

DOI: 10.7652/xjtuxb201910022

离散解析互相关的 Lamb 波频散特性估计方法

牛祥祥, 曹徐伟, 曾亮
(西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对实验估计 Lamb 波频散特性需要借助传感器阵列或空间密集采样的问题,提出了一种基于离散解析互相关的频散特性估计方法。采用一发一收法,移动接收换能器在两个相邻位置采集 Lamb 波响应信号;计算两组响应信号之间以及原始激励信号与响应信号之间的离散解析互相关、估计欲知模态的群延迟和相延迟;在此基础上,求得该模态的群速度和相速度频散曲线。数值仿真和实验结果表明:当信噪比在 15 dB 以上时,离散解析互相关法估计 A_0 模态和 S_0 模态频散特性的最大相对误差在 1% 左右。该方法在待测结构几何参数和材料属性未知的情况下,仅需经过两次测试就可实现 Lamb 波频散特性的精确估计,测试和计算效率高,能够满足实际工程应用。

关键词: Lamb 波;频散;解析互相关;群延迟;相延迟

中图分类号: TB551 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2019)10-0159-08

Estimation of Lamb Wave Dispersion Characteristics by Discrete Analytic Cross-Correlation Method

NIU Xiangxiang, CAO Xuwei, ZENG Liang
(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A discrete analytic cross-correlation method for the estimation of the dispersion characteristic of Lamb waves is proposed to deal with the problem that conventional experimental estimation of the dispersion characteristics of Lamb waves is often realized by means of sensor array or intensive sampling in a space. A transducer serving as the receiver is placed at two adjacent positions to collect signals of Lamb wave response by using the pitch-catch technique. The group delay and phase delay of wave packets are estimated by calculating the discrete analytic cross-correlation between two response signals and between the original excitation signals and the response signals. On this basis, dispersion curves of both the group velocity and phase velocity of desired modes are simultaneously obtained. Numerical and experimental results show that when the signal-to-noise ratio is above 15 dB, the maximum relative error of A_0 mode and S_0 mode estimated by the discrete analytic cross-correlation method is about 1%. In the case that the prior knowledge of geometric parameters and material properties of the structure to be inspected is unknown, the method accurately estimates the Lamb wave dispersion characteristics with only two tests. It is the high efficiency of test and calculation that the discrete analytic cross-correlation method fully satisfies the engineering demand.

Keywords: Lamb wave; dispersion; analytic cross-correlation; group delay; phase delay

板、壳类结构在石油、交通、能源、航天等领域的重大装备中广泛存在。随着材料技术的发展和现代装备制造业的进步,这些结构不断朝着大型化、复杂化的方向发展,对现有的无损检测和结构健康监测手段也提出了更高的要求。

Lamb 波因其具有传播距离远、检测效率高、对损伤敏感等优点,在无损检测和结构健康监测领域中具有突出的应用前景^[1]。不同于传统的超声波, Lamb 波具有频散和多模态的特征,随着 Lamb 波的传播,其波形会在时间和空间持续展开即频散;在频厚积较大时,会激励出多个模态成分即多模态,这两者都会造成波包成分叠加混淆难以分辨,给导波的实际应用带来了较大阻碍^[2-3]。Lamb 波的频散曲线包含了其频散和多模态信息,既是进行频散补偿以及成分判别的主要依据,也是导波实际应用中必不可少的重要工具之一,所以对频散曲线的求取是非常重要的。

现有的理论频散曲线求取方法,例如解析计算、有限元模拟和半解析有限元等建立在材料属性以及厚度已知的情况下^[4-9]。然而,在实际应用中,往往会出现结构的材料属性未知或者厚度无法测量的情况,在这种情况下这些方法就不再适用。相比之下,实验方法可以在材料属性和厚度未知的情况下直接从待测结构中估计出多模态成分的频散曲线,因此吸引了国内外学者的广泛关注^[10-18]。例如:Alleyne 等利用二维傅里叶变换将空间等间隔采样的多组时间序列映射到波数频率域,获得了多模态成分的频散关系^[10],但是这类方法需要布置大量测点进行空间密集采样,实验成本高、耗时较大;Prosser 等采用时频分析的方法估计 Lamb 波模态的群速度频散曲线^[11],然而该方法难以实现相速度的精确估计;Harb 等使用可控角度的空气耦合传感器和激光多普勒测振仪获取 Lamb 波的相速度频散规律^[12-13],但该方法要求精确旋转或控制传感器的入射角度,实验装备复杂,实施难度较大。采用多激励-多接收传感器阵列,并结合先进信号处理方法提取 Lamb 波频散曲线是另一种行之有效的方法,例如稀疏波数分析方法^[14]、稀疏奇异值分解方法(S-SVD)^[15]、多信号分类法(MUSIC)^[16]、信息论准则及对角加载方法^[17]等,这些方法在保证频散曲线提取精度的同时,降低了实验成本和测试时间。最近,Crespo 等提出了一种仅使用 3 个传感器进行频散曲线估计

的方法,取得了比较好的效果^[18],但是该方法求取过程繁琐,计算量大。

本文在上述已有频散曲线求取方法的基础上,提出了一种频散曲线估计的更简单的实验方法:只需要两个探头,采用一发一收法,移动接收换能器在两个相邻位置采集 Lamb 波响应信号,通过计算两个接收信号之间以及激励信号和两个接收信号之间的离散解析互相关,得到相对群延迟和相延迟,进一步可以估计出群速度和相速度。与已有的实验估计方法相比,该方法不需要大量传感器进行空间密集采样,采用宽带 Chirp 激励的方式获取 Lamb 波的传递函数,并通过窄带滤波从中提取出大量的窄带响应,故不需要进行多次实验,操作简单,容易实现^[19],此外离散解析互相关方法实现简单、计算效率高。以 Lamb 波中低阶模态 A_0 模态和 S_0 模态为例,分别采用数值和实验方法验证了该方法的有效性。

1 频散曲线的估计方法

频散的超声波的波速是频率的函数,工程中描述频散特征的一般是频散曲线,即相速度以及群速度和频率的关系^[20]。

1.1 群速度和相速度的估计

在激励信号为窄带信号的情况下,对于空间位置相当接近的两个接收信号,如图 1 所示,若将第 1 个信号看作激励信号,可以近似认为第 1 个接收信号和第 2 个接收信号之间未发生频散,只产生了时移 $\Delta x/v_g$ 和相移 $k\Delta x - \omega t$,则第 2 个接收信号可表示为^[18,21]

$$y(\Delta x, t) = x\left(t - \frac{\Delta x}{v_g}\right) \exp[j(k\Delta x - \omega t)] \quad (1)$$

式中: Δx 为两个接收信号的间距; t 为传播时间; v_g 为群速度; $\omega = 2\pi f_c$ 为角频率; $k = 2\pi/\lambda$ 为波数; $x(t)$ 为接收信号,假定第 1 个接收信号为 $x(0)$ 。

未考虑相位改变的情况下,令第 2 个接收信号包络 $x(t_g - \Delta x/v_g) = x(0)$,可得群速度的计算表达

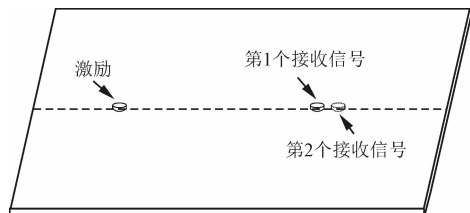


图 1 群速度和相速度估计示意图

式^[20]为

$$v_g = \frac{\Delta x}{t_g} \quad (2)$$

式中: t_g 为两个接收信号包络峰值的时间差。

定义相速度^[20]为

$$v_p = \frac{\omega}{k} \quad (3)$$

定义第 2 个接收信号的相位变化为

$$\Delta\varphi = k\Delta x - \omega t_g \quad (4)$$

式(4)也可以转化为

$$\Delta\varphi = kt_g(v_g - v_p) \quad (5)$$

对于传播信号,相延迟 t_p 可以定义为

$$t_p = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi f_c} \quad (6)$$

由式(3)(4)(6)可得相速度的表达式为

$$v_p = \frac{\Delta x}{t_g + t_p} \quad (7)$$

故只需要得到两个接收信号的群延迟以及相延迟,就可以估计出群速度以及相速度。

1.2 解析互相关法求取群延迟和相延迟

对两个接收信号之间群延迟和相延迟的求取采用了互相关的经典方法^[22-25]。

首先假定第 1 个接收信号 $x(t)$ 为实值,且是能量有限的窄带信号,其连续时间傅里叶变换 CTFT 为 $X(j2\pi f)$,其频谱左右对称且具有共轭对称特性,即 $X^*(j2\pi f) = X(-j2\pi f)$,这样就可以采用另一傅里叶变换基重构为

$$X(j2\pi f) = B[j2\pi(f - f_c)]/2 + B^*[j2\pi(f - f_c)]/2 \quad (8)$$

式中: $B(j2\pi f)$ 为另一个基信号 $b(t) = b^r(t) + b^i(t)$ 的傅里叶变换,频带中心位于零频率处, $B^*(j2\pi f)$ 为 $B(j2\pi f)$ 的共轭。

对式(8)进行逆傅里叶变换,将 $x(t)$ 重构为

$$x(t) = b^r(t)\cos(2\pi f_c t) - b^i(t)\sin(2\pi f_c t) \quad (9)$$

第 2 个接收信号 $y(t)$ 可以由 $x(t)$ 的时移 t_g 和相移 $\Delta\varphi = k\Delta x - \omega t$ 重新表示为^[18,21]

$$y(t) = x(t - t_g)\exp(j\Delta\varphi) \quad (10)$$

在频域中,在频带中心位于零频率处定义上述时移和相移的基变换为

$$G(j2\pi f) = \exp[-j(2\pi f t_g + \Delta\varphi)] \quad (11)$$

用基变换 $G(j2\pi f)$ 重构两个接收信号之间的传递函数 $H(j2\pi f)$,则第 2 个接收信号的傅里叶变换可以表示为

$$Y(j2\pi f) = H(j2\pi f)X(j2\pi f) = [G(j2\pi f - j2\pi f_c) +$$

$$\begin{aligned} & G^*(-j2\pi f - j2\pi f_c)]X(j2\pi f) = \\ & G[j2\pi(f - f_c)]B[j2\pi(f - f_c)]/2 + \\ & G^*[-j2\pi(f + f_c)]B^*[-j2\pi(f + f_c)]/2 \end{aligned} \quad (12)$$

对式(12)进行逆傅里叶变换, $y(t)$ 可以被重构为

$$y(t) = b^r(t - t_g)\cos[2\pi f_c(t - t_g) + \Delta\varphi] - b^i(t - t_g)\sin[2\pi f_c(t - t_g) + \Delta\varphi] \quad (13)$$

由式(9)(10)(13)得传递函数

$$H(j2\pi f) = \exp[j\theta(f)] = \exp\{-j[2\pi(f - f_c)t_g + \Delta\varphi]\} \quad (14)$$

分别定义群延迟和相延迟^[22]为

$$t_g = \frac{-\theta'(f_c)}{2\pi} \quad (15)$$

$$t_p = -\frac{\theta(f_c)}{2\pi f_c} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi f_c} \quad (16)$$

为计算 t_g 和 t_p ,对两个接收信号做相关分析^[22]

$$c_{yx}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t + \tau)x(\tau)d\tau \quad (17)$$

在频域表达为

$$\begin{aligned} C_{yx}(j2\pi f) &= Y(j2\pi f)X^*(j2\pi f) = \\ & \exp\{-j2\pi(f - f_c)t_g - j\Delta\varphi\} |B(f - f_c)|^2/2 + \\ & \exp\{-j2\pi(f + f_c)t_g - j\Delta\varphi\} |B(-f - f_c)|^2/2 \end{aligned} \quad (18)$$

定义 $c_{bb}(t)$ 为基信号 $b(t)$ 的自相关,且有 $C_{bb}(j2\pi f) = |B(j2\pi f)|^2$,将 $c_{bb}(t)$ 表示为

$$c_{bb}(t) = c_{bb}^r(t) + jc_{bb}^i(t) = e_{bb}(t)\exp[j\phi_{bb}(t)] \quad (19)$$

定义解析互相关^[22]

$$C_{yx}^a(j2\pi f) = \begin{cases} 2Y(j2\pi f)X^*(j2\pi f), & f > 0 \\ Y(0)X^*(0), & f = 0 \\ 0, & f < 0 \end{cases} \quad (20)$$

那么

$$\begin{aligned} C_{yx}^a(j2\pi f) &= \\ & 2\exp\{-j2\pi(f - f_c)t_g - j\Delta\varphi\} |B(f - f_c)|^2 \end{aligned} \quad (21)$$

其反傅里叶变换为

$$c_{yx}^a(t) = 2e_{bb}(t - t_g)\exp\{-j[2\pi f(t - t_g) + \phi_{bb}(t - t_g) + \Delta\varphi]\} \quad (22)$$

式(22)在 $t = t_g$ 时产生极大值,即可求得群延迟。

一旦确定了群延迟,第 2 个接收信号相对于第 1 个信号的相延迟可由下式得出

$$t_p = -\arctan \frac{\text{Im}[c_{yx}^a(t_g)]}{2\pi f_c \text{Re}[c_{yx}^a(t_g)]} \quad (23)$$

再将所求群延迟及相延迟代入式(7),就能准确求取不同频率下的相速度。

值得注意的是互相关对微小时延不敏感,直接用式(2)中两个接收信号进行离散解析互相关求取群速度的误差比较大。以 S_0 模态为例,在中心频率为 100 kHz 时,接收距离分别为 300 mm 和 310 mm 的两个信号时间差为 $1.860\text{ }\mu\text{s}$,采样频率为 1 MHz 情况下时间分辨率仅为 $1\text{ }\mu\text{s}$,甚至在采样频率为 10 MHz 情况下时间分辨率也只有 $0.1\text{ }\mu\text{s}$,这种采样频率下所求取的两个接收信号之间群延迟相对误差较大。

为了在不增大采样频率的情况下准确求取群速度,分别求得两个接收信号相对于激励信号的群延迟,将两个接收位置的群速度平均,即将求取群速度的表达式(2)修正为

$$v_g = \frac{1}{2} \left(\frac{x_1}{t_{g_{10}}} + \frac{x_2}{t_{g_{20}}} \right) \tag{24}$$

式中: x_1 、 x_2 、 $t_{g_{10}}$ 和 $t_{g_{20}}$ 分别为第 1 个接收信号、第 2 个接收信号、第 1 个接收信号相对于激励信号的群延迟以及第 2 个接收信号相对于激励信号的群延迟。

对于相速度的求取是利用了反正切,敏感度高,但受限与反正切的周期性,所以需要保证两个接收位置的距离差足够小,至少需要两个接收信号在起始频率处的相延迟小于 180° 。

2 估计方法有效性验证

2.1 数值验证

首先采用理论信号验证本文方法的有效性。数值验证对象是厚度为 2 mm 无限大的 6063 铝板,用已知的频散特性激励单一的 Lamb 波 A_0 模态或 S_0 模态。6063 铝板的材料属性见表 1。

表 1 6063 铝合金的材料属性

杨氏模量 E/GPa	泊松比 μ	密度 $\rho/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
69.6	0.331	2 692

激励信号周期数的选取需要同时考虑带宽以及持续时间,过小无法满足窄带弱频散假设,过大则无法区分不同波包成分。选取 Hanning 窗调制的 5 周期正弦信号作为激励信号,在已知传播距离以及频散曲线的情况下,不同模态在不同距离处的理论接收信号可以由下式^[2]计算得到

$$u(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp\{j[k(\omega)x - \omega t]\} d\omega \tag{25}$$

式中: $u(x,t)$ 为传播距离 x 的接收信号; $F(\omega)$ 为激励信号的傅里叶变换; $k(\omega)$ 表示以角频率 ω 为变量的波数,在已知频散曲线的情况下可通过式(3)求得。

激励信号中心频率为 50 kHz 时,接收距离分别为 300 mm 和 310 mm 的 A_0 模态信号如图 2 所示。

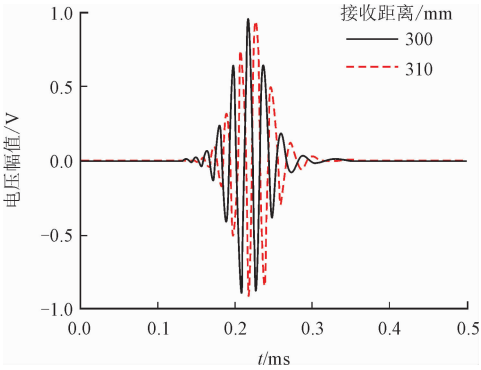


图 2 A_0 模态在 300 mm 和 310 mm 处的理论接收信号

以 25 kHz 为间隔从 50 kHz 到 700 kHz 等间隔选取频率点作为激励信号中心频率,对接收距离分别为 300 mm 和 310 mm 的接收信号进行离散解析互相关,得到 A_0 模态和 S_0 模态的相延迟角、群延迟和相延迟分别如图 3~5 所示。

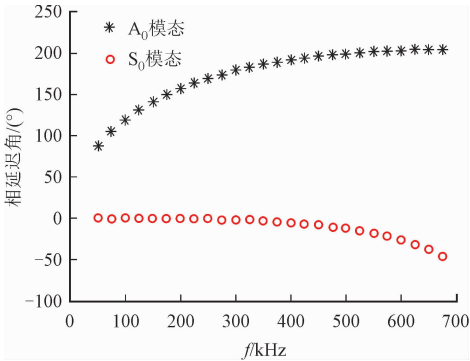


图 3 A_0 模态和 S_0 模态在不同频率下的相延迟角

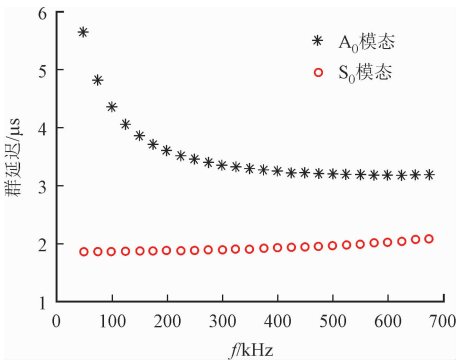


图 4 A_0 模态和 S_0 模态不同频率下的群延迟

通过式(24)和式(7)分别计算出 A_0 模态和 S_0 模态的群速度与相速度的估计值,并分别与理论值

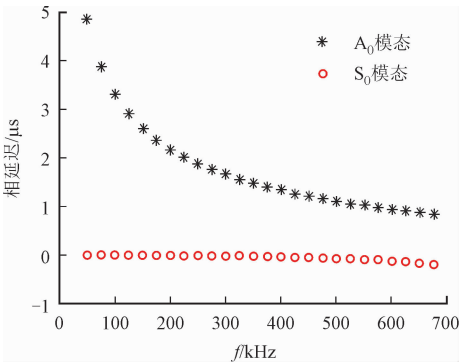


图 5 A₀ 模式和 S₀ 模式不同频率下的相延迟

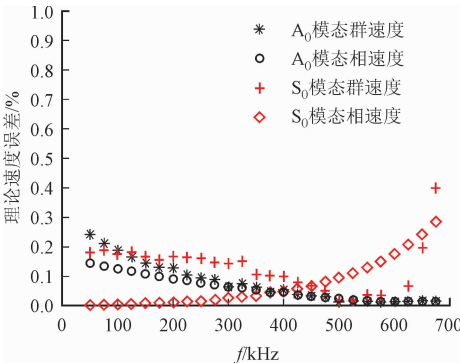


图 8 离散解析互相关法估计频散曲线的理论速度误差

进行对比,结果如图 6 和图 7 所示。

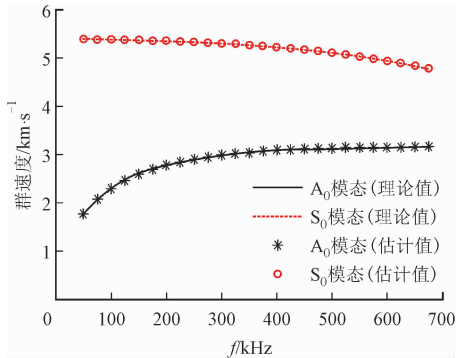


图 6 A₀ 模式和 S₀ 模式群速度的理论值与估计值对比结果

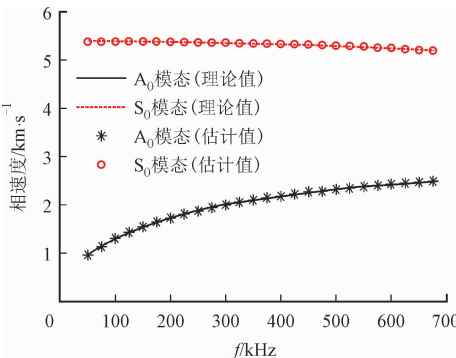


图 7 A₀ 模式和 S₀ 模式相速度的理论值与估计值对比结果

本文方法的理论误差如图 8 所示,按照本文方法估计出的 Lamb 波频散曲线的最大误差见表 2,可以看出相速度和群速度的估计误差均小于 0.5%,

表 2 离散解析互相关法估计频散曲线的理论最大误差

模态	群速度/ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$			相速度/ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$		
	理论值	计算值	误差/%	理论值	计算值	误差/%
A ₀	1 781	1 777	0.24	954	955	0.15
S ₀	4 768	4 787	0.40	5 206	5 191	0.29

估计精度较高。

为验证本文方法的稳定性,对上述不同模态在不同距离处的理论接收信号添加高斯白噪声,后续估计方法不变。以每种模态在不同频率处的理论最大速度误差作为评价指标,平均 20 次的结果如图 9 所示,可以看出在不同频点的窄带信号信噪比达到 15 dB 之后,噪声对该方法的影响就非常小了。在实际采样中通过对宽带信号进行窄带提取,就能保证该方法的有效性。

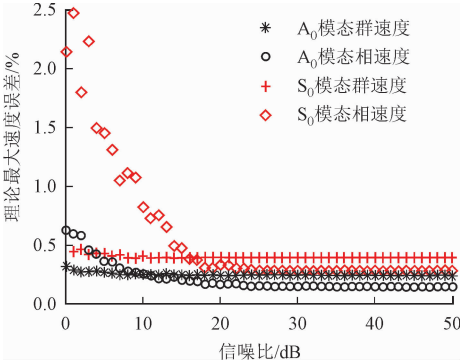


图 9 不同信噪比下本文方法的理论最大速度误差

值得注意的是,为了准确求取相速度,该方法需要控制两次接收信号之间的距离不能太大,至少需要两个接收信号在起始频率处的相延迟小于 180°,本文选取了 10 mm。对于群速度,分别求得两个接收信号相对于激励信号的群延迟时间与群速度再进行平均,取得了很好的效果。

2.2 本文方法有效性的实验验证

实验使用本文的估计方法,实验样件为 1 200 mm×1 200 mm×2 mm 的铝板,采用两个中心频率为 500 kHz 的 Olympus 探头,分别在不同位置进行激励接收,采用 Agilent 33220A 波形发生器,经由 NF HSA4012 放大器放大。采用 Agilent DSOX3014A 示波器进行接收,采样频率为 50 MHz。实验探头

的频响曲线如图 10 所示。实验中需要对接收信号进行模态分离,这就在保证接收距离足够大,但是为了降低两个模态的频散又需要保证接收距离足够小,所以对于 A_0 模态,接收距离分别取 250 mm 和 260 mm,对于 S_0 模态,接收距离分别取 400 mm 和 410 mm。实验设置如图 11 所示,以铝板左下角为坐标原点,激励探头位于 T 处,两次接收分别在 R_1 和 R_2 点。

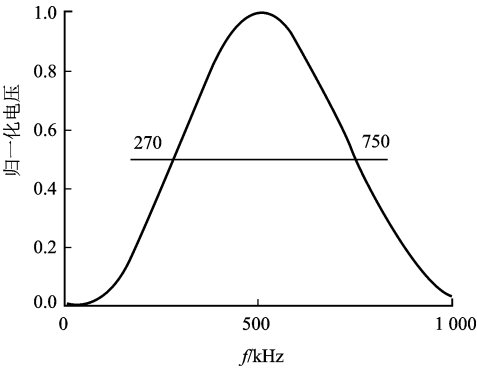


图 10 中心频率为 500 kHz 时实验探头的频响曲线

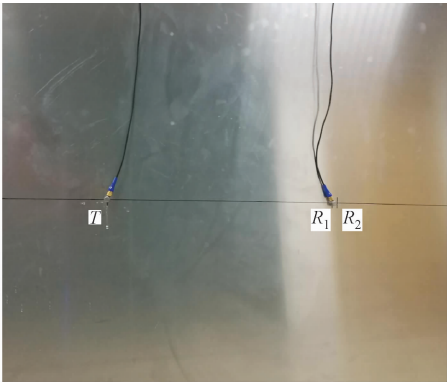


图 11 离散解析互相关法估计频散曲线的实验设置图

激励信号使用带宽从 5 kHz 到 1 MHz 的 Chirp 信号,分别在上述 4 个不同距离进行单激励单接收。以 S_0 模态为例, R_1 处的接收信号如图 12 所示,其短时傅里叶变换如图 13 所示。

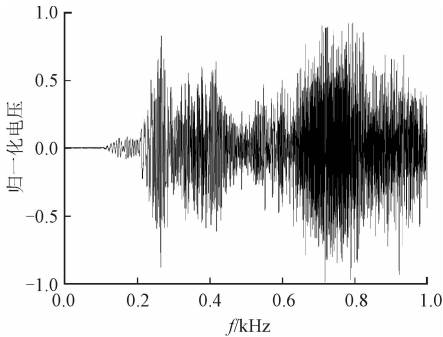


图 12 R_1 处的接收信号

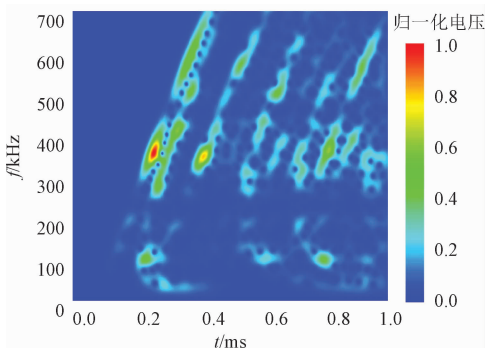


图 13 R_1 处的接收信号的 STFT 时频图

从 50 kHz 开始到 700 kHz,以 12.5 kHz 为间距等间隔取频率点作为中心频率,对激励信号和接收信号提取窄带,得到不同距离的窄带接收信号后,对接收信号进行成分截取,得到单一 A_0 模态或 S_0 模态的窄带接收信号。 R_1 处 300 kHz 的窄带信号以及截取的 S_0 模态成分分别如图 14 与图 15 所示。

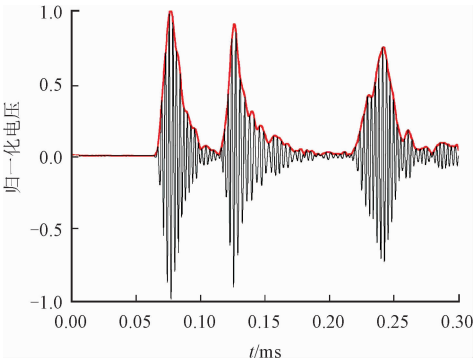


图 14 R_1 处 300 kHz 的窄带信号

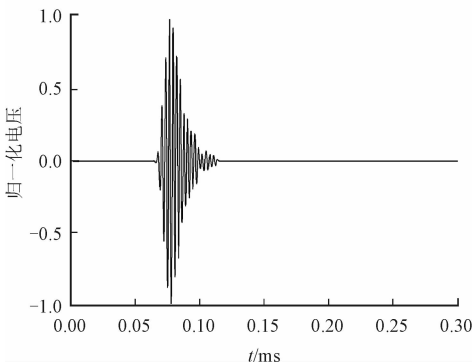


图 15 R_1 处 300 kHz 的 S_0 模态成分

得到单一模态不同距离的窄带信号后按照前述方法估计频散曲线,最终估计结果如图 16~18 所示。

从实验结果来看,在 250 kHz 以下频率范围无论是 A_0 模态还是 S_0 模态误差都较大,最大接近 5%,而在 250 kHz 以上估计值与理论值吻合较好,误差大约为 1%,这主要是由实验探头的带宽造成

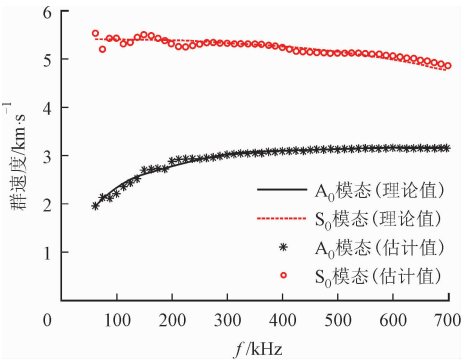


图 16 A₀ 模式和 S₀ 模式群速度估计值与理论值的实验对比结果

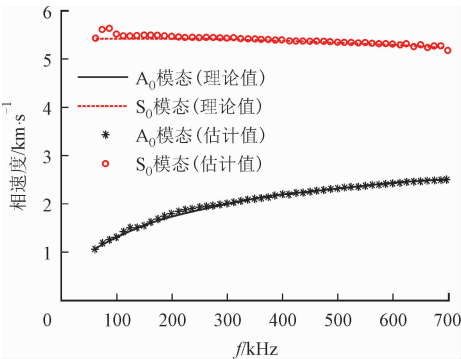


图 17 A₀ 模式和 S₀ 模式相速度估计值与理论值的实验对比结果

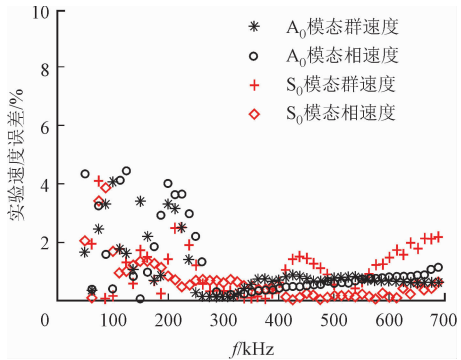


图 18 离散解析互相关法的实验误差

的。实验中的探头中心频率为 500 kHz,带宽为 270 ~750 kHz,如图 10 所示。

本文的离散解析互相关法只采用两个传感器,采集了 4 组数据,最终的实验结果证明了本文方法的准确性,是一种简单有效的频散曲线估计方法。

与理论解析误差相比,实验误差明显增大,其中一个重要影响因素是对实验信号进行模式分离。如果实验中探头数量足够多,可以采用双面对称、反对称进行激励或接收^[26],抑制多模式的干扰,进一步减小该方法的误差。其他模式控制方法包括但不限于使用楔块^[20]或叉指换能器等手段^[27],都能提高本

文方法的精度。

3 结 论

本文提出了一种利用离散解析互相关来估计 Lamb 波频散曲线的简单实验方法,以 A₀ 模式和 S₀ 模式为例验证了该方法的有效性。实验验证只需要两个传感器,分别测得近距离的两组宽带信号,提取欲估计频率的窄带信号,进行模式分离后和窄带激励信号之间进行离散解析互相关,就可以估计未知属性材料的频散曲线。该方法不需要大量传感器,使用宽带信号激励后提取窄带信号进行计算,在获得较高信噪比的情况下无需逐点扫频,也不需要进行多次实验,操作简单,容易实现,估计精度较高。

为提高该方法的估计精度,需要使用模式控制手段减少其他模式成分的干扰^[20,26-27]。尤其是当激励频率越过高阶模式截止频率时,更多模式的传播将明显增加模式之间叠加或干涉的风险,这种情况下本文所提的频散曲线提取方法就需要进一步完善。理论上,与恰当的单模式激励方法结合,这种估计频散特性的方法能够适用于更多场合。

参考文献:

[1] ROSE J L. Guided wave nuances for ultrasonic nondestructive evaluation [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2000, 47(3): 575-583.

[2] WILCOX P D. A rapid signal processing technique to remove the effect of dispersion from guided wave signals [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2003, 50(4): 419-427.

[3] WILCOX P D, LOWE M S, CAWLEY P. A rapid signal processing technique to remove the effect of dispersion from guided wave signals [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2003, 50(4): 555-562.

[4] PAVLAKOVIC B, LOWE M, ALLEYNE D, et al. Disperse: a general purpose program for creating dispersion curves [M]// Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation. Berlin, Germany: Springer, 1997: 185-192.

[5] LOWE M J S. Matrix techniques for modeling ultrasonic waves in multilayered media [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1995, 42(4): 525-542.

[6] QUINTANILLA F H, FAN Z, LOWE M J S, et al.

- Dispersion loci of guided waves in viscoelastic composites of general anisotropy [C] // Proceedings of the American Institute of Physics Conference Series. Melville, NY, USA: AIP Publishing LLC, 2016: 120014.
- [7] HAYASHI T, SONG W J, ROSE J L. Guided wave dispersion curves for a bar with an arbitrary cross-section, a rod and rail example [J]. *Ultrasonics*, 2003, 41(3): 175-183.
- [8] CONG Ming, WU Xinjun, LIU Ran. Dispersion analysis of guided waves in the finned tube using the semi-analytical finite element method [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 401: 114-126.
- [9] WANG Lei, YUAN F G. Group velocity and characteristic wave curves of Lamb waves in composites; modeling and experiments [J]. *Composites Science and Technology*, 2007, 67(7/8): 1370-1384.
- [10] ALLEYNE D, CAWLEY P. A two-dimensional Fourier transform method for the measurement of propagating multimode signals [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1991, 89(3): 1159-1168.
- [11] PROSSER W H, SEALE M D, SMITH B T. Time-frequency analysis of the dispersion of Lamb modes [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1999, 105(5): 2669-2676.
- [12] HARB M S, YUAN F G. A rapid, fully non-contact, hybrid system for generating Lamb wave dispersion curves [J]. *Ultrasonics*, 2015, 61: 62-70.
- [13] HARB M S, YUAN F G. Non-contact ultrasonic technique for Lamb wave characterization in composite plates [J]. *Ultrasonics*, 2016, 64: 162-169.
- [14] HARLEY J B, MOURA J M F. Sparse recovery of the multimodal and dispersive characteristics of Lamb waves [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2013, 133(5): 2732-2745.
- [15] XU Kailiang, MINONZIO J, TA D, et al. Sparse SVD method for high-resolution extraction of the dispersion curves of ultrasonic guided waves [J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 2016, 63(10): 1514-1524.
- [16] ZABBAL P, RIBAY G, CHAPUIS B, et al. Multi-channel multiple signal classification for dispersion curves extraction of ultrasonic guided waves [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2018, 143(2): EL87-EL92.
- [17] OKUMURA S, NGUYEN V H, TAKI H, et al. Rapid high-resolution wavenumber extraction from ultrasonic guided waves using adaptive array signal processing [J]. *Applied Sciences*, 2018, 8(4): 652.
- [18] HERNANDEZ B, COURTNEY C R P, ENGINEER B. Calculation of guided wave dispersion characteristics using a three-transducer measurement system [J]. *Applied Sciences*, 2018, 8(8): 1253.
- [19] MICHAELS J E, LEE S J, CROXFORD A J, et al. Chirp excitation of ultrasonic guided waves [J]. *Ultrasonics*, 2013, 53(1): 265-270.
- [20] ROSE J L. 固体中的超声波 [M]. 何存富, 吴斌, 王秀彦, 译. 北京: 科学出版社, 2004: 15-17.
- [21] GRAFF K F, GRAFF K E, GRAFF K L, et al. Wave motion in elastic solids [M]. Chelmsford, MA, USA: Courier Corporation, 2012: 62-65.
- [22] MARPLE S L. Estimating group delay and phase delay via discrete-time "analytic" cross-correlation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(9): 2604-2607.
- [23] GRENNBERG A, SANDELL M. Estimation of sub-sample time delay differences in narrowband ultrasonic echoes using the Hilbert transform correlation [J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 1994, 41(5): 588-595.
- [24] 林京, 吴文焘. 频散信号的窄带互相关模型及其相延迟估计 [J]. *机械工程学报*, 2011, 47(8): 54-59.
- LIN Jing, WU Wentao. Narrowband cross-correlated model for dispersive signals and its use for phase delay estimation [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(8): 54-59.
- [25] CHING P C, SO H C, WU S Q. On wavelet denoising and its applications to time delay estimation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(10): 2879-2882.
- [26] SU Zhongqing, YE Lin. Selective generation of Lamb wave modes and their propagation characteristics in defective composite laminates [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part L Journal of Materials Design and Applications*, 2004, 218(2): 95-110.
- [27] MONKHOUSE R S C, WILCOX P D, CAWLEY P. Flexible interdigital PVDF transducers for the generation of Lamb waves in structures [J]. *Ultrasonics*, 1997, 35(7): 489-498.

(编辑 武红江)