

DOI: 10.7652/xjtuxb201910009

滚动轴承高维随机矩阵状态异常检测算法

倪广县, 陈金海, 王恒
(南通大学机械工程学院, 226019, 江苏南通)

摘要: 为解决运行状态监测数据量不断增大、传统降维方法会造成部分有用信息损失的问题,提出了一种滚动轴承高维随机矩阵的状态异常检测算法。对滚动轴承健康监测数据进行多域特征提取和归一化,并通过增广、拼接、随机化等运算构造高维随机矩阵;计算高维随机矩阵的样本协方差矩阵,利用该矩阵的最大与最小特征值之比作为滚动轴承状态异常检测指标;基于随机矩阵谱理论 M-P 律、Tracy-Widom 第一分布,给出了异常检测阈值的数学表达式和决策规则。采用美国辛辛那提大学实验中心轴承试验数据开展了应用研究,分析了高维随机矩阵行列数之比 c 分别取 0.4、0.5、0.6、0.75,误警率分别取 0、0.05、0.1、0.2 等情况下对检测阈值的影响,并给出了误警率取 0.05、矩阵行列数之比 c 为上述 4 种情况下滚动轴承早期异常检测结果。试验结果表明,与峭度指标检测算法相比,该算法提前 11 h 就能检测出滚动轴承的异常状态,可为设备预知维护提供理论指导。

关键词: 滚动轴承;异常检测;高维随机矩阵;检测阈值

中图分类号: TH165.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2019)10-0065-07

An Algorithm of Detecting State Anomalies for Rolling Bearings Based on a Random Matrix with High Dimension

NI Guangxian, CHEN Jinhai, WANG Heng
(School of Mechanical Engineering, Nantong University, Nantong, Jiangsu 226019, China)

Abstract: An algorithm of detecting state anomalies for rolling bearings based a random matrix with high dimension is proposed to solve the problem that some useful information loss can be caused by traditional dimensionality reduction methods as the amount of operation condition monitoring data for operating conditions keeps increasing. Firstly, the multi-domain feature of the health monitoring data of a rolling bearing is extracted and normalized, and then a random matrix in high-dimensional is constructed by operations of augmenting, splicing and randomizing. Secondly, a sample covariance matrix of the random matrix is calculated, and the ratio of the maximum and minimum eigenvalues of the matrix is used as the anomaly detection indicator of the rolling bearing state. Mathematical expressions and decision rules of the anomaly detection threshold are given based on the M-P law and Tracy-Widom first distribution of random matrix spectrum theory. Finally, an application research is carried out using the bearing test data in the Experimental Center of University of Cincinnati. Effects of the ratio c of rows and columns of the high-dimensional random matrix and the false alarm rate on the detection threshold are analyzed.

Values 0.4, 0.5, 0.6, 0.75, of c and values 0, 0.05, 0.1, 0.2 of the false alarm rate are taken. The early anomaly detection results of the rolling bearing are given for 0.05 the false alarm rate and 0.4, 0.5, 0.6, 0.75 of c values. Results and comparisons with detection methods such as the kurtosis indicator show that the proposed algorithm detects abnormal conditions of the rolling bearing 11 h in advance. The algorithm provides a theoretical guidance for equipment predictive maintenance.

Keywords: rolling bearing; anomaly detection; high dimensional random matrix; detection threshold

滚动轴承是机械设备的关键零部件之一,有效及时识别滚动轴承的异常状态对于机械设备的运行与维护有着重要的意义^[1]。

传统的滚动轴承状态异常检测算法主要有时域法^[2-4]、频域法^[5-6]和时频域法^[7-9]。陈保家等针对强背景噪声下的滚动轴承早期故障诊断问题,提出了一种融合遗传算法品质因子参数优化、子带重构共振稀疏分解(RSSD)和小波变换的故障诊断方法^[10],但是该方法需要预先确定滚动轴承的运行状态数;Gao等将滚动轴承的振动信号通过改进的局部均值分解(LMD)方法分解为多个乘积函数分量,通过使用交互信息方法和伪最近邻(FNN)法对第一乘积函数分量的相空间进行重构以计算延迟时间和嵌入维度,再设置比例获得多尺度排列熵(MPE)^[11],但其仅为单一非线性表征参数,不能表征滚动轴承运行的完整信息;Wang等提出了一种基于时频分布图像降维的微弱信号特征提取方法用于滚动轴承运行状态判断^[12];Liu等提出了一种基于局部特征尺度分解 Teager 能量算子(LCD-TEO)和多重分形去趋势波动分析(MF-DFA)的滚动轴承故障诊断方法^[13],但是单纯利用局部特征也不足以全面反映滚动轴承运行状态。

面对设备健康监测呈现高维数据的情况,常见方法是进行降维处理,例如主成分分析(PCA)、流形学习、线性判别学习(LDA)等方法。古莹奎等将PCA和支持向量机(SVM)方法应用到轴承故障特征的融合分析中,基于小波包分解特征提取及特征向量构造对不同状态下的振动信号进行分解^[14],但是PCA方法只能发现过程数据的全局欧几里德结构,忽略了数据的局部结构特征。宋涛等针对现有的批量式流形学习算法无法利用已学习的流形结构实现新增样本的快速约简的缺点,提出了增殖正交邻域保持嵌入(IONPE)流形学习算法,在正交邻域保持嵌入算法基础上利用分块处理思想实现新增样本子集的动态约简^[15],但增殖学习是将数据集分成

若干小的数据子集并单独进行约简,对数据子集约简会造成有用信息的损失。

本文针对传统异常检测算法中对于高维数据处理能力的不足、高维数据降维会造成有用信息损失的问题,提出了一种基于高维随机矩阵理论的滚动轴承状态异常检测算法,应用研究结果表明了该算法的有效性和可行性。

1 滚动轴承高维随机矩阵状态异常检测算法

随机矩阵理论是在量子物理领域研究中逐渐兴起的,经过不断研究发展出了大维随机矩阵极限谱分析理论^[16]。19世纪50年代发展出高斯矩阵的半圆律,1967年Marchenko和Pastur针对大样本协方差矩阵提出了极限谱分布M-P律。现在随机矩阵理论在频谱感知、电网配电、金融统计等领域已有广泛应用^[17-18]。

1.1 高维随机矩阵的构造

针对滚动轴承运行状态监测数据特点构造原始采样矩阵,采样频率为 q ,文件序列为 p ,构成原始采样矩阵 $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{p \times q}$ 。

对每组采样数据进行包括时域、频域、时频域在内的多域特征提取。不同时域指标值对故障的敏感性和稳定性有所区别,频域特征指标能反映故障特点,综合运用时、频域特征指标适合在线检测。提取均值、标准差、波形指标、极大值、极小值以及有效值等特征,数量为 m_1 ,同时提取平均频率、中心频率、频率均方根等频域特征,数量为 m_2 ,时频域特征指标为 m_3 。

按照上述描述,对每组采样数据进行多域特征提取,共提取 m_i 个特征, $m_i = m_1 + m_2 + m_3$,构造出特征矩阵 $\mathbf{Z}$,并对 $\mathbf{Z}$ 进行归一化处理。对于特征数量 m_i ,同类研究方向的文章在特征提取数量上大多没有明确的要求,为符合高维矩阵要求,其数量要求尽可能多。

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1m_t} \\ \vdots & & \vdots \\ z_{p1} & \cdots & z_{pm_t} \end{bmatrix}_{p \times m_t} \quad (1)$$

为了满足高维矩阵维数较大的要求,利用增广矩阵对矩阵 $\mathbf{Z}$ 进行扩充,将特征矩阵复制拼接,形成矩阵

$$\mathbf{Z}' = [\mathbf{Z}, \cdots, \mathbf{Z}]_n \quad (2)$$

按照式(2)对特征矩阵 $\mathbf{Z}$ 在维度上进行了 n 次扩充,从而形成矩阵 $\mathbf{Z}'$ 。为降低矩阵 $\mathbf{Z}'$ 数据相关性,对其进行随机化构造,如下式

$$\mathbf{X}' = \theta \mathbf{Z}' + \mathbf{Z}' \quad (3)$$

式中:矩阵 $\mathbf{Z}'$ 是随机生成矩阵,它与矩阵 $\mathbf{Z}'$ 规模相同; θ 是随机系数,根据随机生成矩阵 $\mathbf{Z}'$ 的规模选择,以保证矩阵 $\mathbf{Z}'$ 和 $\mathbf{Z}''$ 元素大小在同一数量级; $\mathbf{X}'$ 的转置矩阵 $\mathbf{X}$ 即构造出的高维随机矩阵, $\mathbf{X}_{M \times N}$, 并定义 c 为原始高维矩阵 $\mathbf{X}$ 的行列数之比, $c = M/N$ 。

1.2 基于高维样本协方差矩阵的滚动轴承状态异常检测算法

滚动轴承异常状态检测模型通常将滚动轴承运行状态划分为正常和异常两个阶段, U_1 为实际正常状态, U_2 为实际异常状态。对滚动轴承进行多点监测数据采样,并利用上节所描述的构造方法构造高维检测矩阵 $\mathbf{X}$, 其协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_X(N) = \frac{\sigma^2}{N} \mathbf{X} \mathbf{X}^H \quad (4)$$

式中 σ^2 为矩阵 $\mathbf{X}$ 的方差。另外

$$\mathbf{R}_X = E(\mathbf{X} \mathbf{X}^H) \quad (5)$$

在 N 足够大的情况下可以认为

$$\mathbf{R}_X = \frac{N}{\sigma^2} \mathbf{R}_X(N) \quad (6)$$

$\mathbf{R}_X(N)$ 的最大特征值与最小特征值分别记为 $\lambda_{\max}$ 和 $\lambda_{\min}$ 。将最大特征值与最小特征值之比 D 作为检测指标, $D = \lambda_{\max} / \lambda_{\min}$, 选择合适的阈值来判断滚动轴承的运行状态, 根据谱分析理论中的 M-P 律, 求得 $\lambda_{\max}$ 和 $\lambda_{\min}$ 的渐进值 b 和 a , 阈值^[19] 设定为

$$t = \frac{b}{a} = \left(\frac{1 + \sqrt{c}}{1 - \sqrt{c}} \right)^2 \quad (7)$$

得到如下

$$\left. \begin{array}{l} D \leq t, \quad Y_1 \\ D > t, \quad Y_2 \end{array} \right\} \quad (8)$$

式中: Y_1 为算法判断滚动轴承运行状态正常; Y_2 为判断为状态异常。

定义准确率 η_r 是异常检测结果正确的概率, 误警率 η_w 是指检测结果错误的概率, 即当实际运行状

态为 U_1 判断为 Y_2 或者实际状态为 U_2 判断结果为 Y_1 时的概率, 通过误警率来研究检测阈值的变化。根据误警率的定义可知

$$\left. \begin{array}{l} \eta_r = P(Y_1 | U_1) + P(Y_2 | U_2) \\ \eta_w = P(Y_1 | U_2) + P(Y_2 | U_1) \end{array} \right\} \quad (9)$$

令

$$\alpha = (\sqrt{N-1} + \sqrt{M})^2 \quad (10)$$

$$\beta = (\sqrt{N-1} + \sqrt{M}) \left(\frac{1}{\sqrt{N}} + \frac{1}{\sqrt{M}} \right)^{1/3} \quad (11)$$

则 $\Gamma_{\max} = \frac{\lambda_{\max} - \alpha}{\beta}$ 收敛于 Tracy-Widom 第一分布

$$\begin{aligned} \eta_w &= P(Y_1 | U_2) + P(Y_2 | U_1) = \\ &P(D > t | U_2) + P(D \leq t | U_1) = \\ &P\left(\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} > t | U_2\right) = P\left(\frac{\sigma^2}{N} \lambda_{\max}(R(N)) > t \lambda_{\min}\right) \end{aligned} \quad (12)$$

结合 M-P 律可知, $\lambda_{\min} = \sigma^2 (1 - \sqrt{c})^2$, 将其代入式(12)

$$\begin{aligned} \eta_w &\approx P(\lambda_{\max} > t(\sqrt{N} - \sqrt{M})^2) = \\ &P\left(\frac{\Gamma_{\max} - \alpha}{\beta} > \frac{t(\sqrt{N} - \sqrt{M})^2 - \alpha}{\beta}\right) = \\ &1 - F_{T-W_1}\left(\frac{t(\sqrt{N} - \sqrt{M})^2 - \alpha}{\beta}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

求得在考虑误警率 η_w 情况下的滚动轴承异常状态检测阈值

$$t' = \left[\frac{1 + \sqrt{c}}{1 - \sqrt{c}} \right]^2.$$

$$\left[\frac{1}{\sqrt[6]{NM} \sqrt[3]{(\sqrt{N} + \sqrt{M})^2}} F_{T-W_1}(1 - \eta_w) + 1 \right] \quad (14)$$

式中: $F_{T-W_1}(x)$ 是指满足 Tracy-Widom 第一分布的函数^[20]。式(14)所得出的阈值更加精确, 也更适合有限数据情况。

最后, 结合新的阈值对滚动轴承状态进行判断

$$\left. \begin{array}{l} D \leq t', \quad \text{正常} \\ D > t', \quad \text{异常} \end{array} \right\} \quad (15)$$

2 滚动轴承异常检测算法的应用研究

2.1 数据来源

滚动轴承全寿命试验数据来自于美国航空航天局(NASA)网站, 试验由辛辛那提大学智能维护系统 IMS 中心完成, 试验装置如图 1 所示。4 个 Rex-nord 公司制造的型号为 ZA-2115 的双列滚子轴承布置在同一主轴上, 电机转速为 2 000 r/min。通过

弹簧机构向轴承施加 2 722 kg 的径向载荷,试验装置每 10 min 进行一次数据采集,采样频率为 20 kHz,试验进行到 164 h 轴承 1 出现严重故障,认定为失效,共采集 984 组数据。本文采用轴承 1 的全寿命振动数据进行分析研究。

根据试验描述可知, $p=984, q=20\ 480$ 。根据上述高维矩阵构造方法的描述,对每组数据时域和频域进行特征提取,时域特征指标 50 个,频域特征指标 73 个, $m_1=50, m_2=73$,共提取时域、频域指标 123 个, $m_t=m_1+m_2=123$ 。

根据式(1)构造出特征矩阵 $\mathbf{Z}_{984 \times 123}$ 并进行扩充,取 $n=4$,从而得到 $\mathbf{Z}'_{984 \times 492}$,最终得到高维随机矩阵 $\mathbf{X}_{492 \times 984}$,此时 $c=492/984=0.5$,通过类似方法可以构造 c 分别取 0.4、0.6 和 0.75 时对应的高维随机矩阵。

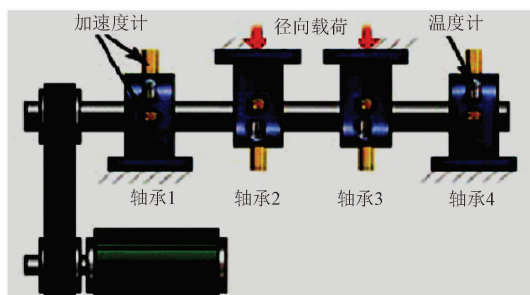


图1 滚动轴承全寿命试验装置示意图

2.2 滚动轴承状态异常检测阈值的影响因素分析

对矩阵 $\mathbf{X}_{M \times N}$ 按照 1.2 节滚动轴承状态异常检测算法进行处理。根据式(14)可知,矩阵的构造会对状态判断阈值产生影响,不同 c 值所对应的检测阈值如图 2 所示。

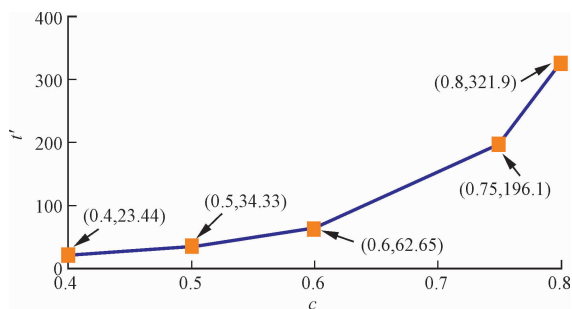
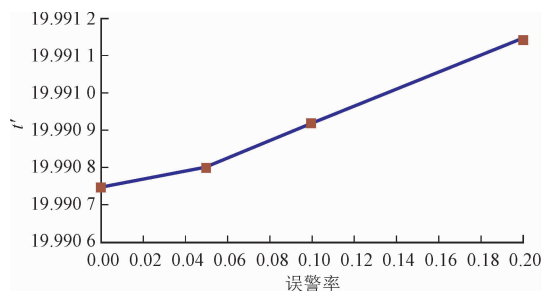


图2 检测阈值随参数 c 的变化

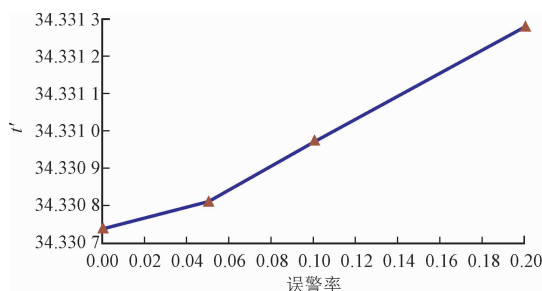
由图 2 可知,异常检测阈值随矩阵行列数之比 c 增加而逐渐增大,两者呈现正相关关系,这表明在滚动轴承状态异常检测阈值确定时,构造的高维检测矩阵规模越大,相应的阈值就越大,结合式(14),检测指标也会受到 c 值变化的影响,趋势与阈值相同。

由图 3 可知,误警率 η_w 与 t' 呈现正相关性,随着 η_w 的增加,滚动轴承运行状态异常检测阈值也在增加,这表明在滚动轴承状态异常检测中,误警率会对检测阈值产生影响,进而影响对状态异常出现时间的确定。实际生产中,误警率小代表对异常状态检测精度的要求高,要求能尽早检测出滚动轴承的早期故障点。

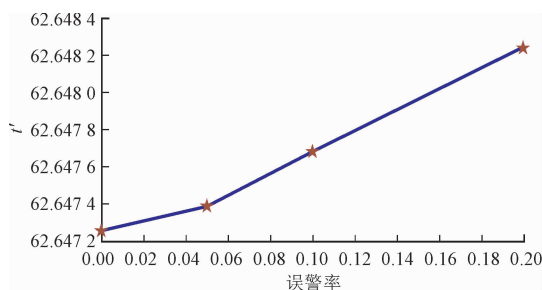
通过计算变化范围量化分析了参数 c 和误警率 η_w 对异常检测阈值的影响,结果见表 1、表 2。



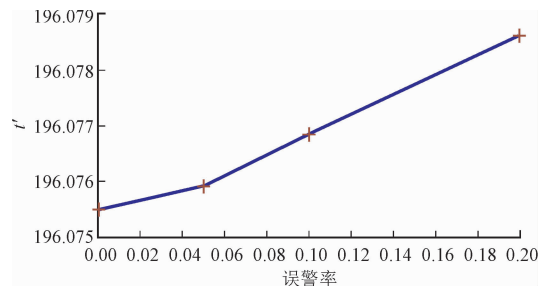
(a) $c=0.4$



(b) $c=0.5$



(c) $c=0.6$



(d) $c=0.75$

图3 c 不同时检测阈值随误警率的变化

表 1 矩阵规模对异常检测阈值的影响结果

行列数之比 c	t'			
	$\eta_w=0$	$\eta_w=0.05$	$\eta_w=0.1$	$\eta_w=0.2$
0.40	19.990 7	19.990 8	19.990 9	19.991 1
0.50	34.330 7	34.330 8	34.331	34.331 3
0.60	62.647 3	62.647 4	62.647 7	62.648 3
0.75	196.075 5	196.075 8	196.076 8	196.078 7
阈值最大值与最小值之差	176.084 8	176.085	176.085 9	176.087 6

表 2 误警率对异常检测阈值的影响结果

误警率 η_w	t'			
	$c=0.4$	$c=0.5$	$c=0.6$	$c=0.75$
0.00	19.990 7	34.330 7	62.647 3	196.075 5
0.05	19.990 8	34.330 8	62.647 4	196.075 8
0.10	19.990 9	34.331	62.647 7	196.076 8
0.20	19.991 1	34.331 3	62.648 3	196.078 7
阈值最大值与最小值之差	0.000 4	0.000 6	0.001 0	0.003 2

由表 1 和表 2 可知,当参数 c 确定时, η_w 在 0~0.2 的变化过程中,阈值变化范围数量级保持在 10^{-3} ;在 η_w 确定时, c 在 0.4~0.75 的变化过程中,阈值的变化范围数量级为 10^2 。由表 1、2 可知,矩阵规模与误警率都会对滚动轴承异常检测阈值产生影响,但就影响程度而言,矩阵规模对阈值影响更大,这表明在对滚动轴承运行状态进行检测时,可以根据实际生产需要调节矩阵规模和设置误警率,从而改变检测阈值,以达到最佳检测效果。

2.3 滚动轴承早期异常状态检测研究

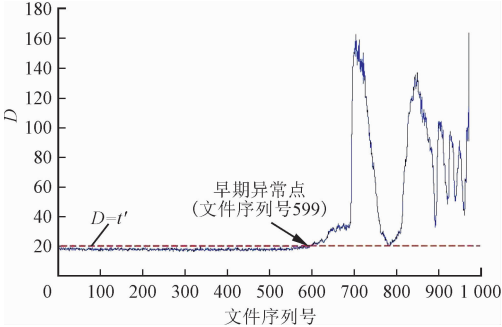
根据上述分析,高维矩阵规模不同会导致检测阈值的明显变化,同时矩阵规模也会对异常检测指标产生影响。当 $D=\lambda_{\max}/\lambda_{\min}>t'$ 时,判定滚动轴承运行状态出现异常,并结合异常检测指标曲线确定出早期故障点。当误警率取 $\eta_w=0.05$ 时, c 为 0.4、0.5、0.6 和 0.75 情况下滚动轴承早期异常点的检测结果如图 4 所示。

由图 4 可知,高维矩阵规模的不同会引起 D 和 t' 的动态变化,两者的交点会产生波动,其位置表征滚动轴承运行中早期异常点所对应的时间。可以看出, t' 随矩阵行列之比和误警率的变化而有所波动, D 同时也会发生变化,但是两者能够维持相对稳定,由此可见此方法虽然有参数在不断变化,但仍能够找到稳定的滚动轴承早期异常点。

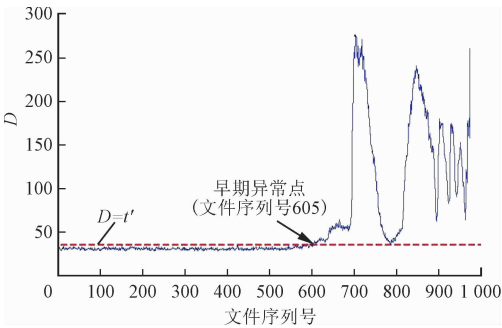
当 c 取 0.4 时早期故障点的文件序列号为 599,

在上述 4 种典型情况下文件序列号最靠前,说明能最早发现其异常状态,在实际生产中,尽早发现运行异常有可能尽早采取维护措施。 c 取 0.4 时滚动轴承早期异常检测指标曲线局部放大如图 5 所示。

由图 4 可知, c 的 4 种取值所检测的早期异常点都比如图 6 所示的峭度指标法得出的文件序列号



(a) $c=0.4$



(b) $c=0.5$

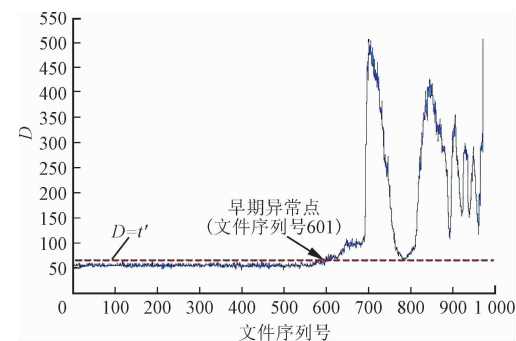
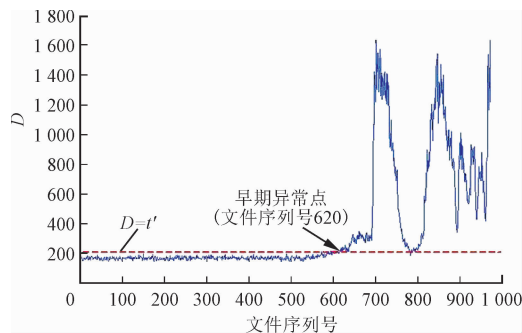
(c) $c=0.6$ (d) $c=0.75$

图4 滚动轴承早期异常点检测结果

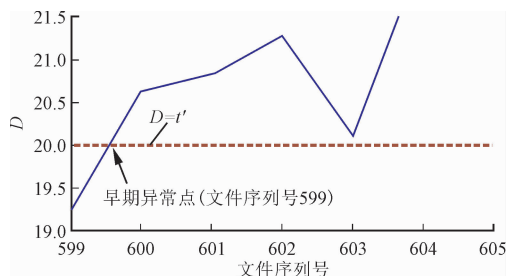


图5 滚动轴承早期异常检测指标曲线局部放大图

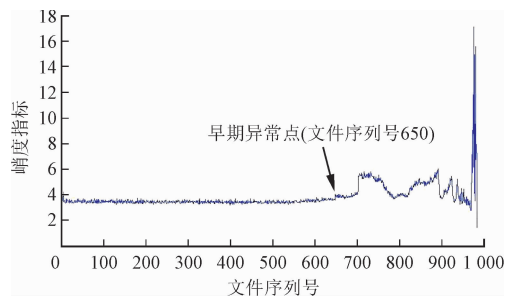


图6 基于峭度指标法检测的滚动轴承早期异常点

650的结果提前。同时,由图4a~4d也可以看出, c 值对于早期异常点的确定有直接影响, c 值不同会导致阈值与检测值的交点产生波动,但是早期异常点的变化与 c 值变化并不是呈现线性关系。由此可见,本文所提出的基于高维随机矩阵理论的滚动轴承异常状态检测算法能够有效判断出滚动轴承运行

的早期异常点,与峭度指标法相比,本文算法能够提前11 h发现滚动轴承运行异常。

3 结论

(1)对采集的滚动轴承原始监测数据进行多域特征提取构造特征矩阵,并利用增广、拼接、随机化等运算对特征矩阵进行扩充得到高维随机矩阵。

(2)利用高维随机协方差矩阵的最大特征值与最小特征值之比作为状态异常检测指标,结合Tracy-Widom第一分布和M-P律,考虑矩阵规模和误警率等因素,给出了检测阈值的数学表达式。

(3)利用滚动轴承全寿命试验数据进行应用研究,定量分析了矩阵规模和误警率等因素对检测阈值的影响程度,并对滚动轴承运行全寿命数据进行高维矩阵建模分析,结果表明,本文所提的算法能成功检测出滚动轴承运行早期异常点。

参考文献:

- [1] LIU Jing, SHAO Yimin. Overview of dynamic modeling and analysis of rolling element bearings with localized and distributed faults [J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 93(4): 1765-1798.
- [2] ZHANG Zhongyun, WU Jiande, MA Jun, et al. Fault diagnosis for rolling bearing based on lifting wavelet and morphological fractal dimension [C]// Proceedings of the 27th Chinese Control and Decision Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2015: 6351-6354.
- [3] 孟宗, 李晶, 龙海峰, 等. 基于压缩信息特征提取的滚动轴承故障诊断方法 [J]. 中国机械工程, 2017, 28(7): 806-812.
- [4] MENG Zong, LI Jing, LONG Haifeng, et al. Fault diagnosis method for rolling bearings based on compression information feature extractions [J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(7): 806-812.
- [5] PRADHAN M K, GUOTA P. Fault detection using vibration signal analysis of rolling element bearing in time domain using an innovative time scalar indicator [J]. International Journal of Manufacturing Research, 2017, 12(3): 305-317.
- [6] 唐贵基, 王晓龙. 变分模态分解方法及其在滚动轴承早期故障诊断中的应用 [J]. 振动工程学报, 2016, 29(4): 638-648.
- [7] TANG Guiji, WANG Xiaolong. Variational mode decomposition method and its application on incipient fault diagnosis of rolling bearing [J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(4): 638-648.

- [6] CAI Jianhua, XIAO Yongliang. Bearing fault diagnosis method based on the generalized S transform time-frequency spectrum denoised by singular value decomposition [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part C Journal of Mechanical Engineering Science*, 2019, 233(7): 2467-2477.
- [7] 王红军, 汪亮. 基于多域空间状态特征的高端装备运行可靠性评价 [J]. *仪器仪表学报*, 2016, 37(4): 804-810.
- WANG Hongjun, WANG Liang. High-end equipment operating reliability assessment based on multi-domains [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2016, 37(4): 804-810.
- [8] 郑红, 周雷, 杨浩. 基于小波包分析与多核学习的滚动轴承故障诊断 [J]. *航空动力学报*, 2015, 30(12): 3035-3042.
- ZHENG Hong, ZHOU Lei, YANG Hao. Rolling bearing fault diagnosis based on wavelet packet analysis and multi kernel learning [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 30(12): 3035-3042.
- [9] HONG S W, TONG V C. Rolling-element bearing modeling: a review [J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2016, 17(12): 1729-1749.
- [10] 陈保家, 汪新波, 严文超, 等. 采用品质因子优化和子带重构的共振稀疏分解滚动轴承故障诊断方法 [J]. *西安交通大学学报*, 2018, 52(4): 70-76.
- CHEN Baojia, WANG Xinbo, YAN Wenchao, et al. A RSSD fault diagnosis method for rolling bearings based on optimization of quality factors and reconstruction of sub-bands [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2018, 52(4): 70-76.
- [11] GAO Yangde, VILLECCO F, LI Ming, et al. Multi-scale permutation entropy based on improved LMD and HMM for rolling bearing diagnosis [J]. *Entropy*, 2017, 19(4): 176.
- [12] WANG Yi, LIU Dan, XU Guanghua, et al. An image dimensionality reduction method for rolling bearing fault diagnosis based on singular value decomposition [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part C Journal of Mechanical Engineering Science*, 2016, 230(11): 1830-1845.
- [13] LIU Hongmei, WANG Xuan, LU Cen. Rolling bearing fault diagnosis based on LCD-TEO and multifractal detrended fluctuation analysis [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2015, 60: 273-288.
- [14] 古莹奎, 承姿辛, 朱繁浣. 基于主成分分析和支持向量机的滚动轴承故障特征融合分析 [J]. *中国机械工程*, 2015, 26(20): 2778-2783.
- GU Yingkui, CHENG Zixin, ZHU Fanlong. Rolling bearing fault feature fusion based on PCA and SVM [J]. *China Mechanical Engineering*, 2015, 26(20): 2778-2783.
- [15] 宋涛, 汤宝平, 邓蕾. 动态增殖流形学习算法在机械故障诊断中的应用 [J]. *振动与冲击*, 2014, 33(23): 15-19.
- SONG Tao, TANG Baoping, DENG Lei. A dynamic incremental manifold learning algorithm and its application in fault diagnosis of machineries [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2014, 33(23): 15-19.
- [16] PAUL D, AUE A. Random matrix theory in statistics: a review [J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 2014, 150: 1-29.
- [17] 严英杰, 盛戈俾, 王辉, 等. 基于高维随机矩阵大数据分析模型的输变电设备关键性能评估方法 [J]. *中国电机工程学报*, 2016, 36(2): 435-445.
- YAN Yingjie, SHENG Gehao, WANG Hui, et al. The key state assessment method of power transmission equipment using big data analyzing model based on large dimensional random matrix [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2016, 36(2): 435-445.
- [18] 魏大千, 王波, 刘涤尘, 等. 高维随机矩阵描述下的量测大数据建模与异常数据检测方法 [J]. *中国电机工程学报*, 2015, 35(S1): 59-66.
- WEI Daqian, WANG Bo, LIU Dichen, et al. A method for WAMS big data modeling and abnormal data detection with large random matrices [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2015, 35(S1): 59-66.
- [19] GUHR T, MÜLLER-GROELING A, WEIDENMÜLLER H A. Random-matrix theories in quantum physics: common concepts [J]. *Physics Reports*, 1998, 299(4/5/6): 189-425.
- [20] TRACY C A, WIDOM H. Level spacing distributions and the Airy kernel [J]. *Communications in Mathematical Physics*, 1994, 159(1): 151-174.

(编辑 武红江)