空间频率。

对式(24)两侧取对数,有

$$\lg S(\omega) = \lg \left[\frac{G^{2(D-1)}}{2\ln\gamma} \omega^{(2D-5)} \right] = (2D-5)\lg\omega + 2(D-1)\lg G - \lg(2\ln\gamma) \quad (25)$$

将 ω 作为自变量,可以在双对数坐标下将式(25)看作 ω 的线性函数,在双对数坐标系可得到斜率 k 和纵截距 b 。再由 k 及 b 可以计算出分形参数 D 与 G ,计算公式如下

$$D = (k+5)/2 \quad (26)$$

$$G = 10^{[b+\lg(2\ln\gamma)]/(2D-2)} \quad (27)$$

2.2 采用结合面分形参数的计算方法

图2为验证本文建立模型的实验装置,由上、下两试样组成,上试样尺寸 300 mm × 300 mm × 25

mm,下试样尺寸 300 mm×300 mm×40 mm,并在上试样的下表面开有宽 200 mm、深 5 mm 的凹槽,两试样通过 4 个 M20 的螺栓联接,螺栓中心距两侧边均为 30 mm。

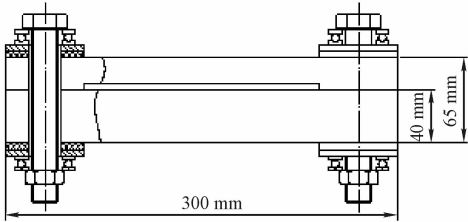


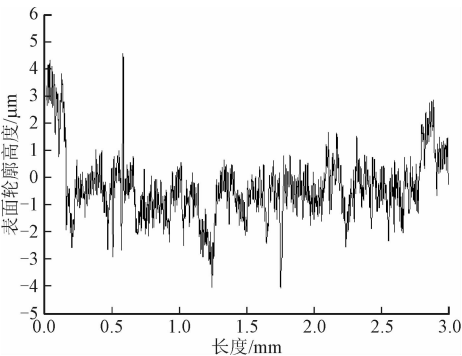
图 2 验证实验装置图

本节主要获取由两粗糙表面组成的结合面间的分形参数。由于实际的接触中有两个粗糙表面,但在建立切向接触刚度模型时,将实际的接触等效为一个刚性面与一个粗糙表面的接触模型,因此结合面的分形参数可通过两粗糙表面各自的分形参数进行均化等效获得。

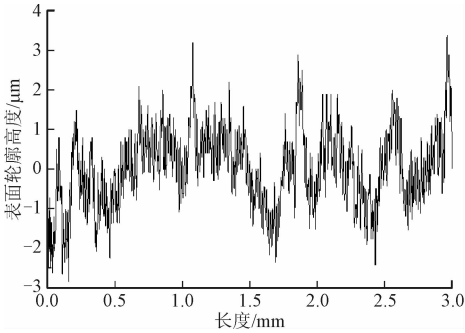
首先利用超景深三维显微系统 VHX-5000 获取上下两粗糙表面的轮廓数据,显微系统如图 3 所示,获取的试样轮廓长度为 3 mm,对上下两个试样的表面轮廓进行获取,将获得的轮廓数据利用 MATLAB 可视化处理后即可得到上下两粗糙表面的二维轮廓曲线,如图 4 所示。



图 3 超景深三维显微系统 VHX-5000



(a) 上试样表面



(b) 下试样表面

图 4 粗糙表面的轮廓曲线

图 4 中的二维轮廓数据由于包括真实轮廓数据和噪声,具有很高的波动性,因此需要进行处理后再分析。首先对二维轮廓数据进行快速傅里叶变换(FFT),将轮廓数据进行离散化处理,获取 $Y = \text{fft}(z, N_s)$,其次对 Y 进行功率谱密度运算 $P(\omega) = |Y|^2 / N_s$,在得到两试样的功率谱密度曲线后需要进行拟合得到其斜率及截距来获取分形参数,因此最后采用最小二乘法进行线性拟合 $y = \text{polyfit}(\lg \omega, \lg P(\omega), 1)$,图 5、图 6 展示了拟合后的结果,得到 k 及 b ,依据式(26)与(27)计算出分形维数 D 及分形粗糙度 G ,如表 1 所示。

由表 1 可知上下两接触表面的分形参数,通过均化两表面的分形参数可得结合面间的分形维数 D 为 1.879,分形粗糙度 G 为 $1.399 \times 10^{-10} \text{ m}$ 。

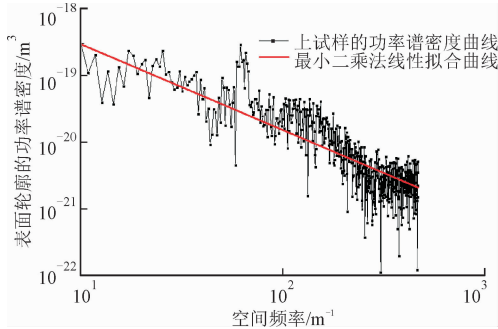


图 5 上试样表面轮廓拟合功率谱密度曲线

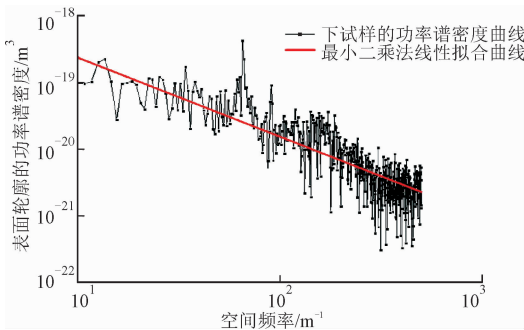


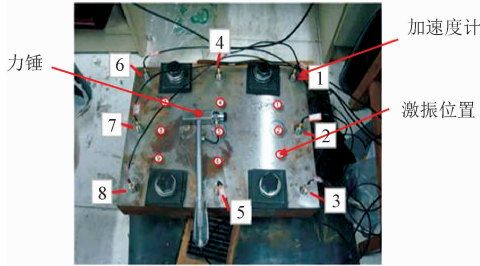
图 6 下试样表面轮廓拟合功率谱密度曲线

表 1 采用 PSD 方法获得的 D 与 G

试样	截距 b	斜率 k	D	G/m
上试样	-17.19	-1.291	1.855	7.837×10^{-11}
下试样	-17.42	-1.193	1.903	2.014×10^{-10}

3 有限元仿真与实验验证

图 7 为结合面固有频率测定实验装置图。为了将结合面孤立,利用橡胶垫将结合面与螺栓隔离开,并且整个实验装置也通过橡胶与地面分离开。为了保证螺栓的拉力可以均匀地作用在结合面间,不会出现应力集中现象,本文试验装置采用 3 个措施使螺栓力均匀分布到结合面上:①如图 2 所示,上试样的下表面开有凹槽,使得上下试样的接触表面只出现在两侧的螺栓附近,避免结合面的压力分布不均匀;②螺栓力传递路线是螺栓头和螺母→钢制垫片→橡胶垫片→试样表面,使用较大的钢制垫片和橡胶垫片,也可以使得螺栓力均匀分布到结合面上;③上下试样的厚度较厚,达到 25 mm 和 40 mm,也使得螺栓力能够均匀分布到结合面上。



1~8—测量点。

图 7 结合面固有频率测定实验装置图

在试样内部设置 9 个激振点,激振力通过信号放大器与采集卡反馈给计算机来获得。通过布置在试样的边界处的加速度传感器测量结合面的振动,加速度传感器是 IC 压电式,采样频率是 0.7 Hz~10 kHz,灵敏度是 10 mV/(m·s⁻²),量程是 500 m/s²,分辨率是 0.002 m/s²。实验数据的采集与记录使用阿尔泰 USB2085 动态采集仪,该采集仪具有高通道并且可以不间断地收集离散数据点的信息。

结合面法向面压选取 1 MPa,计算可知各螺栓上拧紧力矩为 86.2 N·m,经过实验得到结合面的前三阶振型及固有频率,为方便对比结果在后文中展示。

利用 ANSYS 软件建立有限元模型,如图 8 所示,两试样间结合面的建模并未选取传统的 Kelvin

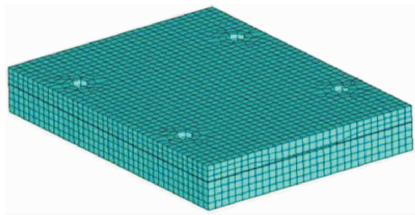


图 8 包含虚拟接触层的接触试样有限元模型

模型^[17],这是因为传统 Kelvin 模型各单元之间相互独立,会出现模型不稳定的情况,这对于结果的准确性会造成影响。因此,本文依据张学良等建立的横观各向同性虚拟材料的方法^[18-19]将所建立的结合面刚度模型等效为 5 个独立的弹性常数与材料密度,分别如下。

(1)虚拟材料的法向弹性模量 E_n 。

$$E_n = K_n^* Gh / \sqrt{A_n} \quad (28)$$

式中: h 为等效虚拟材料的厚度; K_n^* 为法向刚度。将 2.2 节计算的结合面分形参数代入文献[13]建立的法向刚度模型中可得 K_n^* 的具体数值。

(2)虚拟材料的切向弹性模量 E_τ 。

$$E_\tau = \frac{D\phi^{(2-D)/2} a_l}{A_a(2-D)} E \quad (29)$$

(3)虚拟材料的切变模量 G_τ 。

$$G_\tau = K_t^* \bar{G}h / \sqrt{A_a} \quad (30)$$

式中: K_t^* 为切向刚度。将 2.2 节计算的结合面分形参数代入本文所建立的切向刚度模型可得本文的 K_t^* ,并且为验证本文模型的优越性,选取文献[20]建立的切向刚度模型作为对比模型。

(4)虚拟材料的法向及切向泊松比 ν_n, ν_τ 均为 0。

(5)虚拟材料的厚度等效为 1 mm。

(6)虚拟材料的密度 ρ 。

$$\rho = \frac{D\phi^{(2-D)/2} a_l (\rho_1 + \rho_2)}{2(2-D)A_a} \quad (31)$$

式中: ρ_1 与 ρ_2 分别为上下试样的密度。

经过上述的计算得到虚拟接触层的各项参数,利用 APDL 程序将各参数输入至有限元模型中,基体选用 8 节点的 solid 185 单元,总计 11 140 个,而虚拟接触层单元共 852 个。仿真计算后得到本文模型以及对比模型的前三阶振型及固有频率。图 9 展示了拧紧力矩为 50 N·m 时本文模型与文献[20]模型的振型图,表 2 展示了本文模型与文献[20]模型固有频率的对比。

由表 2 可见,随着拧紧力矩的增大,仿真及实验得到的固有频率都逐渐增大。这是由于拧紧力矩的持续增大,结合面的实际接触面积逐步增大,导致接

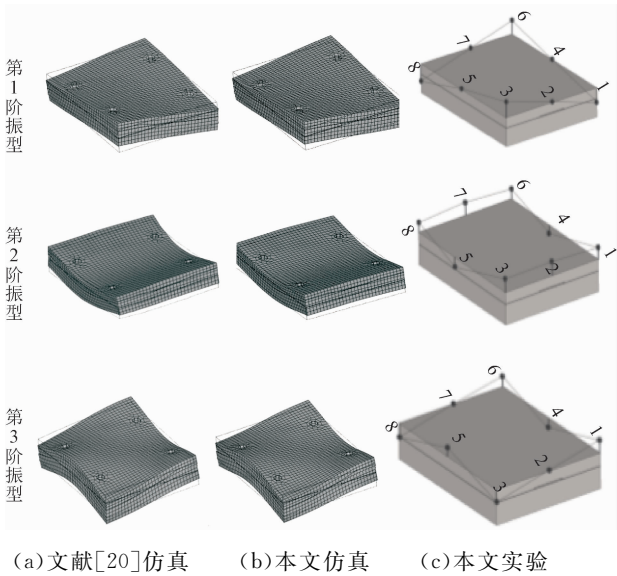


图 9 本文方法与文献[20]方法的有限元仿真振型图和实验振型图对比

触刚度不断增大,从而使固有频率升高。

由图 9 可以看出,文献[20]模型所得到的振型图相对于本文模型得到的振动幅值是更大的。从表 2 可以看出,文献[20]方法仿真得到的固有频率总是比本文方法得到的固有频率更低,这是因为本文方法考虑了弹塑性过渡阶段所产生的切向刚度。从式(9)可以看出,由于本文考虑了两接触面间在即将发生切向滑移之前所产生的摩擦,实际接触面积相比现有文献有所增大,从而使得刚度增大。根据表 2 的数据可得出,由本文方法仿真所得到的固有频率与实验固有频率之间的最大相对误差为 3.84%,而田红亮方法的仿真固有频率与实验固有频率之间

表 2 本文方法与文献[20]方法的仿真固有频率和实验固有频率对比

力矩/ (N·m)	阶数	固有频率/Hz		
		本文仿真	文献[20]仿真	本文实验
0	1	736	709	765
	2	951	901	984
	3	1 238	1 196	1 265
20	1	901	875	937
	2	1 234	1 205	1 273
	3	1 982	1 908	2 025
50	1	1 064	998	1 079
	2	1 318	1 263	1 368
	3	2 092	2 003	2 134

的最大相对误差却在 8.43%^[20],由此可得本文方法

的仿真结果与实验之间的最大相对误差相比于田红亮的方法降低了 54.45%,因此本文模型更加符合实验所得到的结果,能更加准确地预测结合面的动态特性。

4 结 论

- (1)由于两接触面在即将发生切向滑移之前所产生的静摩擦力会使得结合面实际接触面积增大,因此本文考虑了静摩擦力对微凸体变形过程中实际接触面积的影响,首次建立了应用改进分形理论以及连续变形理论的结合面切向刚度分形理论模型。
- (2)仿真结果表明,本文所建立模型的振动幅值更小,固有频率更高。这是由于本文补齐了弹塑性过渡阶段所产生的切向刚度,以及考虑了两接触面将发生切向滑移之前静摩擦力使得实际接触面积有所增大,从而使得结合面刚度增大。
- (3)仿真实验发现,随着拧紧力矩的增大,固有频率均逐渐增大。因为结合面的实际接触面积逐渐增大,使得结合面的接触刚度不断增大。相较于文献[20]模型,本文模型的固有频率与实验间的最大相对误差更小,这证明了本文所建立的理论模型在考虑了摩擦及连续变形理论后,所修正的分形理论准确性得到了提高,更加符合实际。

参考文献:

[1] 孙宝财,丁雪兴,陈金林,等. 干气密封摩擦界面法向接触刚度分形模型 [J]. 振动与冲击, 2019, 38(18): 248-255.

SUN Baocai, DING Xuexing, CHEN Jinlin, et al. Fractal model for the normal contact stiffness of frictional interface in dry gas seals [J]. Journal of Vibration and Shocks, 2019, 38(18): 248-255.

[2] 陈建江,原园,徐颖强. 粗糙表面的加卸载分形接触解析模型 [J]. 西安交通大学学报, 2018, 52(3): 98-110.

CHEN Jianjiang, YUAN Yuan, XU Yingqiang. An analytical model of loading-unloading contact between rough surfaces based on fractal theory [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2018, 52(3): 98-110.

[3] 张学良,温淑花,徐格宁,等. 结合部切向接触刚度分形模型研究 [J]. 应用力学学报, 2003, 20(1): 70-72.

ZHANG Xueliang, WEN Shuhua, XU Gening, et al. Fractal model of the tangential contact stiffness of machined surfaces in contact [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2003, 20(1): 70-72.

- [4] CHEN Qi, HUANG Kang, ZHAO Han, et al. Simulation and analysis of the model of calculating contact tangential stiffness between cylinders' joint interfaces by MATLAB [J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 190-191: 177-181.
- [5] 刘鹏, 陈奇, 樊浩, 等. 考虑摩擦的球面切向接触刚度分形模型研究 [J]. 中国机械工程, 2016, 27(20): 2773-2778.
LIU Peng, CHEN Qi, FAN Hao, et al. Research on fractal model of TCS between spherical surfaces considering friction factors [J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27(20): 2773-2778.
- [6] 李小彭, 鞠行, 赵光辉, 等. 考虑摩擦因素的结合面切向接触刚度分形预估模型及其仿真分析 [J]. 摩擦学学报, 2013, 33(5): 463-468.
LI Xiaopeng, JU Xing, ZHAO Guanghui, et al. Fractal prediction model for tangential contact stiffness of joint surface considering friction factors and its simulation analysis [J]. Tribology, 2013, 33(5): 463-468.
- [7] 潘五九, 李小彭, 李木岩, 等. 机械结合面切向接触刚度的三维分形理论模型 [J]. 振动工程学报, 2017, 30(4): 577-586.
PAN Wujiu, LI Xiaopeng, LI Muyan, et al. Three-dimensional fractal theory modeling of tangential contact stiffness of mechanized joint surfaces [J]. Journal of Vibration Engineering, 2017, 30(4): 577-586.
- [8] JIANG Shuyun, ZHENG Yunjian. A contact stiffness model of machined joint surfaces [J]. ASME Journal of Tribology, 2010(132): 011401.
- [9] JHONSON K L. Contact mechanics [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1985: 45-50.
- [10] COURTNEY-PRATT J S, EISNER E. The effect of a tangential force on the contact of metallic bodies [J]. Proceedings of the Royal Society of London: A Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1957, 238 (1215): 529-550.
- [11] MCFARLANE J S, TABOR D. Relation between friction and adhesion [J]. Proceedings of the Royal Society of London: A Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1950, 202(1069): 244-253.
- [12] 陈永会, 张学良, 温淑花, 等. 考虑分布域扩展因子的结合面法向接触阻尼建模 [J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(7): 126-135.
CHEN Yonghui, ZHANG Xueliang, WEN Shuhua, et al. Normal contact damping modeling on joint surfaces considering expansion factor of distribution domain [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53 (7): 126-135.
- [13] 何联格, 左正兴, 向建华. 考虑微凸体弹塑性过渡变形机制的结合面法向接触刚度分形模型 [J]. 上海交通大学学报, 2015, 49(1): 116-121.
HE Liange, ZUO Zhengxing, XIANG Jianhua. Normal contact stiffness fractal model considering asperity elastic-plastic transitional deformation mechanism of joint [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2015, 49(1): 116-121.
- [14] MINDLIN R D, DERESIEWICZ H. Elastic sphere in contact under varying oblique forces [J]. Journal of Applied Mechanics, 1953, 20: 327-344.
- [15] 葛世荣, 索双福. 表面轮廓分形维数计算方法的研究 [J]. 摩擦学学报, 1997, 17(4): 354-362.
GE Shirong, SUO Shuangfu. The computation methods for the Fractal dimension of surface profiles [J]. Tribology, 1997, 17(4): 354-362.
- [16] MAJUMDAR A, BHUSHAN B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces [J]. Journal of Tribology, 1991(113): 1-11.
- [17] 王世军, 赵金娟. 机械工程中的有限元方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2019: 237-239.
- [18] 赵金娟, 王世军, 杨超, 等. 基于横观各向同性假定的固定结合部本构关系及有限元模型 [J]. 中国机械工程, 2016, 27(8): 1007-1011.
ZHAO Jinjuan, WANG Shijun, YANG Chao, et al. A constitutive law based on transverse isotropic hypothesis and finite element model of fixed joint [J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27(8): 1007-1011.
- [19] 张学良, 范世荣, 温淑花, 等. 基于等效横观各向同性虚拟材料的固定结合部建模方法 [J]. 机械工程学报, 2017, 53(15): 141-147.
ZHANG Xueliang, FAN Shirong, WEN Shuhua, et al. Modeling method of the fixed joint interfaces based on equivalent transversely inotropic virtual material [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53 (15): 141-147.
- [20] 田红亮, 陈从平, 方子帆, 等. 应用改进分形几何理论的结合部切向刚度模型 [J]. 西安交通大学学报, 2014, 48(7): 46-52.
TIAN Hongliang, CHEN Congping, FANG Zifan, et al. Tangential stiffness model for joint interface adopting the revised fractal geometric theory [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2014, 48(7): 46-52.

(编辑 刘杨)