

采用前向空间平滑分组的混合信号 波达方向估计算法

胡盈绮, 邓科, 殷勤业

(西安交通大学电子与信息学部, 710049, 西安)

摘要: 针对混合信号在估计其波达方向时阵列孔径和信噪比损失严重的问题,提出了一种基于对称均匀线阵的波达方向估计算法。对于独立信号,利用旋转不变性子空间类算法估计出其波达方向;对于多径传播引起的多组相干信号,利用矩阵的差分以及斜投影分组估计出其波达方向。这种利用矩阵差分的算法不仅消除了独立信号对相干信源的影响,而且相比前向空间平滑算法减少了斜投影和空间平滑的次数,降低了阵列孔径和信噪比的损失。该算法还可以与多种平滑算法相结合,降低对阵元数的要求并提高仿真性能。在估计相干信号的波达方向时,利用旋转不变性子空间类算法思想代替多信号分类算法,避免了谱峰搜索,降低了运算时间。仿真结果表明:存在5个相干信源时,在-10 dB的低信噪比的情况下,所提算法仅需7个阵元就可获得误差较低的估计结果,而且与多信号分类算法相比节约了大量运行时间。

关键词: 波达方向估计;混合信号;平滑算法;多径传播;旋转不变性子空间类算法

中图分类号: TN911 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202009019 **文章编号:** 0253-987X(2020)09-0164-09



OSID 码

Direction of Arrival Estimation Method for Mixed Signals by Forward Spatial Smooth Grouping

HU Yingqi, DENG Ke, YIN Qinye

(Faculty of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Aiming at the problem of serious losses of array aperture and signal-to-noise ratio as estimating the direction of arrivals of mixed signals, a direction of arrivals estimation algorithm based on symmetric uniform linear array is proposed for hybrid independent and coherent sources. For independent sources, the estimating signal parameter via rotational invariance technique is exploited directly to estimate their direction of arrivals, while for multi-group coherent signals caused by multi-path propagation, the direction of arrivals is estimated by exploiting the difference of the matrices and the oblique projection. This algorithm using matrix difference eliminates the effect of independent sources on the coherent source, reduces the number of oblique projection and forward spatial smoothing, and lowers the losses of array aperture and signal-to-noise ratio. The proposed smoothing method can also be combined with various smoothing algorithms to reduce the number of array elements and improve the simulation performance. During estimating the direction of arrivals of coherent sources, the estimating signal parameter via rotational invariance technique is used instead of the multiple signals

收稿日期: 2019-12-10。 作者简介: 胡盈绮(1995—),女,硕士生;邓科(通信作者),男,副教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61671364)。

网络出版时间: 2020-05-20

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20200520.0918.002.html>

classification algorithm to estimate the direction of arrivals, which avoids the peak search and greatly reduces the computation time. Simulation shows that in the case of 5 coherent sources with low signal-to-noise ratio of -10 dB, this algorithm only needs 7 array elements to obtain the estimation result with very low error, and spends much shorter time compared with the multiple signals classification algorithm.

Keywords: direction of arrival estimation; mixed signals; smoothing algorithm; multi-path propagation; estimating signal parameter via rotational invariance technique

随着阵列信号处理在军事、航天和通信等领域的广泛应用,波达方向(DOA)估计作为阵列信号处理的重要分支显得尤为重要。早期使用子空间特性的 DOA 估计理论,例如 MUSIC^[1]、ESPRIT^[2]等,假设目标信源为独立信号,而在现实环境中,山脉、城市建筑的反射引起的多径效应产生了多个相干入射信号,因此对于混合信号的研究具有重要的实际意义。

为了解决相干信号引起的协方差矩阵的秩亏损问题,学者们早期提出了一种空间平滑算法^[3-4],以牺牲部分阵列孔径为代价来消除信号源的相干,如 Shan 等在 1985 年提出的前向空间平滑(FSS)技术^[3]。近年来,国内外学者对于这种空间平滑思想解决相干信号的问题也进行了深入研究^[5-8]。基于相干信号与独立信号经常是同时存在的情况,文献[9-11]提出了一种两阶段的 DOA 估计算法,分别估计独立信源和相干信号引起的 DOA。在第二阶段的估计中,文献[9]提出了一种利用矩阵差分的算法来消除独立信号的影响,但仅使用矩阵中的一列来进行平滑,没有使用全部信息,导致算法性能损失严重。当相干信号不止一组时,文献[9]算法将相干信号作为整体进行解相干,这会遗漏不同组相干信号产生相同 DOA 的情况,而且牺牲了过多的阵列孔径。文献[12]提出了一种多组相干信号情况下按顺序估计各组信号 DOA 的算法,该算法主要基于前向空间平滑以及斜投影^[13-14]思想,但在独立信号较多或分组较多时多次使用斜投影,可能导致信源功率过小被噪声功率淹没从而无法估计的现象。过多的 FSS 也会导致阵列孔径的损失。此外,该文献使用的 MUSIC 算法需要进行谱峰搜索,耗费大量时间。

对于以上缺陷,本文共提出了两种改进算法。基于文献[9],提出了一种利用差分矩阵的所有元素来进行平滑处理的算法(算法 1),该算法可以满足对阵元数更低的要求以及提供更好的性能。对于独立信号和多组相干信号混合存在的情况,提出了一种对文献[12]的改进算法(算法 2),该算法分为两

阶段估计。在第二阶段的估计中采用算法 1,利用协方差矩阵减去其行列共轭转置来消除独立信号的影响,同时增加了矩阵的秩,相当于对协方差矩阵进行了一次平滑。之后再对相干信号进行分组估计。新的平滑算法使得分组估计 DOA 时减少了 FSS 以及斜投影次数,与文献[12]相比减少了阵列孔径与信噪比的损失。此外,该算法在估计 DOA 时,构造了两个新的矩阵,利用它们之间的旋转不变性使用了不需要谱峰搜索的 TLS-ESPRIT 算法^[15-19],替代了文献[12]中对应使用的 MUSIC 算法,使得算法运行速度提高。仿真结果表明,本文算法对阵元数要求更低,对阵元的利用率更高,分辨概率更高,耗费时间更短。

1 系统模型

假设对称均匀线阵具有 $M=2L+1$ 个阵元,信号波长为 λ ,相邻两个阵元间距为 $d=\lambda/2$,选取阵列的中心作为相位参考点。系统具有 G 个统计独立的窄带信源 $\{u_1(t), u_2(t), \dots, u_G(t)\}$,其中 G_1 个信源共发出 P 路相干信号,每个相干信号 $u_i(t)$ ($1 \leq i \leq G_1$) 产生 p_i 路相干信号(即多径数为 p_i), $P = \sum_{i=1}^{G_1} p_i$, G_2 个信源发出 G_2 路不相干信号, $G=G_1+G_2$ 。每个相干信号 $u_i(t)$ ($1 \leq i \leq G_1$) 产生的 p_i 路相干信号从不同的波达方向 $\{\theta_{i,1}, \theta_{i,2}, \dots, \theta_{i,p_i}\}$ 进入阵列,每个不相干信号 $u_i(t)$ ($G_1+1 \leq i \leq G$) 产生的 G_2 路不相干信号从不同的波达方向 $\{\theta_{P+1}, \theta_{P+2}, \dots, \theta_{P+G_2}\}$ 进入阵列。

t 时刻阵元接收到的信号可用 $M \times 1$ 的列矩阵表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \sum_{k=1}^{G_1} \sum_{l=1}^{p_k} \mathbf{a}(\theta_{kl}) \rho_{kl} s_k(t) + \sum_{k=G_1+1}^G \mathbf{a}(\theta_k) s_k(t) + \\ \mathbf{n}(t) &= \sum_{k=1}^{G_1} \mathbf{B}_k \boldsymbol{\rho}_k s_k(t) + \sum_{k=G_1+1}^G \mathbf{a}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{n}(t) = \\ &\mathbf{A}_c \mathbf{s}_c(t) + \mathbf{A}_u \mathbf{s}_u(t) + \mathbf{n}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1) \end{aligned}$$

式中: $\mathbf{a}(\theta) = [e^{jL\pi\sin\theta}, e^{j(L-1)\pi\sin\theta}, \dots, e^{-jL\pi\sin\theta}]^T$ 是信号

的导向矢量; ρ_{kl} 是第 k 个信源中第 l 路多径的复合衰落系数, $|\rho_{kl}| \leq 1$; $\mathbf{p}_k = [\rho_{k1}, \rho_{k2}, \dots, \rho_{kp_k}]^T$, $\rho_{k1} = 1$; $\mathbf{B}_k = [\mathbf{a}(\theta_{k1}), \mathbf{a}(\theta_{k2}), \dots, \mathbf{a}(\theta_{kp_k})]$; $\mathbf{A}_c = [\mathbf{B}_1 \mathbf{p}_1, \mathbf{B}_2 \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{B}_{G_1} \mathbf{p}_{G_1}]$; $\mathbf{A}_u = [\mathbf{a}(\theta_{G_1+1}), \mathbf{a}(\theta_{G_1+2}), \dots, \mathbf{a}(\theta_G)]$; $\mathbf{s}_c(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_{G_1}(t)]^T$; $\mathbf{s}_u(t) = [s_{G_1+1}(t), s_{G_1+2}(t), \dots, s_G(t)]^T$; $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_c, \mathbf{A}_u]$ 是混合信号对应的阵列流型矩阵; $\mathbf{s}(t) = [\mathbf{s}_c^T(t), \mathbf{s}_u^T(t)]^T$ 是信号的入射信号矢量; $\mathbf{n}(t)$ 是阵列接收噪声, 其中各分量是相互独立的加性 0 均值高斯白噪声, 方差为 σ_n^2 。需要注意的是, 这里选取的阵列为对称均匀线阵, 将阵列的中心作为相位参考点, 这对于之后 3.1 小节构造的差分矩阵的推导有重要意义。

阵元接收矩阵的协方差矩阵可写成

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_M \quad (2)$$

式中: $\mathbf{R}_s = \text{diag}[\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_G^2]$ 表示 $\mathbf{s}(t)$ 的协方差矩阵; $\mathbf{I}_M$ 是 $M \times M$ 的单位矩阵。

当 $G < M$ 时, 可对 $\mathbf{R}_x$ 进行特征分解, 共得到 M 个特征值及其对应的 M 个特征向量。 $\mathbf{R}_x$ 的特征分解表示为

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{U}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{U}_n^H \quad (3)$$

式中: $\mathbf{U}_s$ 是 G 个大特征值对应的特征向量张成的信号子空间; $\mathbf{U}_n$ 是 $M-G$ 个小特征值对应的特征向量张成的噪声子空间; $\mathbf{\Lambda}_s = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_G]$, $\mathbf{\Lambda}_n = \text{diag}[\lambda_{G+1}, \lambda_{G+2}, \dots, \lambda_M]$, 其中 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$ 是 $\mathbf{R}_x$ 从大到小排列的特征值。因此, 由式(2)可得

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H = \mathbf{R}_x - \sigma_n^2\mathbf{I}_M \quad (4)$$

2 独立信号到达角估计

直接使用 ESPRIT 算法可以得到独立信号的 DOA 估计。由文献[20]可知, 利用 ESPRIT 算法最后可以得到一个 DOA 估计矩阵, 对其进行特征分解后, 独立信源对应特征值的模等于 1, 相干信源对应特征值的模小于 1。因此, 可以利用相干信源与独立信源的这个截然不同的特性, 将二者分离开。对 TLS-ESPRIT 算法得到的 DOA 估计矩阵进行特征分解, 找到特征值中高度接近 1 的值, 即为独立信源对应的特征值。

假设 $\tilde{\eta}_1 \sim \tilde{\eta}_{G_2}$ 是独立信源对应的特征值, 独立信号的 DOA 估计为

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\theta}_i &= \arcsin\left(-\frac{\lambda}{j2\pi d} f_{\text{angle}}(\tilde{\eta}_i)\right) \\ i &= P+1, P+2, \dots, P+G_2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: f_{angle} 为求复数相位角的弧度函数, f_{angle} 的取值范围为 $-\pi \sim \pi$ 。

3 相干信号到达角估计

3.1 矩阵的差分

为了估计相干信号的到达角, 首先需要从协方差矩阵中消除独立信源的影响, 然后再解相干。本文对文献[9]算法进行了改进, 利用差分矩阵的所有元素来进行平滑处理。这种利用协方差矩阵减去其行列共轭转置的算法不仅能消除独立信号的影响, 同时也对相干信号进行了一次平滑处理。为了方便叙述, 本文将这种利用差分矩阵所有元素来进行 FSS 处理的算法称为算法 1, 解得全部相干信源 DOA 的计算步骤如图 1 所示, 图中 $p_{\max}$ 表示各组相干信号中的最大多径数, $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整。

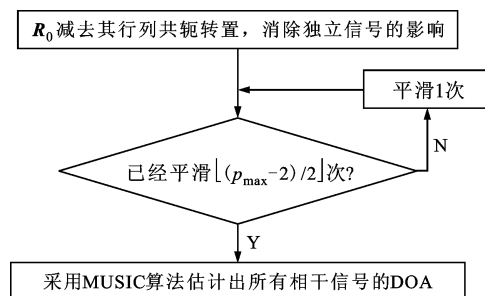


图 1 算法 1 估计相干信源 DOA 的计算步骤

下面对算法 1 进行具体公式推导。本文构造了一个 $M \times M$ 的新矩阵 $\mathbf{R}_1$, $\mathbf{R}_1$ 的第 m 行第 k 列元素定义为

$$\left. \begin{aligned} R_1(m, k) &= R_0(m, k) - R_0^*(-m, -k) \\ -L &\leq m, k \leq L \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 m, k 的取值是将对称阵列的中心作为相位参考点来进行选取的。 $\mathbf{R}_1$ 可表示为

$$R_1(m, k) = \left[\sum_{i=1}^{G_1} r_i \sum_{l=1}^{p_i} \sum_{p=1}^{p_i} (\rho_{il}^* \rho_{ip} - \rho_{ip}^* \rho_{il}) \right] \cdot e^{j\pi[(k-1)\sin\theta_{il} - (m-1)\sin\theta_{ip}]} \quad (7)$$

式中 $r_i = E(\mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H)$ 是源 $\mathbf{s}_i$ 的自相关系数。对于独立信源, 其发射信号的衰落系数始终为 1, 对应的协方差矩阵定义为 $\mathbf{R}_u$, 且 $R_u(m, k) = R_u^*(-m, -k)$, 因此式(6)中消除了独立信源的影响。对于相干信源, 其多径信号的衰落系数为不同的复数, 对应的协方差矩阵定义为 $\mathbf{R}_c$, 且 $R_c(m, k) \neq R_c^*(-m, -k)$, 因此式(6)中仍保留了相干信源的信息。为了方便描述, 首先仅考虑当 1 个相干信源产生 P 路相干信源时的情况, 此时 $\mathbf{R}_1$ 的共轭转置矩阵可表示为

$$\mathbf{R}_1^H = \mathbf{A}_c \mathbf{Q} \quad (8)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_c^H \mathbf{r} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{A}_c$ 是对应于相干信号的导向矢量矩阵; $\mathbf{Q}$ 是

一个 $P \times M$ 的矩阵; $\mathbf{Q}_1$ 是 $P \times P$ 的矩阵; r 是该相干信源的自相关系数; $\text{rank}(\mathbf{R}_1) = 2$ 。式(8)(9)中具体的矩阵表示及矩阵秩的证明见附录 A。

从以上推导可知, $\mathbf{R}_1$ 相比 $\mathbf{R}_0$ 对所有相干信号进行了 1 次平滑处理。如果此时仅有 1 个相干信源发出 2 路相干信号, 则 $\mathbf{R}_1$ 的秩增加为 2。如果有 G_1 个相干信源, 且每个相干信源发出不少于两路相干信号, 则 $\mathbf{R}_1$ 的秩增加为 $2G_1$ 。对有 p_i 路多径的第 i 组相干信号, 若 $p_i = 2$, 则此时这两路相干信号已经解相干; 若 $p_i \geq 3$, 则还需进行平滑处理。

若使用 FSS 算法, 则每平滑 1 次, 第 i 组相干信号对应的协方差矩阵的秩增加 2。当 p_i 为偶数时, 共需前向空间平滑 $(p_i - 2)/2$ 次; 当 p_i 为奇数时, 共需前向空间平滑 $\lfloor (p_i - 2)/2 \rfloor$ 次, 在最后一次平滑时会出现过平滑现象, 因此最后一次平滑时秩只增加 1, 最终完全平滑后矩阵的秩增加到 p_i 。

这种利用矩阵减去其行列共轭转置的平滑算法也可以与其他平滑算法相结合, 如 3.3 小节就将该平滑算法与前向空间平滑算法相结合, 进一步减少了阵列孔径的损失, 提高了阵元的利用率。

3.2 利用 TLS-ESPRIT 算法估计差分矩阵的波达方向

在估计解相干后的相干信号的 DOA 时, 可以利用 MUSIC 算法或者 ESPRIT 算法。由于 ESPRIT 算法相比 MUSIC 算法不需要谱峰搜索, 运行时间更短, 分辨概率更高, 所以本文选择了 ESPRIT 算法。为了提高 ESPRIT 算法的精度, 本文构造了两个新的矩阵, 利用它们之间的旋转不变性使用了 TLS-ESPRIT 算法^[15], 具体计算过程如下。

为了方便描述, 首先仅考虑当 1 个相干信源产生 P 路相干信号时的情况。构造出具有旋转不变性的矩阵 $\mathbf{C}_x$ 和 $\mathbf{C}_y$ 。 $\mathbf{C}_x$ 取 $\mathbf{R}_1^H$ 的第 2 到 M 列, $\mathbf{C}_x$ 取 $\mathbf{R}_1^H$ 的第 1 到 $M-1$ 列。由式(8)(9)可知

$$\mathbf{R}_1^H = \mathbf{A}_c \mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_c^H r \quad (10)$$

故 $\mathbf{C}_x$ 和 $\mathbf{C}_y$ 可以表示为

$$\mathbf{C}_x = \mathbf{A}_c \mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_{c0}^H r \quad (11)$$

$$\mathbf{C}_y = \mathbf{A}_c \boldsymbol{\psi} \mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_{c0}^H r \quad (12)$$

式中: $\mathbf{A}_{c0}^H$ 是 $\mathbf{A}_c^H$ 的子矩阵, $\mathbf{A}_{c0}^H$ 取 $\mathbf{A}_c^H$ 矩阵的第 2 到 M 列; 旋转算符 $\boldsymbol{\psi} = \text{diag}[\exp(j\pi \sin \theta_1), \exp(j \cdot \pi \sin \theta_2), \dots, \exp(j\pi \sin \theta_P)]$; $\mathbf{C}_x$ 和 $\mathbf{C}_y$ 的秩均为 2。

再考虑一般情况, G_1 个信源共发出 P 路信号, 每个相干信源 $u_i(t)$ ($1 \leq i \leq G_1$) 产生 p_i 路相干信号, $P = \sum_{i=1}^{G_1} p_i$, 此时式(10)变为

$$\mathbf{R}_1^H = \sum_{i=1}^{G_1} \mathbf{A}_{ci} \mathbf{Q}_{1i} \mathbf{A}_{ci}^H r_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{c1} & \cdots & \mathbf{A}_{cG_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{Q}_{1G_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{c1}^H \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{cG_1}^H \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{A}_{ci}$ 是第 i 个信源的导向矢量矩阵; $\mathbf{Q}_{1i}$ 是将第 i 组相干信号的衰落系数写成 $\mathbf{Q}_{1i}$ 的形式; r_i 可当做 1 来计算。

同样地, 构造出具有旋转不变性的矩阵 $\mathbf{C}_x$ 和 $\mathbf{C}_y$, 即

$$\mathbf{C}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{c1} & \cdots & \mathbf{A}_{cG_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{Q}_{1G_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{c10}^H \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{cG_{10}}^H \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{C}_y = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{c1} & \cdots & \mathbf{A}_{cG_1} \end{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_0 \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{Q}_{1G_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{c10}^H \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{cG_{10}}^H \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中: $\boldsymbol{\psi}_0 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{\psi}_{G_1} \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{\psi}_i$ 是第 i 个相干信源的

旋转算符; $\mathbf{A}_{ci0}^H$ 是 $\mathbf{A}_{ci}^H$ 的子矩阵, $\mathbf{A}_{ci0}^H$ 取 $\mathbf{A}_{ci}^H$ 矩阵的第 2 到 M 列; $\mathbf{C}_x$ 和 $\mathbf{C}_y$ 的秩均为 $2G_1$ 。

由式(14)(15)可知, $\mathbf{C}_x$ 和 $\mathbf{C}_y$ 仅相差一个旋转算符 $\boldsymbol{\psi}_0$, 之后可以利用文献[11]中 TLS-ESPRIT 算法的思想解得 $\boldsymbol{\psi}_0$ 中的对角元素, 这些对角元素中包含着各组相干信号的 DOA 信息。对于已经解相干的信源, 利用式(5)即可估计出该组相干信号的 DOA。

需要注意的是, 多径数小于等于 p_i 的相干信源已经解相干。文献[20]中阐述: 解相干的信源对应特征值的模等于 1; 没有解相干信源对应特征值的模小于 1。利用这个特性就可以估计出多径数小于等于 p_i 的相干信源对应的 DOA。

3.3 分组估计相干信源的波达方向

3.1 和 3.2 小节阐述了相干信号 DOA 的估计算法, 而对于多组相干信号的情况, 需要进行分组估计。文献[12]在估计每组相干信号的 DOA 时, 利用斜投影算法消除已估计出的相干信号影响, 使用 FSS 对该组相干信号解相干, 通过 MUSIC 算法估计出该组相干信号的 DOA。

考虑到混合信号存在的情况, 为了减少斜投影和平滑次数, 进一步提高算法性能, 本文提出了一种

改进的分组估计算法,称为算法2。算法2采用3.1小节的矩阵差分来消除独立信源的影响,利用斜投影消除已估计出的相干信号的影响,使用FSS解相干,通过3.2小节的TLS-ESPRIT算法得到各组相干信号的DOA。

以FSS次数为顺序进行分组,首先估计有最小路多径数的一组相干信号的DOA。定义将阵列划分成 N 个子阵的FSS,即将有 M 个阵元的均匀线阵分成 N 个大小相同、相互交错的子阵,每个子阵中包含的阵元数为 $M-N$ 。因此,将有 N 个子阵的FSS的协方差矩阵定义为

$$\mathbf{R}_N^i = \sum_{m=0}^N \mathbf{W}_{M-N} \mathbf{R}_0 \mathbf{W}_{M-N,m}^H \quad (16)$$

式中 $\mathbf{W}_{a,b} = [\mathbf{0}_{a,b} \quad \mathbf{I}_a \quad \mathbf{0}_{a,(M-a-b)}]$, $\mathbf{0}_{a,b}$ 是 $a \times b$ 的0矩阵。

在3.1小节已说明,当 $p_1=2$ 时,不需要进行FSS即可解得第1组相干信号的DOA。同时,由于矩阵差分带来的一次平滑,其他组相干信号的协方差矩阵秩变为原来的两倍,在已知有 G_1 组相干信号的情况下, $\mathbf{R}_1$ 的秩为 $2G_1$ 。

当 $p_i > 2$ 时,需要使用平滑算法来估计出所有的信号。需要注意的是,如果使用FSS算法,由于 $\mathbf{R}_1^H$ 不是共轭对称的,所以是对 $\mathbf{R}_1^H \mathbf{R}_1$ 进行如式(16)所示的FSS。对于第 i 组相干信号, $\mathbf{R}_0$ 的秩为 $G_1 + G_2$ (G_1 组相干信源和 G_2 个不相干信源)。由于斜投影消除已估计出前 $i-1$ 组相干信号的影响,所以此时协方差矩阵的秩为 $G_2 + (G_1 - i + 1)$ 。将此时的协方差矩阵减去其行列共轭转置来消除独立信源的影响,同时进行了1次平滑,得到的新协方差矩阵的秩为 $2(G_1 - i + 1)$ 。此时该矩阵只包含第 $i, i+1, \dots, G_1$ 组相干信号的信息,并已对它们进行了1次平滑。为了使第 i 组相干信号对应的协方差矩阵满秩,若使用FSS算法,每平滑1次秩增加2,仍需进行 $\lfloor (p_i - 2)/2 \rfloor$ 次平滑才能解相干,得到第 i 组相干信号的DOA。文献[12]算法在估计每组相干信号的DOA时,至少需要进行 $p_i - 1$ 次FSS,本文算法可以减少近一半的FSS次数。

算法2中分组估计相干信号DOA的计算步骤如图2所示。

算法2估计出第 i 组相干信号的DOA需要进行 $i-1$ 次斜投影和 $\lfloor (p_i - 2)/2 \rfloor$ 次平滑,文献[12]算法至少需进行 $i-1 + G_2$ 次斜投影和 $p_i - 1$ 次平滑。所以,在估计每组相干信号的DOA时,文献[12]算法比算法2需要多进行 $\lceil p_i/2 \rceil$ ($\lceil \cdot \rceil$ 表示向

上取整)次空间平滑以及 G_2 次斜投影。算法2减少了FSS次数即降低了阵列孔径的损失,减少了斜投影次数即降低了信噪比的损失,提高了估计精度。

在分组估计相干信号的DOA时,算法2利用了矩阵减去其行列转置、斜投影等操作,这些操作不仅能和FSS相结合,还可以与其他平滑算法结合使用,以进一步改善阵列孔径的损失,提高估计性能。

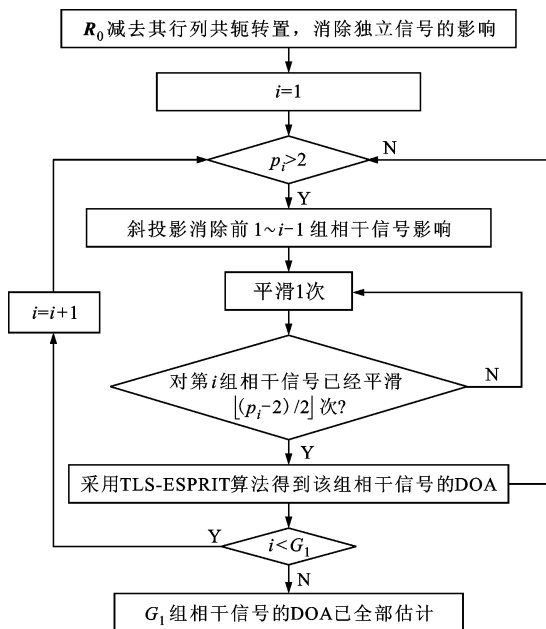


图2 算法2分组估计DOA的计算步骤

4 仿真结果

为检测本文算法的估计效果、运行时间和分辨概率等性能,本节进行了仿真实验,并分析了仿真结果。

实验采用 L 个阵元组成的对称均匀线阵,阵元间距为 0.5λ ,信源为等功率的相互独立的窄带信源,噪声为加性高斯白噪声,且信源与噪声互不相关。信噪比 R_{sn} 和均方根误差 E_{rms} 的定义为

$$R_{sn} = 10 \lg \frac{1}{\sigma^2} \quad (17)$$

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{1}{GT} \sum_{g=1}^G \sum_{t=1}^T (\theta_{gt}^* - \theta_g)^2} \quad (18)$$

式中: T 为蒙特卡罗实验次数; θ_{gt}^* 为第 g 个信号第 t 次实验的DOA估计值; θ_g 为第 g 个信号的DOA真实值。对于3.1小节提出的算法1,使用MUSIC算法以 0.01° 的精度进行搜索谱峰,估计出所有相干信号的DOA。

4.1 不同信噪比下的效果分析

实验1比较了算法的估计效果与信噪比之间的

关系。设置低阵元条件,阵元数为 7。各组信源发射信号的波达角、衰落幅度和衰落相位如表 1 所示。信噪比从-10 dB变化到 10 dB,快拍数为 2 000,蒙特卡罗实验次数为 500。将算法 2 与算法 1、文献[12]算法进行对比,结果如图 3 所示。

从图 3 可以看出,算法 2 的估计精度优于文献[12]算法的。这是因为文献[12]算法与算法 2 相

表 1 实验 1 各组信源发射信号的波达角、衰落幅度和衰落相位

信源发射信号类别	组号	波达角/(°)	衰落幅度	衰落相位/(°)
独立信号		-10		
相干信号	1	-50, 35	1.0, 0.9	56.70, 270.05
	2	-24, 15, 52	0.9, 0.8, 1.0	33.50, 140.76, 243.03

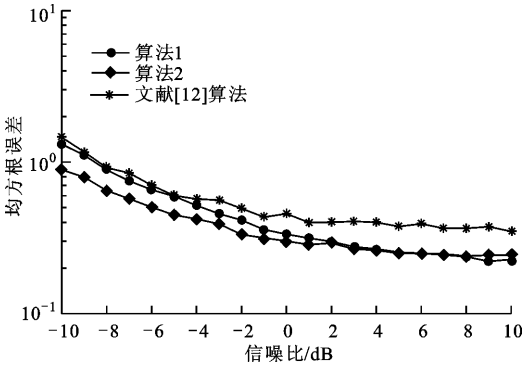


图 3 阵元数为 7 时均方根误差随信噪比的变化曲线

在表 1 中 5 个相干信源的情况下,FSS 算法至少需要 9 个阵元才能实现。但是,从图 3 可以看出,在 7 个阵元的实验条件下,算法 2 能够获得很好的估计精度。在本实验设置的 7 个阵元条件下,文献[9]算法的误差过高,无法获取估计的 DOA。

将算法 1 与文献[9]算法、FSS 算法进行对比。设阵元数为 9,文献[9]中参数 $W=7$,其他实验条件不变。这 3 种算法都是一次估计出所有相干信号的 DOA,没有进行分组估计。实验结果如图 4 所示。

从图 4 可以看出,算法 1 的估计效果远优于文献[9]算法的。这是因为算法 1 是对差分矩阵的所有元素进行了 FSS 处理,而文献[9]算法仅对其中 1 列进行了简单平滑。相比 FSS 算法,算法 1 在信噪比较低时性能更加优越,而且可以分别计算独立信

比,多平滑了 $\lceil p_i/2 \rceil$ 次,导致了阵列孔径的损失,多斜投影了 G_2 次,导致了信噪比的损失。因此,在低阵元情况下,文献[12]算法的性能不如本文算法的。在低信噪比的情况下,算法 2 的估计精度优于算法 1 的。虽然算法 1 在信噪比较高时的性能与算法 2 的近似,但牺牲了大量运行时间,这在之后的实验 3 中可以明显看出,且算法 1 没有进行分组估计。

号与相干信号的 DOA。

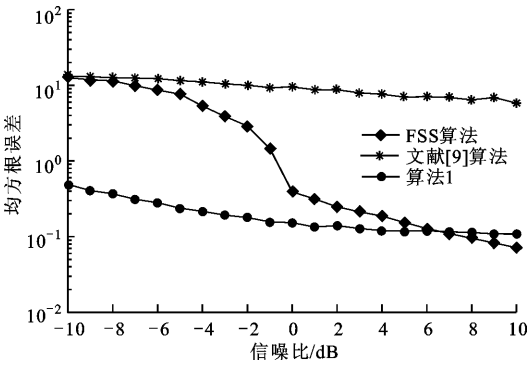


图 4 阵元数为 9 时均方根误差随信噪比的变化曲线

4.2 不同阵元数下的效果分析

实验 2 比较了算法的估计效果与阵元数之间的关系。设置信噪比为-5 dB,在实验 1 的基础上增加了 1 组相干信号,各组信源发射信号的波达角、衰落幅度和衰落相位如表 2 所示。将阵元数从 11 增加到 21,其他参数设置与实验 1 的相同。将算法 2 与文献[12]算法进行对比,结果如图 5 所示。

从图 5 可以看出,算法 2 和文献[12]算法的估计效果都随着阵元数的增加而提升。在阵元数较大时,文献[12]算法的均方根误差比算法 2 的低,这是因为文献[12]算法使用的 MUSIC 算法的比 ESPRIT 算法估计效果更好,但同时导致运行时间的增加和分辨概率的下降,这在之后的实验 3、4 中可

表 2 实验 2 各组信源发射信号的波达角、衰落幅度和衰落相位

信源发射信号类别	组号	波达角/(°)	衰落幅度	衰落相位/(°)
独立信号		-10		
相干信号	1	-50, 35	1.0, 0.9	56.71, 270.05
	2	-24, 25, 52	0.9, 1.0, 0.8	33.50, 140.76, 243.03
	3	-37, -14, 0, 15, 43	0.9, 1.0, 0.9, 0.8, 0.9	32.09, 112.23, 78.56, 160.07, 95.30

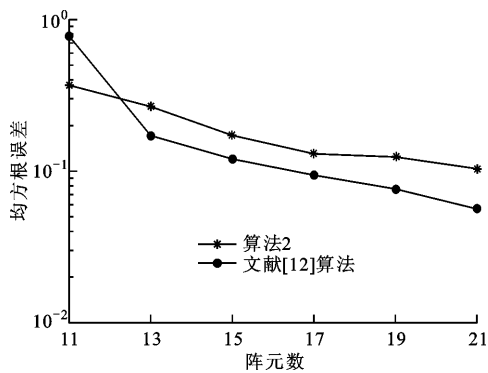


图 5 均方根误差随阵元数的变化曲线

以看出。以牺牲微小的估计精度来换取运算时间的
大大缩短,这在误差允许的范围内是可以接受的。
此外,在实验 2 条件下,算法 2 要求的最小阵元数是
9,此时的均方根误差为 0.793 6,而文献[12]算法最
少要求 11 个阵元,算法 2 降低了对阵元数的要求。

4.3 运行时间分析

实验 3 比较了算法的运行时间。设置信噪比为
0,阵元数为 7,其他条件与实验 1 的相同。计算机
配置为 i5-3230M CPU @ 2.60 GHz, RAM 为 4
GB,64 位操作系统。将算法 2 与算法 1、文献[12]
算法进行比较,每种算法进行 1 000 次仿真实验来
获得平均运行时间,结果如表 3 所示。

表 3 平均运行时间

算法	搜索范围/(°)	平均运行时间/s
算法 2		0.007 4
算法 1	[−90,90]	0.346 7
	[−80,80]	0.312 5
	[−70,70]	0.279 3
	[−60,60]	0.235 5
文献[12]算法	[−90,90]	0.525 5
	[−80,80]	0.455 6
	[−70,70]	0.405 1
	[−60,60]	0.349 4

从表 3 可以看出,文献[12]算法比算法 1 运行
时间更长,这是因为文献[12]算法需要多次进行谱
峰搜索来分组估计 DOA。算法 2 的运行速度远高
于文献[12]和算法 1 的,这是因为算法 2 使用的
TLS-ESPRIT 算法不需要进行谱峰搜索,节约了大
量的运行时间,因此具有更加优越的实用性能。

4.4 分辨概率分析

实验 4 比较了算法的分辨概率。分辨概率为实
验中能分辨出 2 个相近角度的概率。设置两个相近

角度,将实验 1 中第 2 组相干信号的 DOA 改为
[−24,49,52] (°),信噪比设置为 0,阵元数从 5 增
加到 60,其他实验条件与实验 1 的相同。将算法 2
与文献[12]算法相比较,结果如图 6 所示。

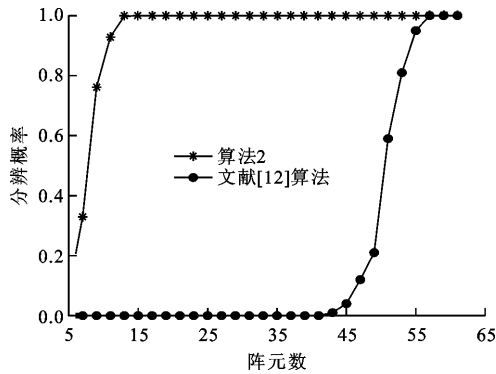


图 6 分辨概率随阵元数的变化曲线

从图 6 看出,在低阵元数的条件下,文献[12]算
法不能分辨出同一组中的两个相近角度,这是因为
MUSIC 算法难以分辨两个相似 DOA 的谱峰,所以
算法 2 的分辨概率更优。

5 结 论

本文共提出了两种算法。在混合信号条件下,
算法 1 对文献[9]算法进行了改进,使算法性能得
以提高。而且,算法 1 也可以和许多平滑算法,如
空间平滑算法等,相结合使用。

考虑到相干信号不止一组的情况,本文提出
了一种混合信号分组估计 DOA 的算法,即算法 2。
算法 2 利用了算法 1 中差分矩阵的算法,再将这
种算法与斜投影、FSS 相结合,分组估计相干信
号的 DOA。与文献[12]相比,算法 2 在估计每
组相干信号的 DOA 时,分别减少了 G_2 次斜投
影和将近一半的 FSS 次数,极大地降低了阵列孔
径损失和信噪比损失,提高了估计精度。

此外,算法 2 利用了 TLS-ESPRIT 算法来估
计各组相干信号的 DOA,无需进行谱峰搜索,极
大地降低了运行时间,并且提高了分辨概率。仿
真结果验证了算法 2 的可靠性和有效性。

参考文献:

[1] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
[2] 张贤达. 矩阵分析与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 521-525.
[3] SHAN T J, WAX M, KAILATH T. On spatial

- smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1985, 33(4): 806-811.
- [4] PILLAI S U, KWON B H. Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989, 37(1): 8-15.
- [5] LI S, LIN B. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals in impulsive noise [C]//Proceedings of 2015 IEEE Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2015: 339-343.
- [6] ZHENG Z, HUANG Y X, WANG W Q, et al. Spatial smoothing PAST algorithm for DOA tracking using difference coarray [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2019, 26(11): 1623-1627.
- [7] COVENTRY W, CLEMENTE C, SORAGHAN J. Enhancing polynomial MUSIC algorithm for coherent broadband sources through spatial smoothing [C]//2017 25th European Signal Processing Conference (EUSIPCO). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2017: 2448-2452.
- [8] 林彬. 基于改进空间平滑算法的复杂多信号测向技术研究 [J]. 舰船电子工程, 2018, 38(10): 49-52, 141. LIN Bin. Research on direction-finding technique for complicated multiple-signal based on improved spatial smoothing algorithm [J]. Ship Electronic Engineering, 2018, 38(10): 49-52, 141.
- [9] YE Z F, XU X. DOA estimation by exploiting the symmetric configuration of uniform linear array [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2007, 55(12): 3716-3720.
- [10] XU X D, YE Z F, ZHANG Y, et al. A deflation approach to direction of arrival estimation for symmetric uniform linear array [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2006, 5(1): 486-489.
- [11] QI C Y, WANG Y L, ZHANG Y S, et al. Spatial difference smoothing for DOA estimation of coherent signals [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(11): 800-802.
- [12] WEI J Q, XU X, LUO D W, et al. Sequential DOA estimation method for multi-group coherent signals [J]. Signal Processing, 2017, 130: 169-174.
- [13] BEHRENS R T, SCHARF L L. Signal processing applications of oblique projection operators [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(6): 1413-1424.
- [14] 徐伟, 臧旭, 王长宇. 基于斜投影的 DOA 估计和盲信号识别协同算法 [J]. 现代雷达, 2018, 40(11): 77-80, 85. XU Wei, ZANG Xu, WANG Changyu. Oblique projection based collaborative algorithm for DOA estimation and blind signal identification [J]. Modern Radar, 2018, 40(11): 77-80, 85.
- [15] 叶中付. 一种快速 TLS-ESPRIT 算法 [J]. 信号处理, 1998, 14(2): 146-149, 166. YE Zhongfu. A fast TLS-ESPRIT algorithm [J]. Signal Processing, 1998, 14(2): 146-149, 166.
- [16] 郑棋, 肖曼琳, 施华杰, 等. 加权空间平滑 TLS-ESPRIT 算法性能分析 [J]. 无线电通信技术, 2019, 45(5): 536-539. ZHENG Qi, XIAO Manlin, SHI Huajie, et al. Performance analysis of weighted spatial smoothing TLS-ESPRIT algorithm [J]. Radio Communications Technology, 2019, 45(5): 536-539.
- [17] 司元雷. 均匀阵列下 TLS-ESPRIT 改进算法的研究 [J]. 无线电通信技术, 2015, 24(3): 30-33. SI Yuanlei. Improved TLS-ESPRIT algorithm research for uniform line array [J]. Wireless Communication Technology, 2015, 24(3): 30-33.
- [18] 孙建设, 张玉, 邓小波. 基于循环累积量的 TLS-ESPRIT 测向算法 [J]. 无线电工程, 2014, 44(2): 42-45. SUN Jianshe, ZHANG Yu, DENG Xiaobo. A TLS-ESPRIT algorithm based on cyclic cumulant [J]. Radio Engineering, 2014, 44(2): 42-45.
- [19] 黄宇, 柏正尧, 黄振, 等. 采用小波分析和 TLS-ESPRIT 的 DOA 估计算法 [J]. 计算机仿真, 2015, 32(5): 209-212. HUANG Yu, BAI Zhengyao, HUANG Zhen, et al. Joint DOA estimation algorithm using wavelet analysis and TLS-ESPRIT [J]. Computer Simulation, 2015, 32(5): 209-212.
- [20] GAN L, LUO X Y. Direction-of-arrival estimation for uncorrelated and coherent signals in the presence of multipath propagation [J]. IET Microwaves Antennas & Propagation, 2013, 7(9): 746-753.

附录 A

当 1 个相干源产生 P 路相干信号时, $\mathbf{R}_1$ 的秩为 2。 P 路信号产生的 P 个 DOA 分别是 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_P$, 其对应的衰落系数分别为 $q_1, q_2, \dots, q_P$ 。

式(7)可以表示成矩阵相乘的形式,即

$$\mathbf{R}_1(m, k) =$$

$$[\exp(-j\pi m \sin\theta_1) \cdots \exp(-j\pi m \sin\theta_P)] \cdot$$

$$\mathbf{Q}_1^H \begin{bmatrix} \exp(j\pi k \sin\theta_1) \\ \vdots \\ \exp(j\pi k \sin\theta_P) \end{bmatrix} r$$

因此,矩阵 $\mathbf{R}_1^H$ 可以表示成式(10)的形式,即

$$\mathbf{R}_1^H = \mathbf{A}_c \mathbf{Q} = \mathbf{A}_c \mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_c^H r$$

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} e^{j\pi L \sin\theta_1} & e^{j\pi L \sin\theta_2} & \cdots & e^{j\pi L \sin\theta_P} \\ e^{j\pi(L-1) \sin\theta_1} & e^{j\pi(L-1) \sin\theta_2} & \cdots & e^{j\pi(L-1) \sin\theta_P} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e^{-j\pi L \sin\theta_1} & e^{-j\pi L \sin\theta_2} & \cdots & e^{-j\pi L \sin\theta_P} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_1 =$$

$$\begin{bmatrix} q_1 q_1^* - q_1^* q_1 & q_2 q_1^* - q_2^* q_1 & \cdots & q_P q_1^* - q_P^* q_1 \\ q_1 q_2^* - q_1^* q_2 & q_2 q_2^* - q_2^* q_2 & \cdots & q_P q_2^* - q_P^* q_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ q_1 q_P^* - q_1^* q_P & q_2 q_P^* - q_2^* q_P & \cdots & q_P q_P^* - q_P^* q_P \end{bmatrix}$$

此时 $\text{rank}(\mathbf{Q}_1) \geq 2$, 证明如下。

已知矩阵 $\mathbf{Q}_1$ 的第 i 行第 j 列的元素为 $q_j q_i^* - q_i^* q_j$, 任取 $\mathbf{Q}_1$ 的一个 2×2 子阵, 假设左上角元素是 $\mathbf{Q}_1$ 第 i 行第 j 列的元素, 右下角元素是 $\mathbf{Q}_1$ 第 k 行第 m 列的元素, 则该子阵的行列式为

$$(q_j q_1^* q_m q_k^* - q_j q_i^* q_m^* q_k - q_j^* q_i q_m q_k^* + q_j^* q_i q_m^* q_k) - (q_m q_j q_i^* q_k^* - q_m q_i^* q_j^* q_k - q_m^* q_i q_j q_k^* + q_m^* q_j^* q_i q_k) = 2q_i q_k^* \text{Im}(q_m^* q_j) - 2q_i^* q_k \text{Im}(q_m q_j^*)$$

只要 q_i 不全为实数, $\mathbf{Q}_1$ 就不会为 $\mathbf{0}$ 。因此, $\mathbf{Q}_1$ 的任意 2×2 子矩阵的行列式都不为 0, $\text{rank}(\mathbf{Q}_1) \geq 2$ 。

另外, $\mathbf{Q}_1$ 可以表示为

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} q_1^* \\ q_2^* \\ \vdots \\ q_P^* \end{bmatrix} [q_1 \quad q_2 \quad \cdots \quad q_P] -$$

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_P \end{bmatrix} [q_1^* \quad q_2^* \quad \cdots \quad q_P^*] = \mathbf{Q}_{11} + \mathbf{Q}_{12} \quad (\text{A1})$$

从式(A1)可以看出 $\text{rank}(\mathbf{Q}_{11}) = \text{rank}(\mathbf{Q}_{12}) = 1$, 因此 $\text{rank}(\mathbf{Q}_1) = \text{rank}(\mathbf{Q}_{11} + \mathbf{Q}_{12}) \leq \text{rank}(\mathbf{Q}_{11}) + \text{rank}(\mathbf{Q}_{12}) = 2$ 。证毕。

由于 $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_c^H r$, $\mathbf{A}_c$ 列满秩, 所以 $\text{rank}(\mathbf{Q}) = 2$ 。

(编辑 陶晴 刘杨)

(上接第 141 页)

- [15] CHEN Yonghao, CHEN Ximeng, LEI Jiarong, et al. Unfolding the fast neutron spectra of a BC501A liquid scintillation detector using GRAVEL method [J]. Science China: Physics, Mechanics and Astronomy, 2014, 57(10): 1885-1890.
- [16] MATZKE M. Unfolding of pulse height spectra: the HEPRO program system: PTB-N-19 [R]. Braunschweig, Germany: Physikalisch-Technische Bundesanstalt, 1994: 23-28.

- [17] MATZKE M. Unfolding of particle spectra [J]. Proceedings of SPIE, 1997, 2867(2): 589-607.
- [18] 陈军, 杨小芸, 容超凡. 有关中子多球谱仪的计算问题 [C]//第十三届全国核电子学与核探测技术学术年会论文集: 上册. 北京: 中国电子学会中国核学会出版社, 2006: 370-375.
- [19] ISO. Reference neutron radiations; part 1 Characteristics and methods of production; ISO 8529-1-2001 [S]. Geneva, Switzerland: ISO, 2001: 1-10.

(编辑 武红江)