

DOI: 10.7652/xjtub201912005

# 考虑齿轮形变的谐波减速器齿廓优化方法

张宁, 张英杰, 李阳帆

(西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安)

**摘要:** 为解决谐波减速器传动过程中刚轮以及柔轮出现的过啮合和欠啮合的问题,对谐波减速器装配过程中柔轮形变进行分析,发现柔轮在装配后的实际齿廓线空间位置与理论位置存在差异。为避免由于该形变不足所导致的啮合干涉和啮合不充分问题,提出了一种轮齿齿廓线的修正方法来对柔轮齿廓进行设计优化。在此基础上,以某型号谐波减速器为例,建立谐波减速器装配有限元模型,对谐波减速器装配过程进行有限元量化分析;采用所提方法对齿廓线进行优化修正并进行有限元分析;通过对优化前后的啮合初始侧隙、啮合区间以及预计寿命进行仿真分析以及数值对比,证明优化后的谐波减速器预计寿命提升超过 20%,验证了该方法的正确性,从而可为谐波减速器柔轮以及齿形设计优化制造提供一种有效的设计思路与方法。

**关键词:** 谐波减速器;齿形设计优化;侧隙;有限元模型

**中图分类号:** TH132 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2019)12-0031-07

## Optimization Method for Double-Arc Tooth Profile of Harmonic Reducer

ZHANG Ning, ZHANG Yingjie, LI Yangfan

(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** The deformation of the flexspline in the assembly process of the harmonic reducer is analyzed to solve the problem of over-engagement and under-engagement of the rigid wheel and the flexible wheel in the transmission process of the harmonic reducer. It is found that there is a difference between the actual tooth profile spatial position of the flexible wheel after assembly and its theoretical position. A correction method of the tooth profile is proposed to optimize the design of the tooth profile and to avoid the problem of meshing interference and insufficient meshing due to poor deformation. On this basis, a finite element model of harmonic reducer assembly is established by taking a certain type of harmonic reducer as the example, and a finite element quantitative analysis is carried out for the harmonic reducer assembly process. The proposed method is used to optimize the tooth profile and to carry out the finite element analysis. The estimated life of the optimized harmonic reducer increases by more than 20% in the simulation analysis and numerical comparison of the initial meshing backlash, meshing interval and life expectancy before and after optimization. The result verifies the correctness of the proposed method. This study may provide an effective design idea and a method for design optimization of the harmonic reducer and the tooth profile.

**Keywords:** harmonic reducer; tooth profile design optimization; backlash; finite element model

收稿日期: 2019-03-25。 作者简介: 张宁(1994—),男,硕士生;张英杰(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51875445)。

网络出版时间: 2019-10-14

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20191012.1513.006.html>

1955年,美国工程师 Musser 基于弹性动力学原理设计了谐波减速器,由于其具有质量小、传动比大、结构简单、传动精度高等优点,被广泛应用于航空航天、机器人、军事装备、精密光学设备等新兴技术领域<sup>[1]</sup>。谐波减速器一般在低速低转矩工况下运转,主要失效形式是轮齿的疲劳断裂,因此针对谐波减速器齿廓的设计与改进至关重要,不仅可以提高谐波传动系统的承载能力,而且可以提高谐波减速器的运行平稳性以及可靠性<sup>[2]</sup>。

目前,在齿形设计方面的研究侧重点是加大啮合齿面的长度以提高承载能力。谐波减速器主要的齿廓类型包括渐开线齿廓、S形齿廓和双圆弧齿廓等<sup>[3-4]</sup>。渐开线齿廓由于在空载时期同时啮合的齿数较少,大多数啮合轮齿处于边缘啮合状态,不利于齿间油膜的形成,并且共轭运动的发生区间狭小,使得传动的动态性能降低。圆弧齿廓由于在运动过程中能保持柔轮与钢轮轮齿持续接触,使得同时啮合的齿数增加,共轭区域增加,提高了承载能力以及扭转刚度<sup>[5]</sup>。S型齿廓与双圆弧齿廓比相对渐开线齿廓承载能力更高,传动更加平稳,目前应用广泛。

与一般齿轮传动不同,波发生器装配进入柔轮后,柔轮会产生一定程度的弹性形变,形变后柔轮内表面与波发生器的外表面紧密贴合,由于在传动过程中,柔轮齿圈每个位置的形变是动态变化的,这就可能导致轮齿产生啮合干涉或者柔轮脱离啮合<sup>[6]</sup>。为了计算简便,将柔轮中性层的形变近似作为柔轮的形变,从而对齿形进行设计优化<sup>[7]</sup>。

在设计中需要考虑谐波减速器的啮合侧隙。许多研究以减小侧隙为目标对于齿廓进行优化<sup>[8]</sup>,合理的初始啮合侧隙有利于提高传动平稳性、减小传动冲击<sup>[9]</sup>、提高承载能力<sup>[10]</sup>、避免滞回<sup>[2-11]</sup>以及提高传动效率<sup>[12]</sup>。但是柔轮不是刚体,在形变过程中齿廓线齿顶形变量与齿槽形变量以及柔轮内表面形变量不同,若不考虑变形差而使用统一的形变规律,必然会造成实际与理论计算的轮齿啮合位置出现偏差,进而影响初始侧隙的大小。

在研究谐波传动的平面啮合问题时,核心问题是柔轮中性层原始曲线 $\tilde{C}$ 与柔轮齿型曲线 $\tilde{R}$ 、刚轮齿型曲线 $\tilde{G}$ 的相互关系。一般在谐波齿轮齿廓设计中作如下假定:①柔轮中线长度不变;②除了齿槽中部由于铰链把各轮齿连接起来而产生形变,其他柔轮齿廓工作时轮齿形状保持不变<sup>[13]</sup>。

柔轮在装配过程中不仅会引起柔轮中性层的形变,还会导致柔轮齿廓形状的改变。对于尺寸小,传

动精度高的精密器械,设计时忽视这种形变会使得最终轮齿侧隙与设计不符,从而对传动的平稳性造成影响。

通过建立柔轮的装配后的形变模型,利用壳体理论分析齿圈受力与形变量情况,提出一种新的柔轮齿廓设计优化思路。以双圆弧齿廓为例,采用有限元软件量化分析齿廓装配形变,计算柔轮轮齿的实际齿廓线位置,对齿廓线方程进行修正,与原齿廓的啮合情况进行对比分析,进而论证了该方法的有效性及合理性。

## 1 建立柔轮形变分析模型

### 1.1 柔轮端面的形变分析

在谐波齿轮传动中,一般采用刚轮固定、波发生器输入、柔轮输出的传动方式。由于波发生器凸轮长轴大于柔轮内径,所以装配后波发生器与柔轮过盈配合,柔轮形状发生形变,柔轮端面变化如图1所示。

柔轮装配形变后半径可以表达如下

$$r = r_b + \omega(\varphi) \quad (1)$$

式中: $r_b$ 为未形变时柔轮中性层半径; $\omega(\varphi)$ 为柔轮各点装配后的形变。不同波发生器表达式不同,本文以余弦凸轮波发生器为例,形变后表达式为

$$r = r_b + \omega_0 \cos \varphi_0 \quad (2)$$

式中: $\omega_0$ 为柔轮最大形变; $\varphi_0$ 为与波发生器长轴夹角。

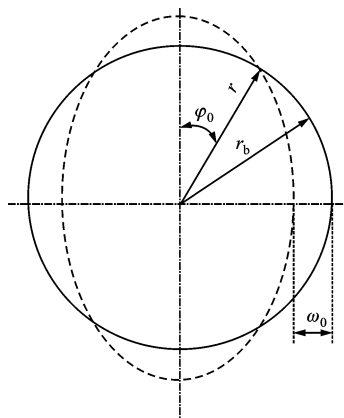


图1 柔轮装配形变图

### 1.2 柔轮形变对齿圈截面形变的影响

当波发生器装入柔轮后,柔轮齿廓受径向力与切向力共同作用<sup>[14-15]</sup>。如图2所示, $ab$ 为形变前齿圈截面内任意曲线单元,柔轮形变的过程可以分解为 $ab$ 沿径向位移 $d\tau$ 至 $a_1b_1$ ,以及 $a_1b_1$ 沿切向位移 $d\nu$ 至最终位置 $a_2b_2$ ,则两次的形变量分别为



式中:  $s \in (l_2, l_3)$ ,  $l_3 = l_2 + (\frac{\arcsin(Y_f + h_f)}{\rho_f} - \delta_L)$ ;

$$x_t = \frac{\pi m}{2} + l_t; y_t = h - h_a + d_s + Y_f.$$

为方便表示,令

$$\mathbf{X}_c(s) = \begin{bmatrix} x_{AB} y_{AB} \\ x_{BC} y_{BC} \\ x_{CD} y_{CD} \end{bmatrix} \quad (16)$$

考虑到柔轮中性线单元的移动以及齿廓线的弹性形变,对原齿廓进行修正

$$\mathbf{X}'_c = \mathbf{X}_c(s) + \mathbf{F}(s) + \mathbf{G}(s) \quad (17)$$

式中:  $\mathbf{F}(s)$  代表齿廓因柔轮中性层位移而造成的位移,表示如下

$$\mathbf{F}(s) = [\omega \sin \varphi \quad v \cos \varphi_0] \quad (18)$$

$\mathbf{G}(s)$  表示齿廓因受内力而造成弹性形变,与柔轮几何形状、材料等因素有关。

根据谐波传动的包络法求解出共轭齿形

$$\mathbf{X}_c = \mathbf{M} \mathbf{X}_f \quad (19)$$

式中:共轭矩阵  $\mathbf{M}$  的表达式为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \cos \phi & r_m \sin \varphi_f \\ \cos \phi & \cos \phi & r_m \cos \varphi_f \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中  $r_m$  为形变后齿廓的径向长度,  $\varphi_f$  为柔轮未形变端转角,  $\phi$  为柔轮中性层垂线与坐标系法线夹角。

### 3 装配仿真实例验证

#### 3.1 柔轮装配体三维模型建立及有限元分析

以某 8 型谐波减速器为例,  $z_1 = 160$ ,  $z_2 = 162$ 。模数  $m = 0.32$ 。谐波减速器三维模型以及柔轮结构部分尺寸参数如图 4、图 5 所示。

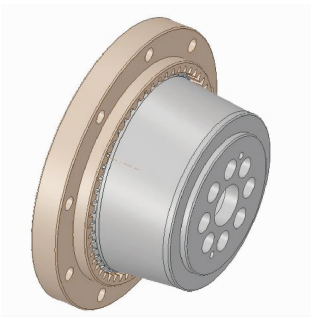


图 4 谐波减速器三维模型

采用 Ansys 软件对装配过程进行仿真分析。柔轮采用工业中谐波减速器常用的 20Cr2Ni4 合金钢材料,杨氏模量  $E_1 = 2.06 \times 10^5$  MPa,泊松比  $\gamma_1 = 0.3$ ;刚轮采用 45 号钢材料,杨氏模量  $E_2 = 2.10 \times 10^5$  MPa,泊松比  $\gamma_2 = 0.31$ 。

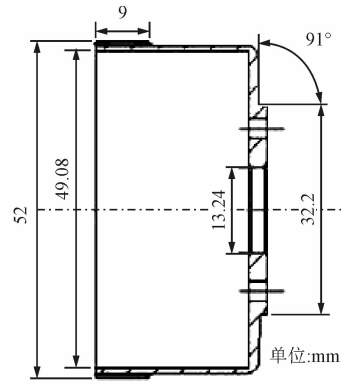


图 5 柔轮结构部分尺寸示意图

对于 Ansys 软件分析过程做出如下处理:①由于波发生器的材料硬度远高于柔轮,故将波发生器视为刚体;②谐波减速器一般的传动形式为输出轴连接柔轮,因此对于柔轮安装轴处施加固定约束;③由于谐波减速器为环形对称结构,为简化计算,取谐波减速器整体模型的 1/2,对波发生器施加位移约束完成装配过程。

#### 3.2 有限元分析结果

通过 Ansys 软件仿真分析,柔轮在装配后发生形变。柔轮整体仿真实验形变量如图 6 所示,可以看出,在柔轮长轴处形变量最大,因此本文着重对长轴处的齿廓线进行研究。

图 7 与图 8 分别给出了柔轮齿廓线单侧齿廓在装配过程中  $x$  方向与  $y$  方向的形变量。可以看出,

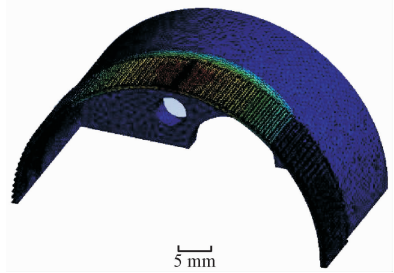


图 6 柔轮整体仿真实验形变量

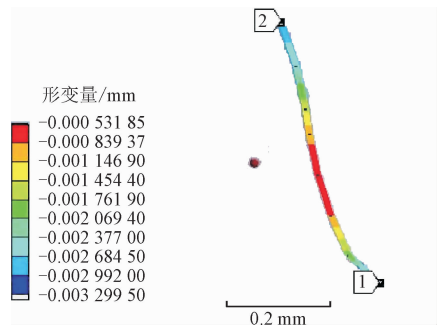


图 7 柔轮齿廓线单侧齿廓在装配过程中  $x$  方向齿廓形变量

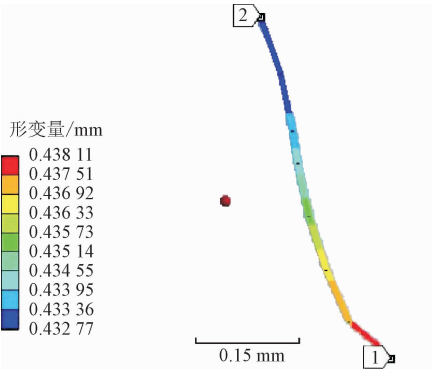


图 8 柔轮齿廓线单侧齿廓在装配过程中 y 方向齿廓形变量

$x$  方向齿廓形变较小,  $y$  方向齿廓形变较大, 位于齿根的齿廓形变量明显大于位于齿顶的齿廓, 齿根与齿顶存在变形差, 从而进一步验证了本文的结论。

由于变形差的存在, 使得谐波减速器装配后, 柔轮齿廓线的实际位置与理论位置存在差异, 影响轮齿啮合效果, 因此谐波减速器的齿形需要进行优化。根据 Ansys 软件计算的离散变形数据, 齿廓弧长  $s$  与仿真得到的形变量  $\sigma$  近似呈二次函数关系。采用 Matlab 软件拟合得到方程

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 0.030 \ 2s^2 - 0.017 \ 3s + 0.003 \ 3 \\ \sigma_y &= 0.006 \ 2s^2 + 0.007 \ 2s + 0.432 \ 5 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

将径向位移量以及切向位移量代入式(17), 得到式(17)中  $G(s)$  部分, 根据式(17)得到修正后的齿型  $X'_c$  的表达式。

采用新的齿型在 Ansys 软件中重新进行仿真分析, 将新的仿真结果与原仿真值加上补偿值之和进行对比, 如图 9 所示, 两曲线几乎重合。根据本文理论推导, 齿廓的形变主要是由于齿高、齿宽、柔轮形状以及柔轮材料等因素, 虽然微小的齿型修改对于传动性能以及寿命有较大提升, 但是对于齿廓形

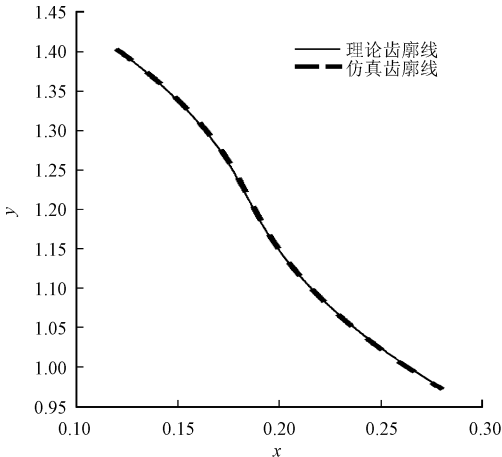


图 9 齿廓位置仿真与理论值对比图

变来说影响很小。

### 3.3 齿廓线修正前后谐波减速器性能对比

本文通过修正前后谐波减速器的最大扭矩以及预估寿命两个关键性能指标来衡量对于柔轮齿廓修正的必要性。

(1)对谐波减速器最大扭矩的影响。修正前后的刚、柔轮齿廓线如图 10 所示, 柔轮轮齿齿顶附近, 柔轮齿廓受径向力影响较大, 径向位移较大, 因此实际齿廓线在理论值下方, 柔轮与刚轮的侧隙增加; 柔轮轮齿齿根附近, 柔轮轮齿受切向力较大, 切向位移较大, 因此实际齿廓线在理论值上方, 柔轮与刚轮侧隙减小。

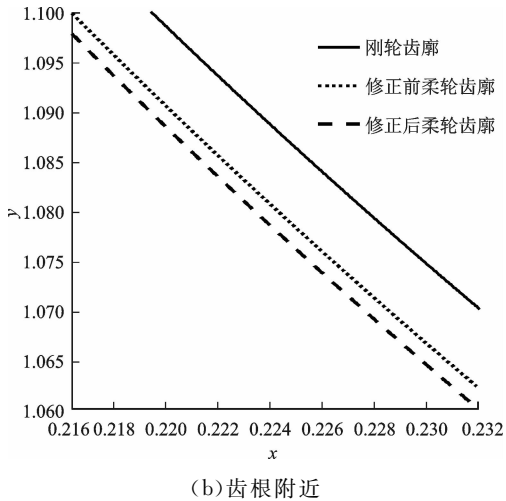
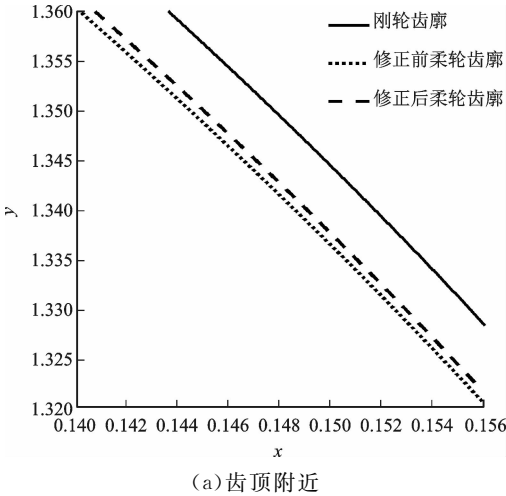


图 10 修正前后刚柔轮齿廓线示意图

减小初始侧隙、增加啮合齿数, 有利于提高谐波传动的稳定性和承载能力。啮合齿数通过下式计算

$$Z_c = \frac{2\Phi_c}{p} \quad (22)$$

式中:  $\Phi_c$  为刚轮啮合弧长。

图 11 给出了修正前后柔轮齿廓线的侧隙大小。

临界侧隙啮合值  $I_m$  取  $1.8\ \mu\text{m}$ 。可以计算得未修正前啮合区间为  $[0^\circ, 13.55^\circ]$ , 此时啮合齿数为 15.4; 修正后啮合区间为  $[0^\circ, 19.13^\circ]$ , 啮合齿数为 21.76。

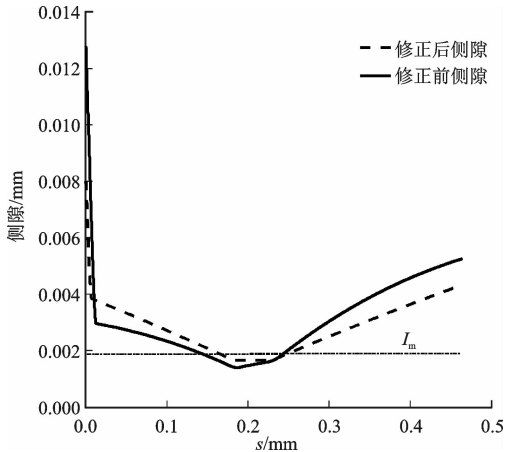


图 11 啮合初始侧隙图

谐波传动过程中,受扭矩作用柔轮体弹性形变会使轮齿产生附加位移。一般来说,沿齿廓各点的最小侧隙视为该传动位置的啮合侧隙。如果啮合侧隙过小,则可能导致干涉问题,因此需要对过载扭矩进行限制。

传动扭矩的近似值由下式给出<sup>[5]</sup>

$$T_N = \left( \frac{J_e}{d_1^2 \sigma_b G} \right)^{1/b} \tag{23}$$

式中: $J_e$  为轮齿惯性矩; $b$  为柔轮齿宽; $d_1$  为柔轮分度圆直径; $\sigma_b$  为柔轮壁厚; $G$  为柔轮剪切模量。

齿廓线修正前后谐波减速器性能对比见表 1。

表 1 齿廓线修正前后谐波减速器性能对比

| 性能参数 | 最小侧隙/ $\mu\text{m}$ | 最大许用传动扭矩/( $\text{N} \cdot \text{mm}$ ) |
|------|---------------------|-----------------------------------------|
| 修正前  | 1.40                | 179.6                                   |
| 修正后  | 1.70                | 191.8                                   |

根据表 2 可知,在满足侧隙要求的前提下,修正后的齿廓能够承受更大的扭矩,从而提高了谐波传动系统的承载能力。

(2)对于谐波减速器寿命的影响。谐波减速器可靠性受环境、润滑等多重因素影响,谐波减速器的预计寿命可以估计为<sup>[16]</sup>

$$L = \frac{75 \times 10^5}{N_V} \left( \frac{T_O}{K_A T_0} \right)^2 \tag{24}$$

式中: $T_O$  为输出轴转矩; $K_A$  为工况系数; $T_0$  为许用输出转矩,  $T_0 = \xi T_H$ ;  $N_V$  为转速。

取传递系数  $\xi = 1.5$ ,  $K_A = 1.5$ ,  $N_V = 1\ \text{r/min}$ ,  $T_O = 500\ \text{N} \cdot \text{m}$ 。计算得到修正前预计寿命  $L_1 = 3\ 771\ \text{h}$ ,修正后预计寿命  $L_2 = 4\ 593\ \text{h}$ 。

## 4 结 论

本文从柔轮形变的壳体理论出发,计算并分析装配过程中形变量,得出以下结论:

(1)谐波减速器在实际装配过程中使柔轮齿型不同部位产生变形差;

(2)以某型号谐波减速器参数为例,采用 Ansys 软件进行仿真,同时得到齿型形变的离散数据,采用 Matlab 软件对数据进行多项式拟合,计算结果证实了装配前后齿廓不同位置具有变形差,齿根部分形变大于齿顶部分;

(3)提出了补偿方法对原有齿型方程进行优化修正,与原有齿型设计方法进行对比发现,修正后的齿型在啮合区间增加的同时提高了预计寿命,从而验证了本文提出的方法。

## 参考文献:

[1] MUSSER C. Compiler; US2906143 [P/OL]. 1959-09-29. [2019-02-20]. <http://www4.drugfuture.com/uspat/PatentSearch.aspx>.

[2] CHEN Xiaoxia, LIU Yuesheng, XING Jingzhong, et al. The parametric design of double-circular-arc tooth profile and its influence on the functional backlash of harmonic drive [J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 73: 1-24.

[3] 周祥祥. 三维双圆弧齿廓谐波传动的齿形设计与分析 [D]. 重庆: 重庆大学, 2016: 15-17.

[4] 范元勋, 王华坤, 宋德锋. 谐波传动共轭齿廓的运动学仿真研究 [J]. 南京航空航天大学学报, 2002, 34(5): 447-450.

FAN Yuanxun, WANG Huakun, SONG Defeng. Kinematics simulation of harmonic drive conjugate tooth profile [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2002, 34(5): 447-450.

[5] 沈允文. 论谐波齿轮传动的齿形 [J]. 齿轮, 1986(4): 51-56.

SHEN Yunwen. On the tooth profile of harmonic gear transmission [J]. Gears, 1986(4): 51-56.

[6] 陈晓霞, 林树忠, 邢静忠. 基于挠性构件变形的谐波齿轮装配模型 [J]. 计算机集成制造系统, 2011, 17(2): 338-343.

CHEN Xiaoxia, LIN Shuzhong, XING Jingzhong. Harmonic gear assembly model based on deformation of flexible members [J]. Journal of Computer Integrated Manufacturing Systems, 2011, 17(2): 338-343.

[7] 邹创, 陶涛, 姜歌东, 等. 考虑力学特性的谐波齿轮

- 啮合参数优化方法 [J]. 西安交通大学学报, 2019, 53 (2): 16-23.
- ZOU Chuang, TAO Tao, JIANG Gedong, et al. An optimization method for meshing parameters of harmonic drives considering mechanical characteristics [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53 (2): 16-23.
- [8] 李俊阳. 空间润滑谐波减速器失效机理及其加速寿命试验方法研究 [D]. 重庆: 重庆大学, 2012: 101-103.
- [9] 马南飞. 双圆弧谐波齿轮传动侧隙分析及齿间载荷分布研究 [D]. 重庆: 重庆大学, 2014: 43-46.
- [10] TIAHJOWIDODO T F, VAN BRUSSEL H. Theoretical modelling and experimental identification of nonlinear torsional behaviour in harmonic drives [J]. Mechatronics, 2013, 23(5): 497-504.
- [11] 肖京. 不同齿形谐波齿轮传动效率研究及啮合仿真 [D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2016: 69.
- [12] 殷燕. 侧隙渐开线谐波齿轮传动的参数优化设计及有限元分析 [D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2010: 8-10.
- [13] 陈晓霞, 刘玉生, 邢静忠, 等. 谐波齿轮中柔轮中性层的伸缩变形规律 [J]. 机械工程学报, 2014, 50 (21): 189-196.
- CHEN Xiaoxia, LIU Yusheng, XING Jingzhong, et al. The law of expansion and contraction of the neutral layer of the flexible wheel in harmonic gears [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50 (21): 189-196.
- [14] 柴文杰. 谐波齿轮传动柔轮变形特性研究 [D]. 北京: 中国地质大学, 2017: 17-18.
- [15] 王家序, 周祥祥, 李俊阳, 等. 杯形柔轮谐波传动三维双圆弧齿廓设计 [J]. 浙江大学学报(工学版), 2016, 50(4): 616-624, 713.
- WANG Jiaxu, ZHOU Xiangxiang, LI Junyang, et al. Design of three-dimensional double arc profile of cup-shaped flexible wheel harmonic transmission [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2016, 50(4): 616-624.
- [16] 张黎骅, 郑严. 新编机械设计手册 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2008: 686-726.

(编辑 武红江)

(上接第 30 页)

- [9] 赵志明, 袁小阳. AP1000 核主泵水润滑轴承性能仿真 [J]. 陕西科技大学学报(自然科学版), 2016, 34 (4): 150-155.
- ZHAO Zhiming, YUAN Xiaoyang. Characteristics simulation of water-lubricated journal bearings in AP1000 nuclear main pump [J]. Journal of Shaanxi University of Science and Technology, 2016, 34(4): 150-155.
- [10] 赵伟. 油膜支承可倾瓦轴承-转子系统动力学特性分析 [D]. 广州: 华南理工大学, 2016: 29-30.
- [11] 黎伟, 陈志祥, 汪久根. 多瓦可倾瓦径向滑动轴承热润滑性能分析 [J]. 润滑与密封, 2011, 36(12): 14-18.
- LI Wei, CHEN Zhixiang, WANG Jiugen. Thermal hydrodynamic lubrication analysis of tilting-pad journal bearing with multiple-pads [J]. Lubrication Engineering, 2011, 36(12): 14-18.
- [12] 王培勇, 王建文, 袁延昂. 瞬变载荷作用下五瓦可倾瓦滑动轴承特性分析 [J]. 润滑与密封, 2016, 41(4): 67-72.
- WANG Peiyong, WANG Jianwen, YUAN Yananag. The characteristics of hydrodynamic tilt-pad journal bearing under transient loads [J]. Lubrication Engineering, 2016, 41(4): 67-72.
- [13] 刘琳辉, 王晓红, 张晓旭. 不同布置方向对可倾瓦轴承性能的影响 [J]. 舰船科学技术, 2017, 39(10): 147-150.
- LIU Linhui, WANG Xiaohong, ZHANG Xiaoxu. Effects of different arrangement directions on performance of tilting-pad [J]. Ship Science and Technology, 2017, 39(10): 147-150.
- [14] 王凤才, 徐华, 朱均. 大型径向可倾瓦滑动轴承热动力润滑性能的研究 [J]. 西安交通大学学报, 1999, 33 (8): 52-55.
- WANG Fengcai, XU Hua, ZHU Jun. Study of the performances of large tilting-pad journal bearings [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1999, 33(8): 52-55.
- [15] 张胜伦, 裴世源, 徐华, 等. 考虑瞬态冲击和弹性变形的滑动轴承特性与动力学响应 [J]. 西安交通大学学报, 2018, 52(1): 100-106.
- ZHANG Shenglun, PEI Shiyuan, XU Hua, et al. Journal bearing properties and dynamic responses under transient impact load and elastic deformation [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2018, 52(1): 100-106.
- [16] DOWSON D. A generalized Reynolds equation for fluid-film lubrication [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1962, 4(2): 159-170.

(编辑 武红江)