

齿面磨损最小直齿锥齿轮 Ease-off 修形设计与分析

蒋进科^{1,2}, 刘钊^{1,2}, 刘红梅^{1,2}

(1. 长安大学汽车学院, 710064, 西安; 2. 长安大学汽车运输安全保障技术交通行业重点实验室, 710064, 西安)

摘要: 为了改善齿轮传动性能和可靠性,提出了直齿锥齿轮齿面抗磨设计与分析方法。该方法结合碟型刀具在摇台型机床切制直齿锥齿轮方法获得大轮齿面;通过预置传动误差及抛物线修形参数设计小轮法向 Ease-off 曲面,并叠加于大轮的共轭齿面表达修形齿面。结合齿面接触分析、承载接触分析、Archard 磨损公式,提出考虑磨损深度影响的齿面承载接触分析数值方法,将齿面几何分析与力学分析融为一体,且充分考虑了安装误差、齿面修形和磨损的耦合性,可准确快速获得齿形重构后的齿面磨损量;以无磨损时承载传动误差幅值(ALTE)最小、齿面磨损次数最多进行修形优化设计,获得最优 Ease-off 曲面,并分析磨损对 ALTE 的影响。结果表明:相同磨损量下,随载荷的增加磨损次数逐渐减少且趋于相等;随齿形重构次数增加,主要是双齿啮合区的齿面初始间隙增加,导致承载变形增大;多载荷工况下,随磨损次数增加最小 ALTE 及其对应的载荷逐渐增大;共轭齿面轻度磨损后 ALTE 有所改善。

关键词: 直齿锥齿轮;Ease-off 修形;齿面磨损;承载接触分析

中图分类号: TH132.4;TH117.1 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtub202006013 **文章编号:** 0253-987X(2020)06-0099-08



OSID 码

Design and Analysis for Straight Bevel Gears with Ease-Off Flank Modification Based on Minimal Wear

JIANG Jinke^{1,2}, LIU Zhao^{1,2}, LIU Hongmei^{1,2}

(1. School of Automotive, Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. Key Laboratory of Automotive Transportation Safety Techniques of Ministry of Transport, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: An approach of ease-off flank modification for straight bevel gears is proposed to improve meshing performances and reliability. By means of technology of milling straight bevel gear with plate cutters on a cradle generator, the modified pinion is represented by a sum of two vector functions determining the conjugate gear tooth, and normal ease-off deviations expressed by both predesigned transmission error function and tooth profile modification curves. Then a numerical method of loaded wear tooth contact analysis considering wear is introduced according to tooth contact analysis, loaded tooth contact analysis and Archard formula of wear, which combines tooth surface geometry analysis with mechanical analysis and fully considers the coupling of alignment error, tooth surface modification and wear. So the wear depth of tooth profile reconstituted is obtained accurately and quickly. The best ease-off modification is determined by optimizing with minimal amplitude of loaded transmission error (ALTE) and

maximal wear times as the objectives, and the influences of wear on ALTE are explored. The results show that the wear times with the same depths gradually decrease and tend to equal as increasing loads. The increasing wear times lead to increasing initial contact clearances from meshing zone of two pairs, which is mainly responsible for increasing meshing deformations. Under multi-load conditions, minimum ALTE and the corresponding load increase gradually with increasing wear times; mild wear facilitates reducing ALTE for conjugate tooth.

Keywords: straight bevel gear; Ease-off modified; tooth wear; loaded tooth contact analysis

直齿锥齿轮设计、制造简单,在车辆、机床、航空、机器人等行业得到了广泛的应用,是螺旋锥齿轮无法完全替代的。齿轮在传递动力的过程中不可避免地发生摩擦磨损,随着磨损量不断累积,齿形发生变化使得齿面载荷、齿侧间隙发生变化,从而产生更大的动态载荷,造成更加严重的轮齿失效形式。机械装备恶性事故与润滑失效或过度磨损相关,复杂齿面的抗磨设计与分析是高性能齿轮传动研究的重点与难点。

国外学者对于渐开线圆柱齿轮磨损研究取得了丰硕成果,磨损量的计算主要是基于 Archard 磨损模型的数值计算方法,集中于对该模型中主要参数(接触点的载荷、相对滑动距离、磨损系数等)的修正与完善^[1-4]。文献[5-6]结合有限元接触分析法开发了齿面载荷分布程序,进而获得齿面网格节点的离散载荷,提出了考虑加工误差与齿廓修形的齿面磨损计算方法。文献[7-10]基于多因素激励动力学模型,研究了齿面磨损与系统动态响应之间的耦合作用。最近,文献[11]结合齿面接触分析(TCA)、齿面承载接触分析(LTCA)数值方法,显著地提高了滑移距离、接触压力和齿面磨损量的计算效率。

近几年国内学者基于 Archard 磨损公式在这方面也取得了一些成果,充分考虑了齿轮负载、转速、齿面修形、动态特性等对齿面磨损的综合影响^[12-13]。文献[14-15]指出动载荷下的齿面磨损量分布与准静态载荷下较为接近且量级相同。文献[16]指出混合弹流润滑直齿轮磨损率公式中总载荷应该修正为粗糙峰所承担的部分载荷。文献[17]指出齿面非均匀磨损量会显著降低直齿轮双齿啮合区刚度并降低重合度,进而影响系统的动态特性,轻载条件下尤为严重。文献[18]建立直齿轮纯扭转非线性模型,考虑了动载荷和动态磨损系数、传动比、齿轮模数等对于动态磨损的影响。文献[19]对渐开线花键副的微动摩擦接触状态和磨损进行了分析,表明摩擦因数对齿面摩擦接触状态影响较大。文献[20]将磨损量视为齿形误差计入齿轮非线性动力学方程,研究了

动态啮合力与磨损量的变化规律。文献[21-22]计入齿面磨损对齿轮啮合刚度的影响,研究磨损量对系统稳定性及动态传动误差的影响。文献[23]考虑了磨损对齿廓表面几何形状的影响导致的双齿啮合区载荷的变化,表明直齿轮在单双齿啮合处随磨损量增加载荷突变越来越明显。综上所述,正确描述 Archard 齿面磨损参数是齿面磨损研究的关键技术,以上研究尚未涉及齿面的抗磨修形设计,也未充分考虑齿面磨损后的承载传动误差变化。

齿轮修形技术已被证实是降低振动、噪声的有效方法,通过 LTCA 技术获得的齿轮承载传动误差幅值(ALTE)已被证实是产生振动、噪声的重要因素。实际应用中的齿轮不可避免地存在制造、安装误差,需要通过齿面微观修形来改善载荷,延缓磨损速率。齿面磨损后,齿轮副初始间隙发生变化,齿面修形、误差、磨损等引起的齿面初始间隙增大,不仅影响接触线上的载荷分布,也导致受载后的承载变形增加,进而影响齿轮副动态性能。

本文结合碟型刀具切制渐缩齿直齿锥齿轮方法,基于齿面初始间隙产生机理,对小轮齿面进行 Ease-off 拓扑曲面设计,并叠加于共轭齿面表达修形齿面。结合 TCA、LTCA、Archard 磨损公式,提出考虑磨损深度的齿面承载接触分析(WLTCA)数值方法,将齿面几何分析与力学分析融为一体,充分考虑了安装误差、齿面修形和磨损的耦合性,准确快速获得齿形重构后的齿面磨损量。以 ALTE 最小、齿面磨损次数最大进行修形优化设计,分析载荷、磨损次数对啮合性能的影响,为高性能直齿锥齿轮齿面抗磨设计、分析提供理论方法。

1 直齿锥齿轮 Ease-off 拓扑修形设计

渐缩齿直齿锥齿轮的碟型刀具铣齿法是依据假想平面齿轮原理加工的,两把碟型刀具的直线切削刃相对于机床摇台的运动轨迹为:与机床摇台同心的标准假想平面齿轮的左右齿面,再将假想产形轮与工件齿轮对滚切削出齿面。碟型铣刀加工直齿锥

齿轮模型及坐标系如图 1 所示,图 1a 中 α_b 、 r_b 为刀具齿形角和半径,刀具与产形轮位置关系如图 1c 所示。设刀具动坐标系绕 x 轴、 y 轴旋转 φ_a 、 φ_b 角后,沿各轴平移 C_x 、 C_y 、 C_z 位移。刀具除了绕自身轴线旋转,其切削刃位姿需要与工件齿面相切接触。刀具安装参数通过切削刃中点 P 和标准产形轮的参考点 M 的位矢和单位法矢相等确定。基于齿轮啮合理论,通过求解啮合方程,将产形轮齿形转化到工件齿面坐标系获得工件理论齿面,如图 1d 所示, $O_g-x_g y_g z_g$ 为工件动坐标系, φ_g 、 φ_c 角分别为工件、产形轮转角, ΔB 为机床位置。

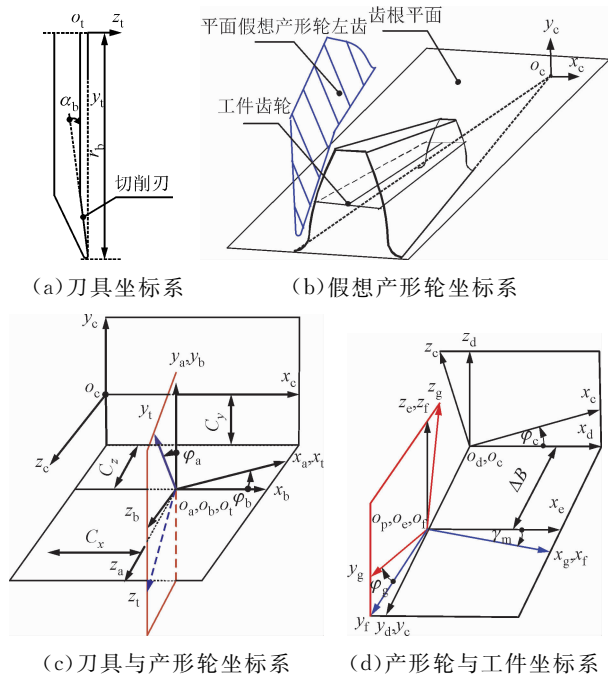


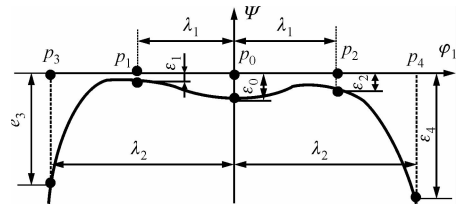
图 1 碟型铣刀加工直齿锥齿轮模型及坐标系

按照齿轮啮合理论和安装关系,将大轮齿面视为假想产形轮齿面,按照名义传动比展成小轮工件并满足啮合方程式,可得与大轮完全共轲的小轮齿面。Ease-off 拓扑修形齿面改变了齿轮副的齿面初始齿间间隙和齿面法向间隙,齿间间隙如图 2a 所示,齿面法向间隙如图 2b 所示。修形小轮的法向 Ease-off 曲面表达式为

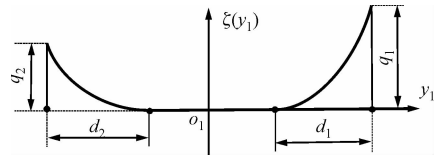
$$\delta_p(u, \beta) = (\mathbf{R}_{17}(u, \beta) - \mathbf{R}_{10}(u, \beta)) \cdot \mathbf{N}_{10}(u, \beta) \quad (1)$$

$$\mathbf{R}_{17}(u, \beta) = \delta_1(x_1(u, \beta), y_1(u, \beta)) \mathbf{N}_1(u, \beta) + \mathbf{R}_1(u, \beta) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{R}_{17}$ 、 δ_p 为小轮 Ease-off 齿面位矢、Ease-off 修形量; $\mathbf{R}_{10}$ 、 $\mathbf{N}_{10}$ 为与大轮完全共轲的小轮齿面位矢、法矢; $\mathbf{R}_1$ 、 $\mathbf{N}_1$ 为仅包含传动误差的小轮齿面位矢、法矢; u 、 β 为小轮齿面参数。



(a) 四阶传动误差曲线



(b) 接触线修形曲线

图 2 Ease-off 修形曲面的设计

2 考虑齿面磨损量 LTCA 模型

对于既有转动又有滑动,且接触处的曲率和载荷均为时变的磨损,可用 Archard 磨损公式来计算,其数学表述如下

$$V/s = aW/H \quad (3)$$

式中: V 为材料的体积磨损量; s 为相互啮合齿面的滑动距离; W 为施加的法向载荷; H 为观测表面的材料硬度; a 为磨损系数,与润滑状态和磨损机理相关。实际啮合过程中,齿面接触点的不断变化导致不同时刻接触点的力和滑移距离都不同,因此需要在定量计算时将齿面接触位置和接触线离散为接触点。对于相互作用表面上的一个接触点,极短时间 Δt 内,接触点的赫兹压力 p_h 和滑动速度 v_s 是近似认为保持不变的,因此 Archard 公式表示为

$$h = a_0 p_h s; s = |v_s| \Delta t \quad (4)$$

式中: h 为磨损深度; a_0 为磨损系数。Archard 黏着磨损模型中磨损系数的确定难度很大,文献[9,24]对啮合过程中的载荷、速度、润滑特性等因素进行统计分析,得出磨损系数的表达式,以上可以作为参考。对于黏着磨损,配对齿轮副的材料和工况确定后,通常认为是定值,文献[5]针对具有相似粗糙度和硬度参数的渗碳斜齿轮,通过实验验证得出磨损系数 a_0 近似为 $1 \times 10^{-18} \text{ N/m}^2$,本文采用该数值。接触点的赫兹压力为

$$p_H = \sqrt{wE'/(2\pi R)} \quad (5)$$

式中: w 为接触线上的载荷密度; E' 为综合弹性模量; R 为综合曲率半径。通过 TCA、LTCA 方法获得齿面瞬时接触线离散点的线载荷、综合曲率半径。接触点的相对滑动速度为

$$\left. \begin{aligned} V_s &= |v_1 - v_2|; v_1 = \omega_1 e_1 \times R_h \\ v_2 &= (z_1/z_2 - m')\omega_1 e_2 \times R_h \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中： v_1 、 v_2 为啮合坐标系下小、大轮接触点绝对速度矢量； e_1 、 e_2 为小、大轮轴线方向单位矢量； ω_1 为小轮角速度； z_1 为小轮齿数； m' 为传动误差一阶导数； R_h 为啮合坐标系下接触点的位矢。某一接触位置 i 至 $i+1$ 所需的时间 Δt 与一个啮合周期的接触位置的离散个数有关

$$\Delta t = 60/(r_1 z_1 n) \quad (7)$$

式中： r_1 为小轮转速，r/min； n 为啮合周期的等分数。

齿轮磨损为一动态的材料去除过程，根据原始参数分别计算 a_0 、 P 、 s ，并代入 Archard 磨损公式，进行齿面上任一单点的磨损深度计算。重复以上循环，直至齿面接触点的最大磨损深度达到某一预设阈值，使得齿面接触压力改变。此时，需要根据磨损量进行初始间隙重构，重新进行承载接触分析，获得新的齿面压力。根据 TCA 技术，按照一定的步长（啮合周期均分），计算一个啮合周期内的齿面接触位置的初始间隙，将磨损引起的同时啮合齿对的磨损深度叠加到这些齿对的初始间隙，即完成了啮合位置单对齿轮副 LTCA 技术的输入数据处理。按照单对齿轮副 LTCA 计算方法，提取一个啮合周期相应位置的承载变形及不同齿对接触位置的载荷，进而获得接触压力。重复以上循环过程，将各次压力变化过程中所积累的磨损深度求和，直至齿面上任一点的磨损深度达到最大许用磨损量，此时循环结束，具体流程见图 3。

以无磨损时 ALTE 最小、许用磨损量下的齿面磨损次数最大进行修形优化设计，量纲归一化后，目标函数表示为

$$G(y) = \min \{c_1 t_e / t_{e0} + c_2 \eta_a / \eta_{a0}\} \quad (8)$$

式中： y 为优化变量，表示齿间间隙参数（ $\epsilon_1 \sim \epsilon_4$ 及 λ_1 、 λ_2 ）和接触线法向间隙参数（ d_1 、 d_2 、 q_1 、 q_2 ）； t_{e0} 、 η_{a0} 为无磨损时的共轭齿面 ALTE、齿形更新 6 次后的磨损次数； t_e 、 η_a 为修形齿面的考核数值；取权系数 $c_1=0.4$ 、 $c_2=0.6$ 。目标函数与设计变量间为隐式关系，且存在多个局部解，因此传统的优化算法不适合所研究的问题。粒子群算法具有全局收敛性，可以求解具有多个局部极值的非线性优化问题，只需要构造包含 TCA、LTCA、Achard 磨损计算的适应度函数即可。

3 算例与分析

以一对正交直齿锥齿轮副工作面为例，基本几

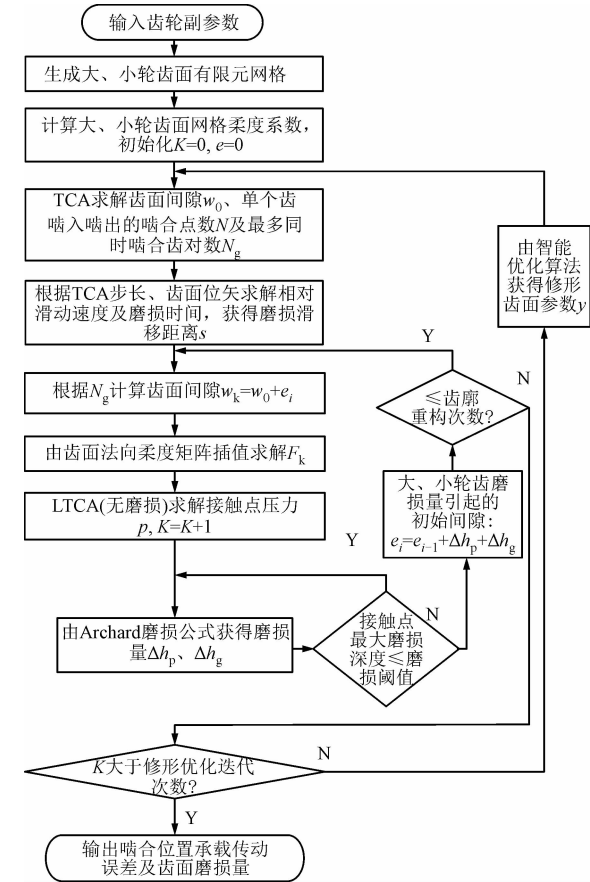


图 3 齿面磨损优化流程

何参数见表 1，理论齿面的切齿参数见表 2，大轮额定扭矩为 1 kN·m，小轮额定转速 2 000 r/min。安装误差包括偏置 $\Delta E = \Delta G = \Delta P = 0.01$ mm，大、小轮轴向及轴交角 $\Delta\delta = 0.3^\circ$ ；磨损系数 $a_0 = 1 \times 10^{-18}$ N/m²，设置齿廓重构阈值为齿面最大磨损量 2 μm。

表 1 直齿锥齿轮副几何参数

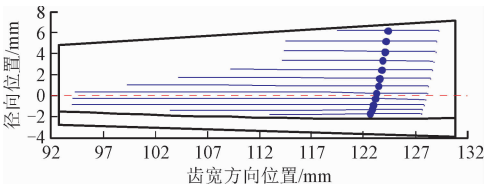
参数	小轮	大轮
大端模数/mm	5.08	5.08
压力角/(°)	2.0	2.0
齿宽/mm	38.1	38.1
外锥距/mm	130.93	130.93
齿数	16	49
齿顶高/mm	7.16	3.0
齿根高/mm	3.95	8.12
节锥角/(°)	18.083	71.916
面锥角/(°)	21.633	73.643
根锥角/(°)	16.356	68.366
刀具半径/mm	190.5	190.5
刀具齿形角/(°)	2	2
产形轮齿数	51.546 1	51.546 1

Ease-off 修形曲面及 TCA 仿真结果如图 4~7 所示，有安装误差时，共轭齿面印痕易偏向大端或小

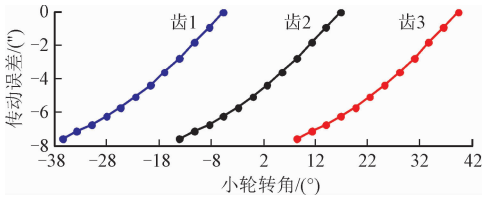
表 2 直齿锥齿轮加工参数

参数	小轮	大轮
刀具水平方向位移 C_x/mm	108.055 6	108.055 6
刀具垂直方向位移 C_y/mm	175.433 1	175.433 1
刀具轴向位移 C_z/mm	72.316 1	72.316 1
刀具齿廓方向倾角 $\varphi_h/(\text{^\circ})$	22	22
刀具齿向方向角 $\varphi_n/(\text{^\circ})$	-0.689 4	-0.689 4
机床位置/mm	0	0
轮坯安装角/ $(\text{^\circ})$	16.356	68.366
滚比	3.221 6	1.052 0

端导致偏载,传动误差不连续接近直线,导致传动不平稳及啮入或啮出端载荷增大(见图 4a)。理论齿面主要为齿向鼓形(修形量为 $80\text{ }\mu\text{m}$)、齿廓有少量修形,尽管可有效降低安装误差敏感性,但同时也导致齿面失配量的增加;最优 Ease-off 齿面齿向有一定的鼓形量且主要为齿顶、齿根的齿廓修形(修形量为 $50\text{ }\mu\text{m}$),有利于减小啮合冲击和降低承载传动误差,齿面失配量较少。Ease-off 曲面分别与接触区域匹配一致(见图 5~图 7)。



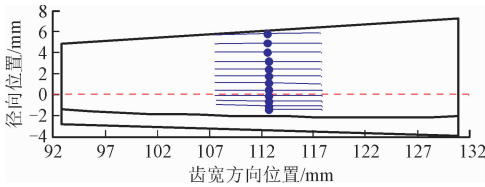
(a)直齿锥齿轮小轮齿面接触印迹



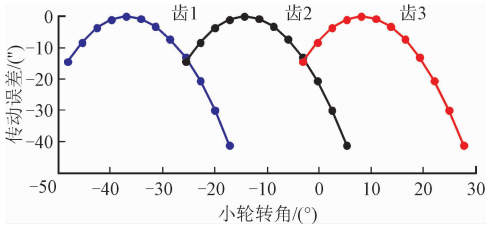
(b)大轮连续 3 齿空载传动误差曲线

图 4 共轭齿面 TCA 仿真

(1)根据齿面磨损优化计算流程,得到齿形更新 k 次后主、从动轮的齿面磨损量及磨损次数。主动轮在 k 为 $0\sim 6$ 次齿廓更新后的磨损次数如图 8a 所示,即磨损量相同条件下,最优 Ease-off 修形齿面磨损次数最大,主要是通过齿廓、齿向修形改变齿顶、齿根载荷分布减小了磨损量;共轭齿面次之,理论齿面齿向鼓形量太大导致重合度降低,修形后齿顶、齿根仍有较大载荷,导致磨损次数最小。无磨损时,最优 Ease-off 齿面 ALTE 最小,单齿啮合区变形大于双齿啮合区(见图 8b);直锥齿轮齿面接触主方向为齿向方向,主要是通过齿廓修形,改变几何传动误差,

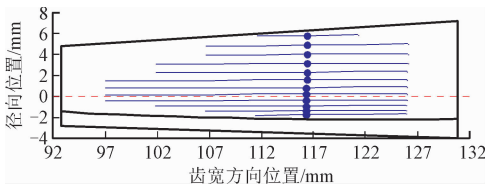


(a)直齿锥齿轮小轮齿面接触印迹

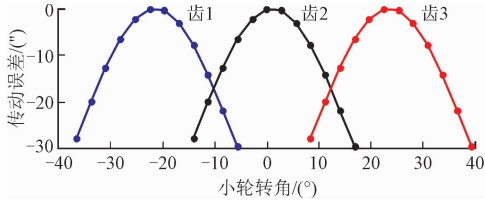


(b)大轮连续 3 齿空载传动误差曲线

图 5 理论齿面 TCA 仿真($\alpha_b=2^\circ$)

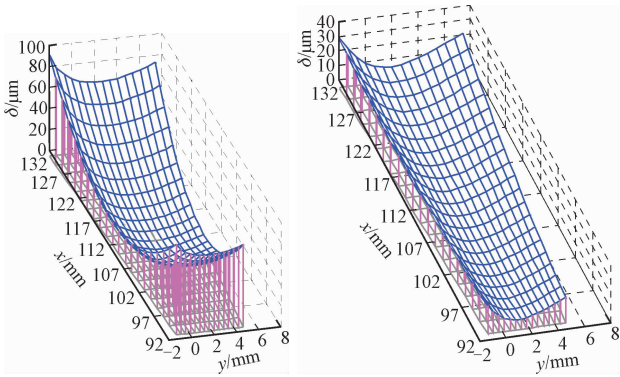


(a)直齿锥齿轮小轮齿面接触印迹



(b)大轮连续 3 齿空载传动误差曲线

图 6 最优 Ease-off 齿面 TCA 仿真



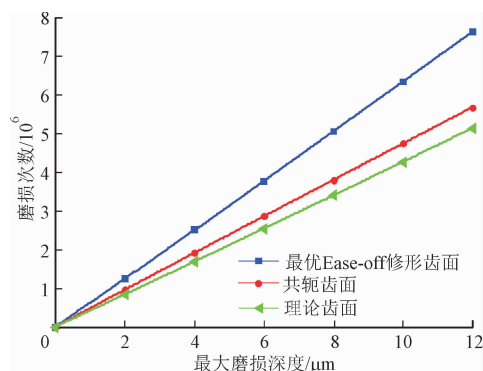
(a)理论 Ease-off 齿面

(b)最优 Ease-off 齿面

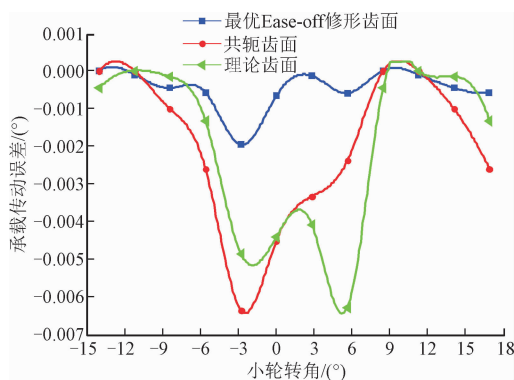
图 7 Ease-off 齿面修形量

降低承载变形的波动。

(2)考虑齿面磨损的直齿锥齿轮承载啮合仿真结果如图 9 所示。齿形更新后,实际上是齿轮副的初始接触间隙发生变化,这种磨损引起的齿面微观



(a) 不同磨损深度下主动轮的磨损循环次数



(b) 承载传动误差(齿面无磨损)

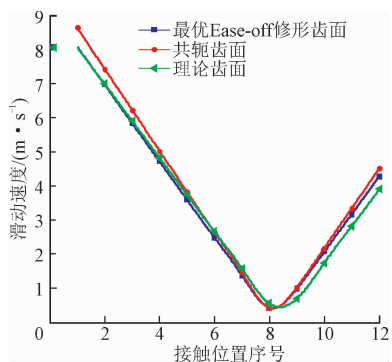
图8 齿面磨损次数及承载传动误差仿真结果

修形主要导致齿面载荷和承载变形的变化,对齿面的综合曲率半径及相对滑动速度的影响可忽略。越靠近节线相对滑动速度越小,节线上的相对滑动速

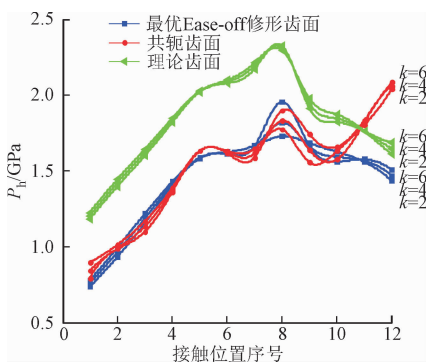
度越靠近大端从动轮齿顶(主动轮齿根或啮入端)相对滑动速度越大(见图9a)。最优 Ease-off 齿面主要通过齿廓、齿向修形使齿面载荷较为均匀,齿顶、齿根的接触压力较共轭齿面小,理论齿面齿向鼓形量太大导致重合度降低,齿顶、齿根仍有较大接触压力,磨损后单齿啮合区接触线上的压力增加(见图9b)。最优 Ease-off 齿面啮入端的载荷分配降低,啮出端载荷分配增加(见图9c),主要是因为啮入端齿面磨损量较啮出端大。齿面磨损量与相对滑动速度和接触压力成正比,受安装误差影响,共轭齿面最大磨损量出现在齿顶,最优 Ease-off 齿面啮入端双齿啮合区磨损量趋于相等、齿向磨损较为均匀(见图9d~9g)。相同磨损量下,随载荷的增加磨损次数逐渐减小且趋于相等(见图9h)。齿面磨损导致齿轮副承载变形增大即综合啮合刚度减小(见图9i);随齿形更新次数增加,双齿啮合区的齿面初始间隙增加,最优 Ease-off 修形齿面的承载变形增大(见图9j)。多载荷工况下,随磨损次数增加,最小 ALTE 及其对应的载荷逐渐增大(见图9k)。同样,对于共轭齿面,随磨损次数增加,齿廓修形增加,多载荷 ALTE 曲线中,最小 ALTE 对应的载荷逐渐增大,且轻度磨损后 ALTE 有所改善(见图9l)。

4 结 论

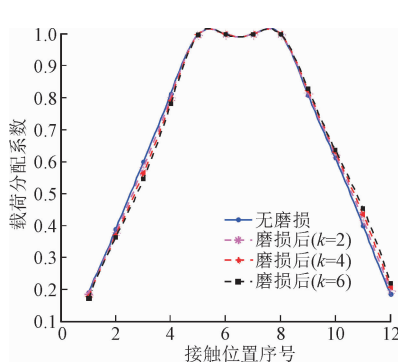
(1) 基于齿面初始间隙产生机理设计 Ease-off 曲面,并叠加于共轭齿面表达修形齿面,使修形齿面



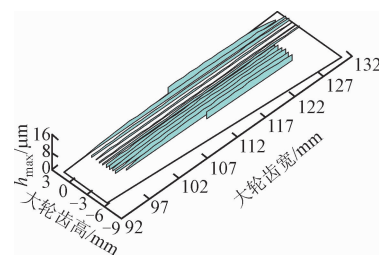
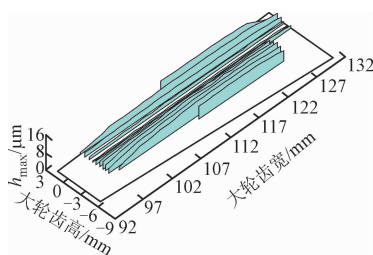
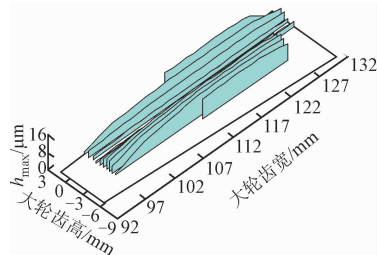
(a) 相对滑动速度



(b) 接触线最大压力



(c) 最优 Ease-off 齿面载荷分配系数

(d) $k=2$ 时最优 Ease-off 齿面磨损分布(e) $k=4$ 时最优 Ease-off 齿面磨损分布(f) $k=6$ 时最优 Ease-off 齿面磨损分布

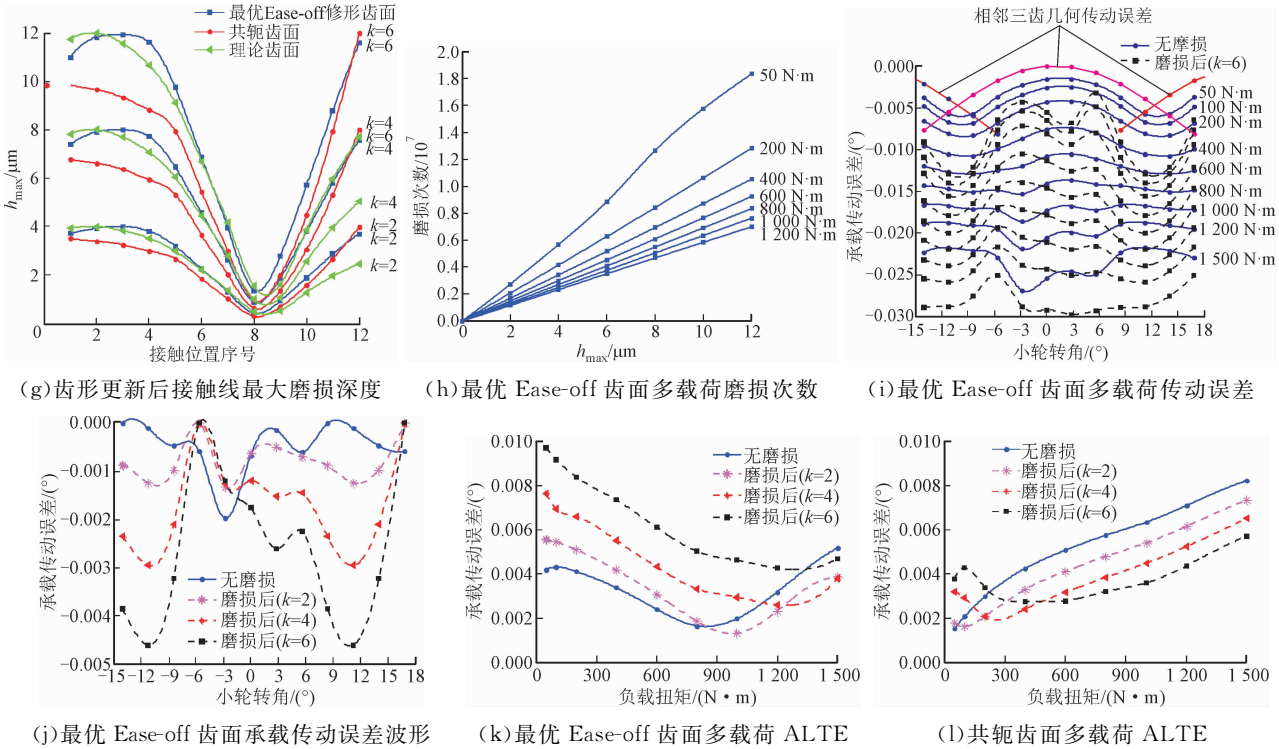


图 9 考虑齿面磨损的直齿锥齿轮承载啮合仿真结果

的表达更灵活,可有效减小齿面适配量,提高强度。

(2)本文方法按照一定的步长通过 TCA 获得接触位置齿面初始间隙,并将齿形更新时的同时啮合齿对的磨损量叠加到这些齿对的初始间隙;再按照 LTCA 方法获得啮合位置的承载变形及载荷。本文方法将齿面几何分析与力学分析融为一体,充分考虑了安装误差、齿面修形和磨损的耦合性,准确快速获得齿形重构后的齿面磨损量。

(3)以无磨损时 ALTE 最小、齿面磨损次数最大进行修形优化设计,获得的最优 Ease-off 齿面主要是通过齿廓修形改变齿顶、齿根载荷分布而减小了磨损量,使得齿面磨损次数最多。理论齿面齿向鼓形量太大导致重合度降低,修形后齿顶、齿根仍有较大载荷,导致磨损次数减小。

(4)相同磨损量下,随载荷的增加磨损次数逐渐减小且趋于相等,齿面磨损导致齿轮副承载变形增大,随齿形更新次数增加主要是双齿啮合区的齿面初始间隙增加导致承载变形增大。多载荷工况下,随磨损次数增加,最小 ALTE 及其对应的载荷逐渐增大,共轭齿面轻度磨损后 ALTE 有所改善。

参考文献:

[1] WU S, CHENG H S. Sliding wear calculation in spur gears [J]. Journal of Tribology, 1993, 115(3): 493-500.

[2] FLODIN A, ANDERSSON S. Simulation of mild wear in spur gears [J]. Wear, 1997, 207(12): 16-23.

[3] LUNDEVALL O, KLARBRING A. Simulation of wear by use of a nonsmooth Newton method: a spur gear application [J]. Mechanics of Structures and Machines, 2001, 29(2): 223-238.

[4] MASJEDI M, KHONSARI M M. On the prediction of steady-state wear rate in spur gears [J]. Wear, 2015, 342: 234-243.

[5] BAJPAI P, KAHRAMAN A, ANDERSON N E. A surface wear prediction methodology for parallel-axis gear pairs [J]. Journal of Tribology, 2004, 126(3): 597-605.

[6] KAHRAMAN A, BAJPAI P, ANDERSON N E. Influence of tooth profile deviations on helical gear wear [J]. Journal of Mechanical Design, 2005, 127(4): 656-663.

[7] WOJNAROWSKI J, ONISHCHENKO V. Tooth wear effects on spur gear dynamics [J]. Mechanism and Machine Theory, 2003, 38(2): 161-178.

[8] YUKSEL C, KAHRAMAN A. Dynamic tooth loads of planetary gear sets having tooth profile wear [J]. Mechanism and Machine Theory, 2004, 39(7): 695-715.

[9] DING H, KAHRAMAN A. Interactions between nonlinear spur gear dynamics and surface wear [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 307(3/4/5):

- 662-679.
- [10] OSMAN T, VELEX P. Static and dynamic simulations of mild abrasive wear in wide-faced solid spur and helical gears [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2010, 45(6): 911-924.
- [11] PARK D, KAHRAMAN A. A surface wear model for hypoid gear pairs [J]. *Wear*, 2009, 267(9/10): 1595-1604.
- [12] 潘冬, 赵阳, 李娜, 等. 齿轮磨损寿命预测方法 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2012, 44(9): 29-33.
PAN Dong, ZHAO Yang, LI Na, et al. The wear life prediction method of gear system [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2012, 44(9): 29-33.
- [13] 张俊, 卞世元, 鲁庆, 等. 准静态工况下渐开线直齿轮齿面磨损建模与分析 [J]. *机械工程学报*, 2017, 53(5): 136-144.
ZHANG Jun, BIAN Shiyuan, LU Qing, et al. Quasi-static-model-based wear analysis of spur gears [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(5): 136-144.
- [14] 周长江, 雷玉英, 汪红兵, 等. 准静态与动态载荷下斜齿轮齿面粘着磨损计算 [J]. *机械工程学报*, 2018, 54(23): 24-36.
ZHOU Changjiang, LEI Yuying, WANG Hongbing, et al. Adhesive wear models for helical gears under quasi-static and dynamic loads [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(23): 24-36.
- [15] 周长江, 汪红兵, 雷玉英, 等. 齿轮磨损计算与测试方法及抑制技术 [J]. *北京工业大学学报*, 2018, 44(7): 987-1000.
ZHOU Changjiang, WANG Hongbing, LEI Yuying, et al. Calculating and measuring methods for gear wear and its suppression techniques [J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2018, 44(7): 987-1000.
- [16] 张建国, 刘少军, 方特. 混合润滑下齿面磨损预测研究及试验验证 [J]. *华南理工大学学报(自然科学版)*, 2018, 46(2): 22-30.
ZHANG Jiange, LIU Shaojun, FANG Te. Prediction of gear wear rate in mixed lubrication and experimental verification [J]. *Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition)*, 2018, 46(2): 22-30.
- [17] 杨勇, 王家序, 周青华, 等. 考虑摩擦的磨损和修形齿轮啮合刚度计算 [J]. *工程科学与技术*, 2018, 50(2): 212-219.
YANG Yong, WANG Jiaxu, ZHOU Qinghua, et al. Stiffness calculation considering friction for a spur gear with tooth wear and profile modification [J]. *Advanced Engineering Sciences*, 2018, 50(2): 212-219.
- [18] 王晓笋, 巫世晶, 陈杰, 等. 考虑动载荷与动态磨损系数的直齿轮传动系统动态磨损特性 [J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2014, 45(2): 408-413.
WANG Xiaosun, WU Shijing, CHEN Jie, et al. Dynamic surface wear characteristics in spur gear transmission system with dynamic loads and wear coefficients [J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2014, 45(2): 408-413.
- [19] 谭援强, 蒋理宽, 姜胜强. 渐开线花键副微动摩擦接触分析 [J]. *机械工程学报*, 2018, 54(7): 123-130.
TAN Yuanqiang, JIANG Likuan, JIANG Shengqiang. The fretting frictional contact analysis of involute spline coupling [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(7): 123-130.
- [20] 张周立, 郑长松, 陈建文. 基于动态啮合力的齿轮磨损量计算方法 [J]. *广西大学学报(自然科学版)*, 2018, 43(3): 880-890.
ZHANG Zhouli, ZHENG Changsong, CHEN Jianwen. A wear prediction model for spur gears based on the dynamic meshing force [J]. *Journal of Guangxi University (Natural Science Edition)*, 2018, 43(3): 880-890.
- [21] 王凯达, 张瑞亮, 王铁. 齿面磨损及轴承间隙对齿轮动力学的影响研究 [J]. *机械传动*, 2019, 43(9): 15-21.
WANG Kaida, ZHANG Ruiliang, WANG Tie. Research of the influence of tooth surface wear and bearing clearance on gear dynamics [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2019, 43(9): 15-21.
- [22] 任望, 刘杰, 赵伟强. 齿面磨损对齿轮系统动态特性的影响 [J]. *润滑与密封*, 2019, 44(11): 67-72.
REN Wang, LIU Jie, ZHAO Weiqiang. Effect of tooth surface wear on dynamic characteristics of gear system [J]. *Lubrication Engineering*, 2019, 44(11): 67-72.
- [23] 朱丽莎, 向磊, 邹常青. 齿间动态载荷分配下的齿轮磨损分析 [J]. *西安交通大学学报*, 2018, 52(5): 80-85.
ZHU Lisha, XIANG Lei, ZOU Changqing. Wear analysis of gears under dynamic load distribution between gear teeth [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2018, 52(5): 80-85.
- [24] JANAKIRAMAN V, LI S, KAHRAMAN A. An investigation of the impacts of contact parameters on wear coefficient [J]. *Journal of Tribology*, 2014, 136(3): 031602.

(编辑 杜秀杰 武红江)