

考虑微凸体基体变形和相互作用的结合面 法向接触刚度模型

张伟, 张学良, 温淑花, 王颜辉, 殷东华, 陈永会

(太原科技大学机械工程学院, 030024, 太原)

摘要: 针对以经典 Greenwood-Willamson(GW)统计模型为基础建立的结合面法向接触刚度计算模型忽略微凸体基体变形和相互作用而导致的结合面刚度计算值增大的问题,建立了一种综合考虑微凸体基体变形和相互作用的结合面法向接触刚度模型。该模型以 GW 统计模型计算刚度的方法为基础,根据经典赫兹接触理论和弹性理论,在微凸体的总变形量中引入单个微凸体受法向载荷作用时基体的变形函数和周围区域的变形函数,采用不动点迭代法先后推导出单独考虑微凸体基体变形或相互作用时结合面法向接触载荷和刚度的表达式。对两种变形函数进行叠加给出了含微凸体基体变形和相互作用的结合面法向载荷和刚度的表达式,进而建立了结合面法向接触刚度模型。与 GW 统计模型进行了对比,仿真结果表明:考虑微凸体基体变形或相互作用的结合面法向接触刚度小于 GW 统计模型的法向接触刚度,在微凸体高度标准偏差为 $0.05\ \mu\text{m}$ 时,最小结合面平均分离距离下考虑基体变形后结合面法向接触刚度下降 9.8% ,考虑微凸体相互作用后结合面法向接触刚度下降 23.2% ,此时微凸体相互作用比基体变形对系统的总刚度影响大。随着微凸体高度标准偏差的增大,前述两因素对结合面法向接触刚度的影响规律呈现相反的趋势。

关键词: 结合面;基体变形;相互作用;接触刚度

中图分类号: TH113 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202006015 **文章编号:** 0253-987X(2020)06-0115-07



OSID 码

A Normal Contact Stiffness Model of Joint Surfaces Considering Interaction of Deformations of Substrate and Asperity

ZHANG Wei, ZHANG Xueliang, WEN Shuhua, WANG Yanhui, YIN Donghua, CHEN Yonghui

(College of Mechanical Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: A normal contact stiffness model of joint surface considering interaction of deformations of substrate deformation and asperity is proposed to solve the problem that the normal contact stiffness calculation model based on classical Greenwood-Willamson (GW) statistical model ignores the deformation and interaction of the micro-convex substrate and results an increase of the calculated value of the joint surface stiffness. The model bases on the method of calculating the stiffness of the GW statistical model. According to the classic Hertzian contact theory and elasticity theory, a deformation function of the base body and a deformation function of the surrounding area when a single micro convex body is subjected to a normal load are introduced into the total deformation of the micro convex body. Expressions of the normal contact

收稿日期: 2020-01-12。 作者简介: 张伟(1993—),男,硕士生;张学良(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51275328);山西省自然科学基金资助项目(201901D111248);山西省“1331”工程重点学科建设资助项目。

网络出版时间: 2020-03-16

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20200313.1857.004.html>

load and stiffness of the combined surface are derived by using the fixed point iterative method when the deformation or interaction of the microconvex substrate is separately considered. Finally, the two deformation functions are superimposed to give the expressions of the normal load and stiffness of the joint surface containing interaction of deformations of substrate deformation and asperity, and furthermore, the normal contact stiffness model of the joint surface is established. A comparison with the GW statistical model is performed. Simulation results show that the normal contact stiffness of the joint surfaces considering interaction of deformations of substrate deformation and asperity is smaller than that of the GW statistical model. When the standard deviation of the height of the micro-convex is 0.05 microns, considering the average separation distance of the minimum joint surface, the normal contact stiffness of the joint surface is reduced by 9.8% after considering the deformation of the substrate, and the normal contact stiffness of the joint surface is reduced by 23.2% after considering the microprojection interaction. With the increase of the standard deviation of the height of the micro-convex body, the influence of these two factors on the normal contact stiffness of the joint surface shows an opposite trend.

Keywords: joint surface; base deformation; interaction; contact stiffness

机械结构都是组合结构,在这些组合结构存在着大量相互接触的连接表面即结合面,由于这些结合面的存在使机械结构或系统不再具有连续性,因而导致了其静态或动态特性的复杂性^[1]。结合面接触刚度作为研究机械结构静态特性的重要参数,其研究不容忽视。1966年 Greenwood 与 Wilamson 基于 5 个假设,首次利用概率论与统计的方法建立了结合面(粗糙表面)弹性接触模型^[2](即 GW 模型),CIAVARELLA 等在 GW 模型的基础之上考虑微凸体的相互作用后重新建立了接触载荷和变形的关系^[3]。Zhao 等基于圣维南原理分析了微凸体相互作用对局部变形的影响^[4];田小龙等利用勒夫方程和圣维南原理建立了考虑微凸体相互作用的结合面法向接触刚度统计模型^[5];王润琼等基于域扩展因子和微凸体相互作用建立了结合面法向接触刚度分形模型^[6]。然而,上述模型忽略了接触表面微凸体基体的变形,事实上接触表面在受载时实际接触面积仅占名义接触面积的很少一部分,微凸体所受的接触应力远大于其抗压强度,但是很少看到接触表面微凸体损坏的情况,究其原因在于微凸体与基体材料的变形以及微凸体之间的相互影响起到了侧向限制作用^[7]。基于前人的研究并针对上述的不足,本文基于粗糙表面形貌的 GW 模型先后分别考虑了微凸体基体变形和微凸体相互作用建立了结合面法向接触刚度模型,最后综合考虑了微凸体基体变形和相互作用建立了结合面法向接触刚度模型。探讨了不同微凸体高度标准偏差下结合面无

量纲平均分离距离与法向接触刚度的关系。由于实际机械结构接触表面通常受周期性载荷的加卸载作用,结合面微凸体的塑性变形被初始加卸载作用消除,稳定工况时,结合面工作在弹性接触状态^[8],因此本文所建立的法向接触刚度模型仅考虑微凸体的弹性变形。

1 考虑结合面微凸体基体变形的接触力学模型

1.1 考虑基体变形的单个微凸体接触刚度建模

本文模型建立在以下假设基础上^[9-11]:①结合面微凸体顶端为球截状;②不考虑接触过程中材料硬度随深度的变化;③微凸体的分布是各向同性且高度服从高斯分布。同时,将两个粗糙结合表面的接触等效为一个理想刚性光滑平面和一个粗糙面接触^[12]。单个微凸体与刚性平面的接触变形示意图如图 1 所示。

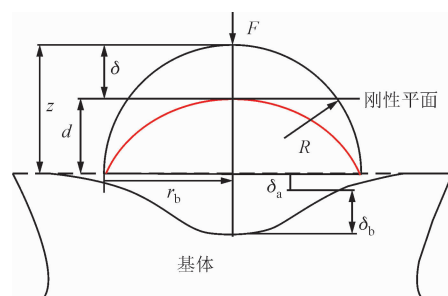


图 1 单个微凸体接触变形简图

图 1 中粗糙表面由基体与微凸体组成,即接触

表面的微凸体附着在基体之上,当受载时接触力通过微凸体传递到基体,结合面承受的载荷由基体和微凸体共同承担。 δ 为系统总变形量,且 $\delta = (z - d)$, δ_a 为微凸体的变形量, δ_b 为基体的变形量,且 $\delta = \delta_a + \delta_b$, R 为微凸体的峰顶曲率半径, r_b 为基体半径。根据弹性理论可得结合面单个微凸体受载时基体的变形量可表示为^[9,13-14]

$$U_z(r) = \frac{\pi P_0}{4E_b r_b} (2r_b^2 - r^2), \quad 0 \leq r \leq r_b \quad (1)$$

式中: P_0 为最大接触压力; $P_0 = \frac{3F}{2\pi r_b^2}$; F 为微凸体所施加的载荷(见图1); r 为结合面微凸体任意一点到接触区域中心的径向距离; E_b 为基体材料的复合弹性模量。

将 $r=0$ 代入式(1)得 $\delta_b = U_z(0) = \frac{3F}{4E_b r_b}$, 则基体材料的接触刚度为

$$k_b = \frac{dF}{d\delta_b} = \frac{4E_b r_b}{3} \quad (2)$$

式(2)与文献[15]中的式(7)不同,也与文献[16]中的式(6)不同,根据赫兹弹性理论得微凸体的接触刚度为^[12]

$$k_a = \frac{dF}{d\delta_a} = 2E_a \sqrt{\delta_a R} \quad (3)$$

式中: E_a 为材料复合弹性模量。

由力的平衡可得 $k_a \delta_a = k_b \delta_b$, 则有 $\delta_b = \frac{k_a \delta_a}{k_b}$, 由 $\delta = \delta_a + \delta_b$ 可得

$$\delta_a + \frac{k_a \delta_a}{k_b} - \delta = 0 \quad (4)$$

本文采用文献[7]的假设 $r_b = R$ 且微凸体材料与基体材料的弹性模量相同。根据式(3)可得

$$\delta_a = \delta / \left(1 + \frac{3}{2} \kappa \sqrt{\frac{\delta_a}{R}} \right) \quad (5)$$

式中: κ 为微凸体材料复合弹性模量 E_a 和基体材料的复合弹性模量 E_b 之比, $\kappa = \frac{E_a}{E_b}$ 。

从式(4)可以看出 δ_a 为 δ 的函数, 令 $\delta_a = f(\delta)$, 则有

$$f(\delta) = \delta / \left(1 + \frac{3}{2} \kappa \sqrt{f(\delta)} \right) \quad (6)$$

采用不动点迭代法对式(6)进行迭代可得^[14]

$$\begin{aligned} \delta_a &= f(\delta) = \\ (z-d) &\left\{ 1 + \frac{\kappa \xi \sqrt{z-d}}{[1 + \kappa \xi \sqrt{(z-d)/(1+\kappa)}]^{1/2}} \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{式中: } \xi = \frac{3\sqrt{R}}{2r_b}.$$

这里 ξ 与文献[15-16]中的不同, 文献[16]中式(7)的计算出现了错误导致其后面计算中得到了 $\xi = \frac{3\sqrt{R}}{4r_b}$ 。文献[15]以文献[16]为基础计算, 也出现同样的错误。

本文采用文献[7]的假设将 δ_a 简化, 最终结果如下

$$\begin{aligned} \delta_a &= f(\delta) = \\ (z-d) &\left\{ 1 + \frac{1.5 \sqrt{z-d}}{[R + 1.5 \sqrt{R(z-d)/2}]^{1/2}} \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

从上式可以看出, 考虑微凸体基体变形后的微凸体变形 δ_a 并不等于 $\delta = (z-d)$, 而是关于 δ 的函数。

根据赫兹弹性接触理论, 单个微凸体受载时其弹性接触力可以表示为

$$p = \frac{4E\sqrt{R}}{3} \delta_a^{3/2} \quad (9)$$

式中: E 为等效弹性模量。

单个微凸体的接触刚度表示为

$$k_1 = \frac{dp}{d\delta_a} = 2E \sqrt{\delta_a R} \quad (10)$$

1.2 考虑基体变形的结合面法向接触刚度

假设粗糙表面微凸体高度服从高斯分布, 其高度标准偏差为 σ , 利用概率论与统计的方法可得考虑基体变形的结合面法向接触载荷和法向接触刚度分别为

$$\begin{aligned} F_1 &= N \int_d^\infty \frac{4}{3} E \sqrt{R} \delta_a^{3/2} \varphi(z) dz = \\ N \frac{4}{3} E \sqrt{R} &\int_d^\infty (z-d)^{3/2} \cdot \\ \left\{ 1 + \frac{1.5 \sqrt{z-d}}{[R + 1.5 \sqrt{(z-d)R/2}]^{1/2}} \right\}^{-3/2} &\varphi(z) dz \end{aligned} \quad (11)$$

$$K_{n1} = N \int_d^\infty 2E \sqrt{\delta_a R} \varphi(z) dz \quad (12)$$

式中: $N = \eta A_a$ 表示名义接触面积 A_a 上有 N 个微凸体, η 为微凸体分布面密度。

为了使比较的结果具有通用性, 把上述待比较的模型中的参数进行无量纲处理, 并且将上述以微凸体平均高度线为参考平面的表达式转化为建立在以表面平均高度线为参考平面的基础上^[17], 且微凸体平均高度线与表面平均高度线的距离 $y_s = 1.15\sigma$ ^[18], 无量纲处理后的结合面总法向接触载荷为

$$F_1^* = \eta \int_{h^* - y_s^*}^\infty \frac{4}{3} \sqrt{R^*} \delta_a^{*3/2} \sigma^2 \varphi(z^*) dz^* =$$

$$\eta \frac{4}{3} E \sqrt{R^*} \sigma^2 \int_{h^* - y_s^*}^{\infty} (z^* - h^* + y_s^*)^{3/2} \left(1 + \frac{3}{2 \sqrt{R^*}} \sqrt{(z^* - h^* + y_s^*) / \left[1 + \frac{3\theta}{2 \sqrt{R^*}} \right]} \right)^{-3/2} \cdot \varphi(z^*) dz^* \quad (13)$$

式中: $z^* = \frac{z}{\sigma}$ 为无量纲微凸体高度; $R^* = \frac{R}{\sigma}$ 为无量纲微凸体峰顶曲率半径; $h^* = \frac{h}{\sigma}$ 为无量纲平均分离距离; $y_s^* = \frac{y_s}{\sigma}$ 为无量纲微凸体平均高度线与表面高度平均线距离; $\varphi(z^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^{*2}/2}$ 为无量纲正态分布函数; $\theta = \sqrt{(z^* - h^* + y_s^*)/2}$ 。

无量纲后的结合面总法向接触刚度为

$$K_{n1}^* = 2\eta \sqrt{A_a} \sigma \int_{h^* - y_s^*}^{\infty} \sqrt{R^* \delta_a^*} \varphi(z^*) dz^* \quad (14)$$

式中: $\delta_a^* = f(\delta^*) = (z^* - h^* + y_s^*) \left\{ 1 + \frac{3}{2 \sqrt{R^*}} \sqrt{(z^* - h^* + y_s^*) / \left(1 + \frac{3\theta}{2 \sqrt{R^*}} \right)} \right\}^{-1}$ 。

2 考虑结合面微凸体相互作用的接触力学模型

2.1 考虑相互作用的单个微凸体接触刚度建模

考虑微凸体相互作用结合面接触模型的假设与1.1节考虑基体变形的假设相同,粗糙面与刚性平面接触示意图如下。

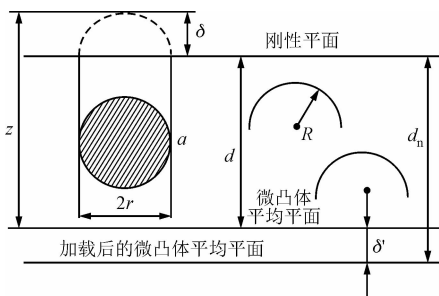


图2 粗糙面与刚性平面接触示意图

图中 d_n 代表刚性平面与结合面加载后微凸体平均平面的距离, r 表示微凸体的接触半径, a 表示接触面积, δ' 表示微凸体相互作用引起的平均平面的变形量^[19], 其余各项标注物理含义与图1相同。

研究表明^[6-7]

$$\delta' = \frac{p_{av} \sqrt{a}}{E} = \frac{p_{av} \sqrt{\pi R \delta}}{E} \quad (15)$$

式中: p_{av} 为平均法向压力。

从式(15)可以看出,考虑微凸体相互作用后的微凸体变形 $\delta_c = (\delta - \delta')$ 与式(7)相同,都是关于 δ 的函数。

根据赫兹弹性接触理论考虑微凸体相互作用时单个微凸体卸载的弹性接触力可以表示为^[6]

$$p_0 = \frac{4}{3} E \sqrt{R} \delta_c^{3/2} = \frac{4}{3} E \sqrt{R} \left(\frac{a}{\pi R} - \frac{p}{E \sqrt{a}} \right)^{3/2} = \frac{E a^{3/2}}{\pi R} \left(1 - \frac{3\pi}{16} \right) = \frac{E (\pi R \delta)^{3/2}}{\pi R} \left(1 - \frac{3\pi}{16} \right) \quad (16)$$

根据载荷变形关系求导,可得考虑相互作用后的单个微凸体刚度为^[6]

$$k_2 = 2E \sqrt{\frac{3a}{16}} = 2E \sqrt{\frac{3\pi R \delta}{16}} \quad (17)$$

2.2 考虑相互作用的结合面法向接触刚度

与1.2节方法相同,采用概率论与统计的方法可得考虑基体变形的结合面法向接触载荷和法向接触刚度分别为

$$F_2 = N \int_d^{\infty} \frac{4}{3} E \sqrt{R} \left(\delta - \frac{P}{E \sqrt{a}} \right)^{3/2} \varphi(z) dz = N \int_d^{\infty} \left(1 - \frac{3\pi}{16} \right) E \sqrt{\pi R} (z - d)^{3/2} \varphi(z) dz \quad (18)$$

$$K_{n2} = N \int_d^{\infty} \frac{1}{2} E \sqrt{3\pi R} (z - d) \varphi(z) dz \quad (19)$$

为了方便比较这里把上述待比较的模型中的参数进行无量纲处理,表达式如下

$$F_2^* = \eta \int_{h^* - y_s^*}^{\infty} \left(1 - \frac{3\pi}{16} \right) \sigma^2 \sqrt{\pi R^*} (z^* - h^* + y_s^*)^{3/2} \varphi(z^*) dz^* \quad (20)$$

$$K_{n2}^* = 2\eta \sqrt{A_a R^*} \sigma \cdot \int_{h^* - y_s^*}^{\infty} \frac{1}{4} \sqrt{3\pi} (z^* - h^* + y_s^*) \varphi(z^*) dz^* \quad (21)$$

3 综合考虑微凸体基体变形与相互作用的接触力学模型

3.1 考虑基体变形与相互作用的单个微凸体接触刚度建模

由前述第1、2节可知,综合考虑微凸体基体变形与相互作用后的微凸体变形 $\delta_d = \delta - \delta_b - \delta'$, 则单个微凸体卸载时其弹性接触力可表示为

$$p_1 = \frac{4}{3} E \sqrt{R} (\delta - \delta_b - \delta')^{3/2} = \frac{4}{3} E \sqrt{R} \left[\delta_a + \pi \delta \left(1 - \frac{3\pi}{16} \right)^{2/3} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{2/3} - \delta \right]^{3/2} \quad (22)$$

单个微凸体的接触刚度表示为

$$k_3 = \frac{dp_1}{d\delta_d} = 2E \sqrt{R \delta_d} \quad (23)$$

3.2 考虑微凸体基体变形与相互作用的结合面法向接触刚度

与前述第 1、2 节相同结合面的法向接触载荷和法向接触刚度可分别表示为

$$F_3 = N \int_d^\infty \frac{4}{3} E \sqrt{R} (\delta - \delta_b - \delta')^{3/2} \varphi(z) dz = \int_d^\infty \frac{4}{3} E \sqrt{R} \left[\delta_a + \pi \delta \left(1 - \frac{3\pi}{16} \right)^{2/3} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{2/3} - \delta \right]^{3/2} \varphi(z) dz \tag{24}$$

$$K_{n3} = N \int_d^\infty 2E \sqrt{R \delta_d} \varphi(z) dz \tag{25}$$

为了方便比较这里把上述待比较的模型中的参数进行无量纲处理,表达式如下

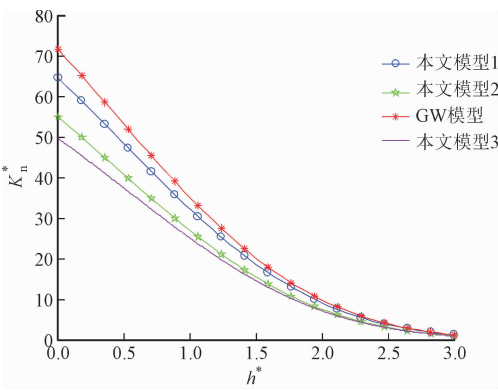
$$F_3^* = \eta \int_{h^*-y_s^*}^\infty \frac{4}{3} \sqrt{R^*} \sigma^2 (\delta^* - \delta_b^* - \delta'^*)^{3/2} \varphi(z^*) dz^* = \int_{h^*-y_s^*}^\infty \eta \frac{4}{3} \sqrt{R^*} \sigma^2 \left[\delta_a^* + \pi \delta^* \left(1 - \frac{3\pi}{16} \right)^{2/3} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{2/3} - \delta^* \right]^{3/2} \varphi(z^*) dz^* \tag{26}$$

$$K_{n3}^* = 2\eta \sqrt{A_a} \sigma \int_{h^*-y_s^*}^\infty \sqrt{R^* \delta_d^*} \varphi(z^*) dz^* \tag{27}$$

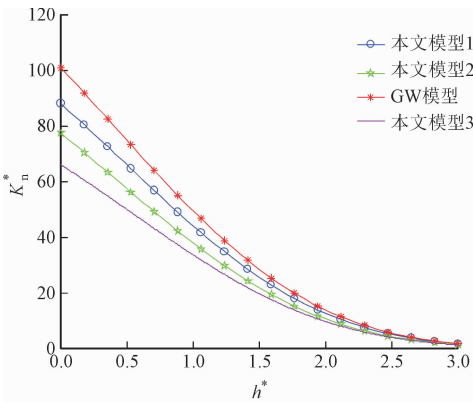
4 模型的仿真与探究

将文献[9]中的相关数据代入本文所建模型,运用数值仿真的方法进行计算分析,进而观察本文中考虑微凸体基体变形的结合面法向接触刚度模型(本文模型 1)、考虑微凸体相互作用的结合面法向接触刚度模型(本文模型 2)、综合考虑微凸体基体变形和相互作用的结合面法向接触刚度模型(本文模型 3)和 GW 模型在不同微凸体高度标准偏差下结合面无量纲法向接触刚度与无量纲平均分离距离的关系。需要特别说明的是,GW 模型中没有考虑微凸体的基体变形和相互作用。本文模型计算参数为^[9]: $R=2.7\ \mu\text{m}$; $E=123\ \text{GPa}$; $A_a=1\ \text{mm}^2$; $\eta=10^{11}\ \text{m}^{-2}$;微凸体高度标准偏差 σ 取 $0.05\sim3\ \mu\text{m}$ 。将以上数据代入式(14)(21)(27)进行仿真,结果如图 3 所示。

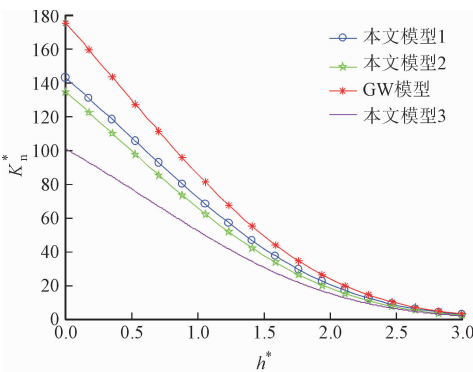
由图 3 可知:分别考虑微凸体基体变形和相互作用与综合考虑微凸体基体变形和相互作用的结合面法向接触刚度(即本文中的 K_{n1}^* 、 K_{n2}^* 、 K_{n3}^*)比不考虑微凸体基体变形与相互作用的结合面法向接触刚度(即 GW 模型)偏小,且综合考虑微凸体基体变形和相互作用的结合面法向接触刚度最小,这是合乎道理的,因为微凸体的基体变形与相互作用使两表面间变形量增大,所以导致了结合面法向接触刚度



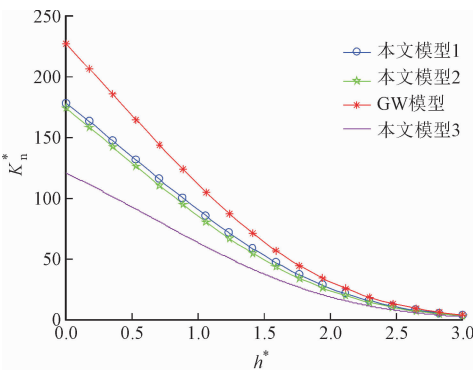
(a) $\sigma=0.05\ \mu\text{m}$



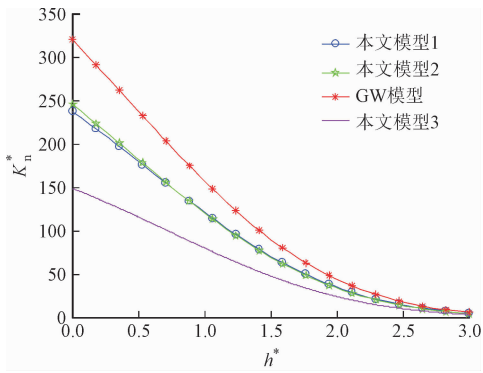
(b) $\sigma=0.1\ \mu\text{m}$



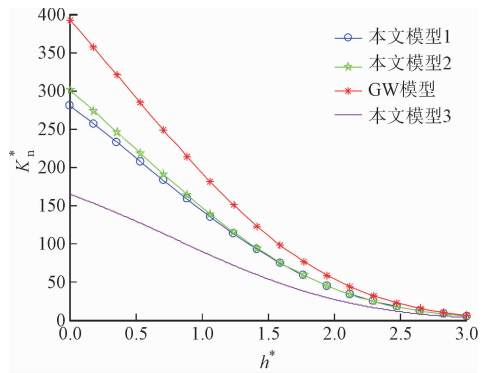
(c) $\sigma=0.3\ \mu\text{m}$



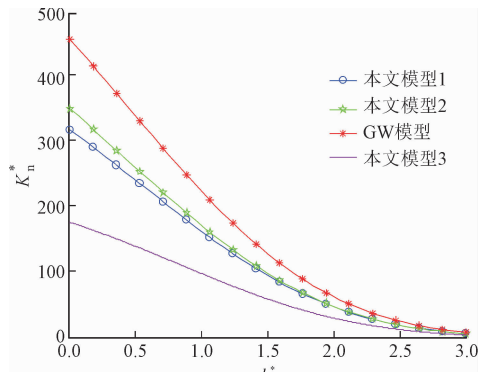
(d) $\sigma=0.5\ \mu\text{m}$



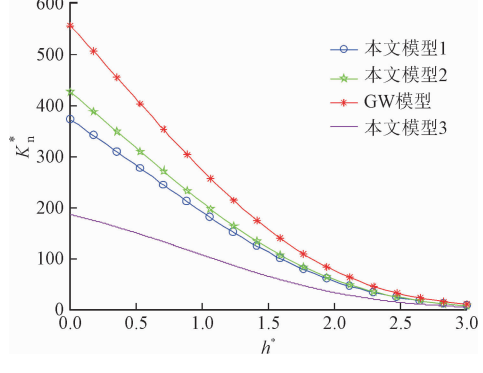
(e) $\sigma=1.0\ \mu\text{m}$



(f) $\sigma=1.5\ \mu\text{m}$



(g) $\sigma=2.0\ \mu\text{m}$



(h) $\sigma=3.0\ \mu\text{m}$

图 3 不同微凸体高度标准偏差下本文 3 种模型与 GW 模型的接触刚度对比

降低;随着无量纲平均分离距离的减小, K_{n1}^* 、 K_{n2}^* 、 K_{n3}^* 刚度计算的结果与 GW 模型差距递增,因为无量纲平均分离距离的减小意味着载荷增大基体变形量越大,微凸体相互作用越明显^[20],因此考虑基体变形或相互作用比不考虑基体变形和相互作用的结合面法向接触刚度模型计算结果自然也就差距越大;随着微凸体高度标准偏差的增大,GW 模型和本文中 K_{n1}^* 、 K_{n2}^* 、 K_{n3}^* 的刚度计算结果都增大,这与文献[9]的结论一致。需要说明的是,在相同的无量纲平均分离距离下,随着微凸体高度标准偏差的增大,考虑微凸体基体变形或相互作用与不考虑微凸体基体变形和相互作用的刚度结算结果差距递增。

另外值得注意的是,在图 2 中微凸体高度标准偏差为 $0.05\ \mu\text{m}$ 时,最小结合面平均分离距离下考虑基体变形后结合面法向接触刚度下降 9.8%,考虑微凸体相互作用后结合面法向接触刚度下降 23.2%,此时微凸体相互作用比基体变形对系统的总刚度影响大,随着微凸体高度标准偏差的增大前述两因素对结合面法向接触刚度的影响规律呈现相反的趋势。以上研究都表明,在计算结合面法向刚度时应考虑微凸体基体变形或相互作用,不可忽略。本文的研究结果为今后深入而准确地进行结合面法向接触刚度的研究提供了理论基础。

5 结 论

- (1)建立了综合考虑微凸体基体变形和相互作用的结合面法向接触刚度模型。
- (2)考虑微凸体基体变形或相互作用要比不考虑微凸体基体变形和相互作用的结合面法向接触刚度模型计算结果偏小。随着无量纲平均分离距离的减小,计算结果的差异变大。
- (3)微凸体高度标准偏差较小时,相同的无量纲平均分离距离下微凸体相互作用比基体变形对系统的总刚度影响大。

参考文献:

[1] 张学良. 机械结合面动态特性及应用 [M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2002: 1-9.

[2] GREENWOOD J A, WILLIAMSON J B P. Contact of Nominally flat surfaces [J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1966, 295: 300-319.

[3] CIAVARELLA M, GREENWOOD J A, PAGGI M. Inclusion of “interaction” in the Greenwood and Williamson contact theory [J]. Wear, 2008, 265 (5/6): 729-734.

- [4] ZHAO Y, CHANG L. A model of asperity interactions in elastic-plastic contact of rough surfaces [J]. *Journal of Tribology*, 2001, 123(4): 857-864.
- [5] 田小龙, 王雯, 傅卫平, 等. 考虑微凸体相互作用的机械结合面接触刚度模型 [J]. *机械工程学报*, 2017, 53(17): 149-159.
TIAN Xiaolong, WANG Wen, FU Weiping, et al. Contact stiffness model of mechanical interface considering micro-convex interactions [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(17): 149-159.
- [6] 王润琼, 朱立达, 朱春霞, 等. 基于域扩展因子和微凸体相互作用的结合面接触刚度模型研究 [J]. *机械工程学报*, 2018, 54(19): 88-95.
WANG Runqiong, ZHU Lida, ZHU Chunxia, et al. Investigation of contact stiffness model for joint surfaces based on domain expansion factor and asperity interaction [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(19): 88-95.
- [7] 唐志成, 夏才初, 宋英龙, 等. 考虑基体变形的节理闭合变形理论模型 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, 31(S1): 3068-3074.
TANG Zhicheng, XIA Caichu, SONG Yinglong, et al. Theoretical model of joint closure deformation considering matrix deformation [J]. *Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, 31(S1): 3068-3074.
- [8] 阮晓光, 张健, 李玲, 等. 一种新的结合面微观接触模型 [J]. *制造技术与机床*, 2017(5): 67-73.
RUAN Xiaoguang, ZHANG Jian, LI Ling, et al. A new micro contact model of interface [J]. *Manufacturing Technology and Machine Tool*, 2017(5): 67-73.
- [9] 肖会芳, 孙韵韵, 徐金梧, 等. 混合润滑状态下粗糙界面法向接触刚度计算模型与特性研究 [J]. *振动与冲击*, 37(24): 123-131, 164.
XIAO Huifang, SUN yunyun, XU Jinwu, et al. Calculation model and characteristics of normal contact stiffness of rough interface under mixed lubrication [J]. *Vibration and Shock*, 37(24): 123-131, 164.
- [10] 徐超, 王东. 一种改进的粗糙表面法向弹塑性接触解析模型 [J]. *西安交通大学学报*, 2014, 48(11): 115-121.
XU Chao, WANG Dong. An improved analytical model for normal elastic-plastic contact of rough surface [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2014, 48(11): 115-121.
- [11] ZHAO Y W, DAVID D M, CHANG L. An asperity microcontact model incorporating the transition from elastic deformation to fully plastic flow [J]. *ASME Journal of Tribology*, 2000, 122: 86-93.
- [12] CHANG W R, ETSION I, BOGY D B. Elastic-plastic model for the contact of rough surfaces [J]. *Journal of Tribology*, 1987, 109(2): 257-263.
- [13] JOHNSON K L. *Contact mechanics* [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1985: 72-73.
- [14] YEO C D, KATTA R R, LEE J. Effect of asperity interactions on rough surface elastic contact behavior: hard film on soft substrate [J]. *Tribology International*, 2010, 43(8): 1438-1448.
- [15] 李玲, 云强强, 李治强, 等. 考虑基体变形的混合润滑结合面接触特性 [J]. *振动、测试与诊断*, 2019, 39(5): 953-959.
LI Ling, YUN Qiangqiang, LI Zhiqiang, et al. Contact characteristics of hybrid lubrication interface considering base deformation [J]. *Vibration Test and Diagnosis*, 2019, 39(5): 953-959.
- [16] 李玲, 李治强, 张健, 等. 含硬涂层结构的表面微观接触新模型 [J]. *振动与冲击*, 2018, 37(3): 195-201, 229.
LI Ling, LI Zhiqiang, ZHANG Jian, et al. A new surface micro contact model with hard coating structure [J]. *Vibration and Impact*, 2018, 37(3): 195-201, 229.
- [17] 赵永武, 吕彦明, 蒋建忠. 新的粗糙表面弹塑性接触模型 [J]. *机械工程学报*, 2007, 43(3): 95-101.
ZHAO Yongwu, LÜ Yanming, JIANG Jianzhong. New elastoplastic contact model of rough surface [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2007, 43(3): 95-101.
- [18] SOJOUHI H, KHONSARI M M. On the modeling of quasi-steady and unsteady dynamic friction in sliding lubricated line contact [J]. *ASME Journal of Tribology*, 2010, 132: 012101.
- [19] TANG Z C, JIAO Y Y, WONG L N Y. Theoretical model with multi-asperity interaction for the closure behavior of rock joint [J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2017, 97: 15-23.
- [20] 王庆朋, 张力, 唐志刚, 等. 微凸体相互作用对界面法向接触特性和能量耗散的影响 [J]. *中南大学学报 (自然科学版)*, 2018, 49(9): 76-82.
WANG Qingpeng, ZHANG Li, TANG Zhigang, et al. The influence of the interaction of micro convex on the normal contact characteristics and energy dissipation [J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2018, 49(9): 76-82.

(编辑 刘杨)