

DOI: 10.7652/xjtuxb201907019

# 一种鼓形齿联轴器的侧隙设计方法

关亚彬, 杨小辉, 方宗德, 向龙, 陈国定

(西北工业大学机电学院, 710072, 西安)

**摘要:** 为了使鼓形齿联轴器在倾角下正常工作,提出了一种快速、精确的侧隙设计方法。首先,采用沿齿宽方向对齿廓形状连续变位的方法形成鼓形齿,建立了鼓形齿齿面模型;模拟插齿刀加工内齿圈,建立了内齿圈轮齿齿面模型。其次,基于空间坐标变换方法,建立了鼓形齿联轴器在倾角下工作时的装配关系,并在此基础上建立了三维有限元分析模型。再次,运用轮齿齿面接触理论,计算出无侧隙下鼓形齿和内齿圈相邻齿间的最小间隙,并给出了最小侧隙的计算公式。最后,以某鼓形齿联轴器参数为算例,对相邻齿面之间最小间隙点轨迹、最小间隙分布与 Alfares 方法和有限元结果进行了对比,研究结果表明:无侧隙、有倾角时相邻齿面之间均处于干涉状态;最小侧隙设计量随着倾角的增大而增大;最小侧隙设计位置在纯翻转区;文中方法比 Alfares 方法更精确。

**关键词:** 鼓形齿联轴器;侧隙;倾角;最小间隙点;有限元分析

**中图分类号:** TH132 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2019)07-0136-08

## A Backlash Design Method for Crown Gear Coupling

GUAN Yabin, YANG Xiaohui, FANG Zongde, XIANG Long, CHEN Guoding

(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** To make crown gear coupling work properly under the limit misalignment angle, a quick and accurate strategy for the backlash amount is proposed. The hub tooth surface is generated by continuous modification for tooth profile along the tooth width direction, and the sleeve tooth surface is processed by a shaping cutter. Then the assembling relationship of the crown gear coupling under misalignment angle is established by the spatial coordinate transform three-dimensional finite element analysis model is thus established. Following tooth contact analysis, the clearance between adjacent teeth of hub and sleeve without considering backlash is determined and the formula for the minimum circumferential backlash of crown gear coupling is achieved. Taking a crown gear coupling as an example, the locations of minimum clearance between adjacent teeth and the minimum clearance distribution gathered by the proposed strategy are compared with the results obtained by Alfares's method and finite element analysis. The results indicate that the tooth surfaces between adjacent teeth interfere with each other, amount of the minimum clearance design increases with the increasing misalignment angle, the position of the minimum clearance design is located in the pure tilted area, and the accuracy is much higher than that from Alfares.

**Keywords:** crown gear coupling; backlash; angular misalignment; position of minimum clearance; finite element analysis

收稿日期: 2018-11-26。 作者简介: 关亚彬(1989—),男,博士生;方宗德(通信作者),男,教授。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51535009,51375384)。

网络出版时间: 2019-04-09 网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20190409.1627.002.html>

鼓形齿联轴器主要应用于机械传动系统中,联接主、从动轴,传递转动和扭矩。鼓形齿联轴器在运转过程中,不仅能够承受极大的载荷,而且具备综合补偿鼓形齿和内齿圈轴间倾角的能力。由于这些优点,其往往被用于重载或工况复杂的传动轴连接中,例如船舰<sup>[1]</sup>、风电<sup>[2]</sup>及轧钢<sup>[3]</sup>等的传动系统。

为了补偿轴间倾角产生的相对位移和避免轮齿之间发生边缘接触,鼓形齿联轴器传动较普通圆柱齿轮传动应具有更大的侧隙和齿面鼓形量。因此,国内外学者对鼓形齿联轴器的轮齿接触分析、侧隙设计以及齿面设计展开了大量研究。Nakashima 基于平行于端面的截面为连续变位的渐开线的假设,采用齿面离散网格的方法,计算了鼓形齿和内齿圈相邻齿面的间隙量,得到了最小间隙点的位置,以此获得了在相应载荷下,轮齿的接触数目以及轮齿间的载荷分配<sup>[4]</sup>。在此基础上,Alfares 等研究了轴间倾角状态下,模数、压力角、修形量对鼓形齿和内齿圈相邻齿面间最小间隙分布的影响<sup>[5]</sup>,但是得到的最小间隙分布以及最小间隙量与 Nakashima 不同。Ohshima 等采用抛物线逼近鼓形齿齿面的横截面形状,进而表达出了整个齿面的方程,并以成形法加工鼓形齿为例,计算了齿面的间隙分布,并进行了试验验证<sup>[6]</sup>。Hakozaki 等提出了改变鼓形齿沿着齿廓方向曲率的方法,研究结果表明,该方法可以获得更大的承载接触区域和更小的轮齿间隙,降低由侧隙引起的冲击噪声<sup>[7]</sup>。Guan 等采用成形砂轮加工鼓形齿,插齿刀加工内齿圈,建立了鼓形齿联轴器的齿面模型,并进行了轮齿接触分析<sup>[8]</sup>。刘鹤然等和毛世民等使用铣刀加工鼓形齿,进行了齿面接触分析,并进行了试验验证<sup>[9-10]</sup>。彭福华等按照共轭曲面原理,推导了共轭鼓形齿联轴器的接触线及齿面方程,分析了在不同倾角下轮齿齿面的接触状态及变化规律,并进行了滚检试验<sup>[11-13]</sup>。易传云等建立了非共轭齿面的鼓形齿联轴器齿面方程,根据连续切触方程进行了啮合分析,得出了啮合过程中的传动误差曲线,并求解了齿面的诱导法曲率和相对滑动系数<sup>[14-16]</sup>。李月潭等基于沿位移圆方向齿廓为渐开线的假设,建立了鼓形齿齿面方程,并推导了鼓形齿联轴器的齿面最小间隙点位置、齿面间隙以及综合曲率半径的计算公式<sup>[17]</sup>。魏家麒等基于 Alfares 的网格法进行了轮齿接触分析和力学分析<sup>[18]</sup>。

从上述文献中可以看出,在鼓形齿联轴器处于轴间倾角的工况下,采用齿面离散网格的方法虽然可以获得相邻齿面间最小间隙的位置和大小,但是

这种方法耗时长且计算精度不高,不便于鼓形齿联轴器的最小侧隙设计。因此,本文基于齿轮啮合原理提出了一种更精确快速的用于鼓形齿联轴器最小侧隙设计的方法。本文研究从以下方面展开:首先,对比了鼓形齿联轴器和圆柱齿轮副的运动规律;其次,建立了鼓形齿联轴器的齿面方程和装配关系;再次,基于连续切触方程,提出了鼓形齿联轴器最小侧隙设计方法;最后,将本文方法与 Alfares 方法<sup>[5]</sup>、有限元方法的计算结果进行了对比验证。

### 1 鼓形齿联轴器和圆柱齿轮副的运动规律对比

鼓形齿联轴器由齿数相等的内齿圈和鼓形齿组成,鼓形齿是齿顶面为球面、齿向为鼓形修形的齿轮,内齿圈是直齿内齿圈。圆柱齿轮副的啮合传动沿着啮合线进行,相较圆柱齿轮副而言,鼓形齿联轴器的运动状态更加复杂,两者的运动规律如图 1 所示。

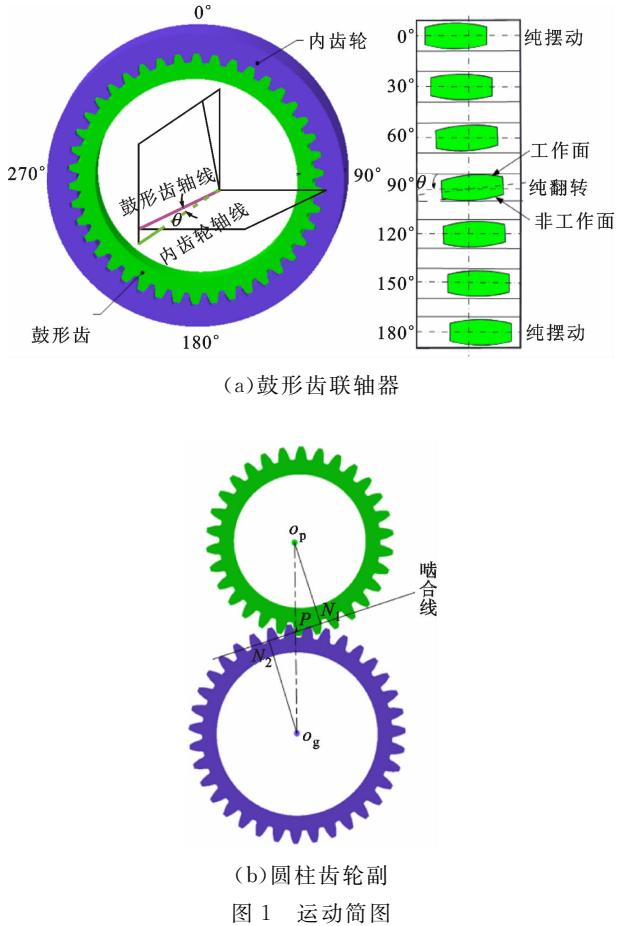


图 1 运动简图

图 1a 为鼓形齿联轴器在倾角  $\theta$  下的运动简图,沿着顺时针方向,把鼓形齿联轴器的运动位置依次规定为转角  $0^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $180^\circ$ 、 $270^\circ$ ,由于转角相差为

180°的轮齿处运动状态是一样的,因此下面只分析0°~180°转角区间内轮齿的运动状态,其运动将经历纯摆动区、摆动和翻转复合区、纯翻转区、翻转和摆动复合区、纯摆动区。从图1a可以看出:在纯翻转区(转角90°),鼓形齿和内齿圈相邻轮齿工作面和非工作面的间隙均达到了最小值;在纯摆动区(转角0°和180°),鼓形齿和内齿圈相邻轮齿工作面和非工作面的间隙均达到了最大值。因此,在进行鼓形齿联轴器侧隙设计的时候,仅考虑纯翻转区的间隙量,便可以保证鼓形齿联轴器在倾角下正常工作。

相比于复杂的鼓形齿联轴器传动,圆柱齿轮副的运动规律更为简单,其运动简图如图1b所示, $o_p$ 和 $o_g$ 分别为小轮和大轮的中心点。在传动过程中啮合点 $P$ 均沿啮合线 $N_1N_2$ 方向移动,从图中可以直观地看出正在啮合、即将进入啮合和退出啮合的齿的位置。由于圆柱齿轮副在工作状态下不要求能承受较大的倾角变化,因此很少有学者对圆柱齿轮副的侧隙设计进行研究。

## 2 鼓形齿联轴器齿面模型

鼓形齿作为鼓形齿联轴器的核心部件,齿面几何形状直接影响鼓形齿联轴器的性能。本节将采用沿齿宽方向连续变位的方法,建立鼓形齿齿面的数学模型。对于内齿圈的齿面建模,文献[8]已经给出了详细的推导过程,本文不再进行推导,内齿圈的齿面方程在自身坐标系 $S_s$ 下表示为 $\mathbf{R}_s^{(1)}(\varphi_g, l_g)$ ,其中 $\varphi_g$ 、 $l_g$ 分别表示插齿刀加工内齿圈时的转角以及插齿刀齿面的齿向参数。

根据沿齿宽方向连续变位产生鼓形齿齿面的方法可知,需要确定的鼓形齿齿面的关键参数就是平行于端面的每个横截面位置的变位系数 $x$ 。下面叙述参数 $x$ 的求解过程。

鼓形齿齿面各横截面变位系数之间关系如图2所示。分别以鼓形齿中心 $o_h$ 以及产生鼓形齿齿面的位移圆圆心 $o_d$ 为原点,沿着齿宽方向 $z_h$ 、 $z_d$ 和齿高方向 $y_h$ 、 $y_d$ 建立坐标系。 $R_{ds}$ 为位移圆半径, $l$ 为位移圆与中截面的交点和位移圆与任意截面的交点沿着坐标轴 $y_h$ 的距离, $R_f$ 为分度圆半径。鼓形齿齿面的任意截面都可以看作是沿鼓形齿轴线方向 $z_h$ 的连续变位修形, $l_z$ 表示任意截面与中截面之间的偏置距离, $x_0$ 表示中截面处的齿廓变位系数, $x_1$ 表示任意截面处的齿廓变位系数, $x_2$ 表示端面处的齿廓变位系数, $e$ 表示位移圆圆心与鼓形齿中心之间的距离。

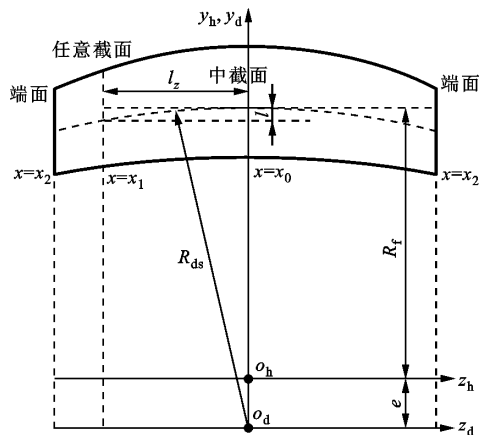


图2 鼓形齿齿面各横截面变位系数之间关系

根据图2可知, $R_{ds}$ 和 $l$ 可以表示为

$$R_{ds} = R_f + e \quad (1)$$

$$l = R_{ds} - \sqrt{R_{ds}^2 - l_z^2} \quad (2)$$

由于鼓形齿齿面是由齿廓形状沿着鼓形齿轴线 $z_h$ 连续变位形成的, $l$ 和齿轮模数 $m$ 以及 $x_1$ 、 $x_0$ 之间的关系可以表示为

$$l = m(x_0 - x_1) \quad (3)$$

将式(2)和(3)联立,可以得到任意截面的变位系数 $x_1$ 为

$$x_1 = x_0 - \frac{R_{ds} - \sqrt{R_{ds}^2 - l_z^2}}{m} \quad (4)$$

假设中截面的齿廓曲线为变位系数为 $x_0$ 的渐开线,表达式为 $\mathbf{R}_h^{(2)}(l_p)$ 。 $\mathbf{R}_h^{(2)}(l_p)$ 可通过滚刀加工圆柱齿轮获得, $l_p$ 为刀具的移动距离,详细推导见文献[8]。

结合齿向形状的变化参数为变位系数 $x_1$ ,只要用 $x_1$ 去替换中截面的齿廓曲线表达式中的 $x_0$ ,即可得到任意截面的曲线表达式。从式(4)中可以看出,变量 $l_z$ 决定了 $x_1$ ,因此 $l_z$ 确定了齿向的形状,鼓形齿的齿面方程可以表示为 $\mathbf{R}_h^{(2)}(l_p, l_z)$ 。

鼓形齿联轴器的啮合坐标系如图3所示, $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 为固定坐标系, $S_t(x_t, y_t, z_t)$ 为误差坐标系, $S_{fl}(x_{fl}, y_{fl}, z_{fl})$ 为辅助坐标系, $S_h(x_h, y_h, z_h)$ 和 $S_s(x_s, y_s, z_s)$ 分别为鼓形齿和内齿圈的固连坐标系。 $z_h$ 和 $z_s$ 分别表示鼓形齿和内齿圈的轴线方向, $\varphi_h$ 为鼓形齿绕 $z_h$ 轴的转角, $\varphi_s$ 为内齿圈绕 $z_s$ 轴的转角, $\Delta E$ 为鼓形齿与内齿圈中心点之间的距离。

在固定坐标系 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 下,内齿圈和鼓形齿的齿面方程以及法矢可以表示为

$$\mathbf{R}_f^{(1)}(\varphi_g, l_g, \varphi_s) = \mathbf{M}_{ft} \mathbf{M}_{fls} \mathbf{R}_s^{(1)}(\varphi_g, l_g) \quad (5)$$

$$\mathbf{n}_f^{(1)}(\varphi_g, l_g, \varphi_s) = \frac{\partial \mathbf{R}_f^{(1)} / \partial \varphi_g \times \partial \mathbf{R}_f^{(1)} / \partial l_g}{|\partial \mathbf{R}_f^{(1)} / \partial \varphi_g \times \partial \mathbf{R}_f^{(1)} / \partial l_g|} \quad (6)$$

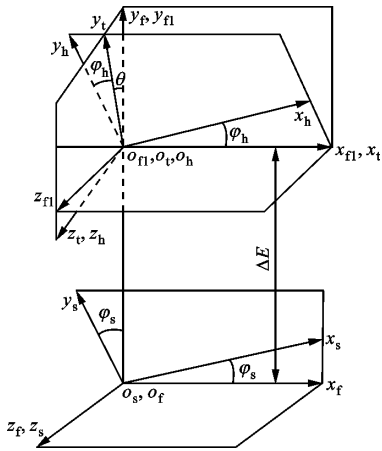


图 3 鼓形齿联轴器啮合坐标系

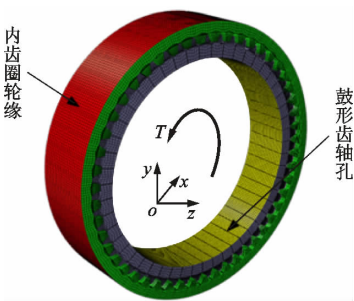
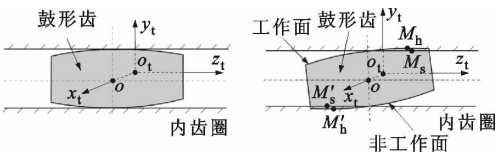


图 4 鼓形齿联轴器的有限元模型及边界条件

侧隙设计量太小,鼓形齿联轴器不能在倾角下正常工作;侧隙设计量太大,轮齿之间的碰撞噪声会变大<sup>[4]</sup>。因此,本节将给出轮齿在倾角下能正常工作时,鼓形齿联轴器的最小侧隙计算方法。

从第 1 节可知,鼓形齿联轴器在纯翻转区时,相对于其他区域,工作面和非工作面的间隙均最小,工作面和非工作面的间隙与鼓形齿联轴器最小设计侧隙量呈现负相关。因此,最小侧隙设计时,仅考虑轮齿在纯翻转区的接触状态即可,只要在纯翻区的轮齿不发生干涉,便可以保证其他区域的轮齿不发生干涉。

图 5 是在误差坐标系  $S_t(x_t, y_t, z_t)$  下,无侧隙时纯翻转区的轮齿接触状态,鼓形齿齿宽中点连线与齿厚的中点连线的交点为  $o$ 。图 5a 是无倾角下的接触状态,可以看出,鼓形齿和内齿圈齿面没有发生干涉。图 5b 是在倾角下的接触状态, $M_h$ 、 $M_s$  分别为鼓形齿和内齿圈工作面间的最小间隙点, $M'_h$ 、 $M'_s$  分别为鼓形齿和内齿圈非工作面间的最小间隙点, $M_h$  和  $M'_h$ 、 $M_s$  和  $M'_s$  分别关于  $o_t x_t$  轴对称,可以看出,鼓形齿和内齿圈齿面发生了干涉。由此可见,倾角是影响最小侧隙设计量的重要因素。



(a)无倾角 (b)有倾角

图 5 无侧隙时纯翻转区的轮齿接触状态

要获得无侧隙鼓形齿联轴器在倾角下纯翻转区的最小间隙量,首先要获得最小间隙点的位置。最小间隙点的位置可以通过齿轮接触分析计算获得。

在齿轮啮合过程中,两齿面连续相切接触。由此可知,在固定坐标系  $S_f(x_f, y_f, z_f)$  中,任一时刻两齿面间有最小间隙点,且最小间隙点处都有公法线,用数学公式表达为

$$\mathbf{R}_f^{(2)}(l_p, l_z, \varphi_h) = \mathbf{M}_{ft} \mathbf{M}_{th} \mathbf{R}_h^{(2)}(l_p, l_z) \quad (7)$$

$$\mathbf{n}_f^{(2)}(l_p, l_z, \varphi_h) = \frac{\partial \mathbf{R}_f^{(2)} / \partial l_p \times \partial \mathbf{R}_f^{(2)} / \partial l_z}{|\partial \mathbf{R}_f^{(2)} / \partial l_p \times \partial \mathbf{R}_f^{(2)} / \partial l_z|} \quad (8)$$

式中:

$$\mathbf{M}_{ft} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & \Delta E \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}_{ftl} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}_{fls} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_s & -\sin\varphi_s & 0 & 0 \\ \sin\varphi_s & \cos\varphi_s & 0 & -\Delta E \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}_{th} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_h & -\sin\varphi_h & 0 & 0 \\ \sin\varphi_h & \cos\varphi_h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \Delta E = 0.$$

根据上述鼓形齿联轴器的齿面方程以及鼓形齿和内圈之间的装配关系,建立鼓形齿联轴器的有限元模型以及边界条件,如图 4 所示。在鼓形齿中心处定义一个单节点六自由度的点单元,将鼓形齿轴孔壁的节点与中心处的点单元刚性耦合,保留旋转自由度,约束其他自由度。对于内齿圈,进行轮缘节点全约束。在点单元上施加绕鼓形齿轴线的转矩  $T$ 。

### 3 最小侧隙设计

侧隙作为鼓形齿的重要设计参数,不仅影响鼓形齿联轴器的装配,而且影响联轴器的动力学性能。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_f^{(2)}(l_p, l_z, \varphi_h) &= \mathbf{R}_f^{(1)}(\varphi_g, l_g, \varphi_s) \\ \mathbf{n}_f^{(2)}(l_p, l_z, \varphi_h) &= \mathbf{n}_f^{(1)}(\varphi_g, l_g, \varphi_s) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

根据式(9)可以获得鼓形齿联轴器在纯翻转区最小间隙的位置。

如果式(9)无解或者解的范围超出齿面边界,则认为齿轮发生边缘接触。由于鼓形齿的齿宽比内齿圈小,故不考虑内齿圈端面发生边缘接触的情况。

要判断边缘接触具体发生在哪个边缘,首先需要对齿轮边缘进行离散化处理,计算离散点处对应的齿面间的间隙量,然后通过对比各点的间隙量,判断出哪个边缘处的间隙量最小,再根据边缘接触分析公式计算出边缘最小间隙点的位置。鼓形齿联轴器边缘的离散点如图 6 所示。以鼓形齿的齿顶和内齿圈的齿面接触为例,最小间隙点的求解公式为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_f^{(2)}(\varphi_h, l_p(l_z), l_z) &= \mathbf{R}_f^{(1)}(\varphi_g, l_g, \varphi_s) \\ \frac{\partial \mathbf{R}_f^{(2)}}{\partial l_z} \cdot \mathbf{n}_f^{(1)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

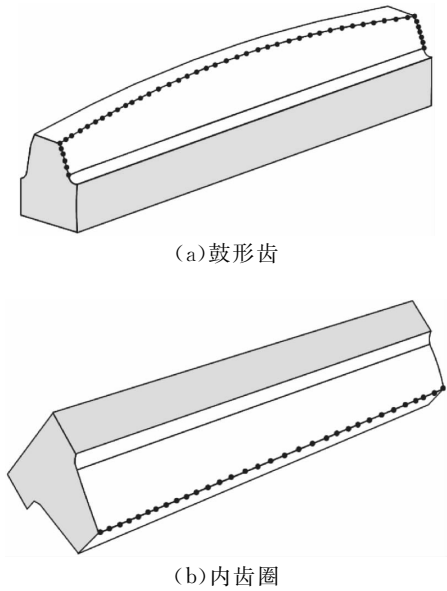


图 6 鼓形齿联轴器边缘离散点

图 7 是鼓形齿和内齿圈相邻齿面间的最小间隙量计算示意图,  $\varphi_{h1}$ 、 $\varphi_{s1}$  分别表示  $M_h$ 、 $M_s$  与  $o_t$  的连线与  $o_t x_t$  的夹角,  $\varphi'_{h1}$ 、 $\varphi'_{s1}$  分别表示  $M'_h$ 、 $M'_s$  与  $o_t$  的连线与  $o_t x_t$  的夹角。由于  $M_h$  和  $M'_h$ 、 $M_s$  和  $M'_s$  分别关于  $o_t x_t$  轴对称,因此,  $o_t M_h$ 、 $o_t M_s$  之间的夹角和  $o_t M'_h$ 、 $o_t M'_s$  之间的夹角相等,即工作面间和非工作面间的最小间隙相等,沿着分度圆方向的间隙量  $d_{sh}$  可以表示为

$$d_{sh} = R_f(\varphi_{h1} - \varphi_{s1}) \quad (11)$$

结合图 5b 和图 7 可以看出,在纯翻转区,鼓形齿和内齿圈工作面间和非工作面间均有大小为  $d_{sh}$

的周向干涉量。因此,要保证鼓形齿和内齿圈在倾角  $\theta$  下不发生干涉,需使鼓形齿联轴器的最小侧隙  $C$  为

$$C = \begin{cases} 2 |d_{sh}|, & d < 0 \\ 0, & d_{sh} \geq 0 \end{cases} \quad (12)$$

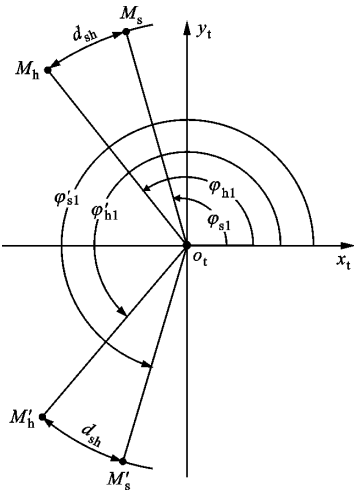


图 7 最小间隙量计算示意图

4 算例分析

本节以文献[5]中的鼓形齿联轴器参数为例,运用本文的最小侧隙设计方法,得到了不同轮齿位置处最小间隙点在鼓形齿齿面的轨迹以及一个圆周的最小量分布,并与文献[5]的结果进行了对比。为了验证本文提出的鼓形齿联轴器最小侧隙设计方法的准确性,与有限元计算结果也进行了对比。表 1 为该鼓形齿联轴器的基本参数。

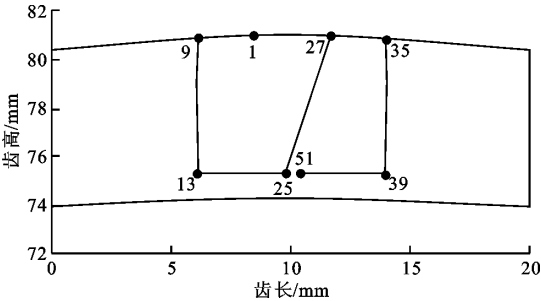
表 1 鼓形齿联轴器的基本参数

| 参数        | 数值     |      |
|-----------|--------|------|
|           | 鼓形齿    | 内齿圈  |
| 齿数        | 52     | 52   |
| 模数/mm     | 3      | 3    |
| 齿宽/mm     | 20     | 30   |
| 压力角/(°)   | 20     | 20   |
| 齿顶高/mm    | 3      | 3    |
| 齿根高/mm    | 3.75   | 3    |
| 位移圆半径/mm  | 155.42 |      |
| 刀具圆角半径/mm | 1.14   | 0.45 |

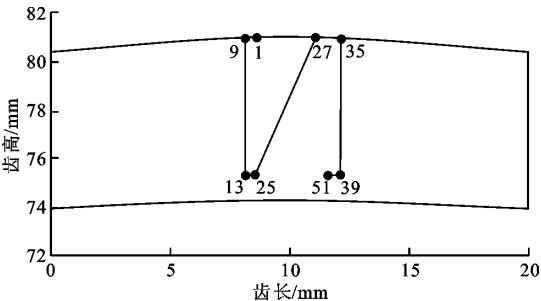
将图 1 中鼓形齿联轴器位于纯摆动区(转角 0°)位置的鼓形齿轮齿记为轮齿 1,顺时针依次标记为轮齿 2、轮齿 3,一直到轮齿 52。由于 Alfares 的论文中只给出了 8 个轮齿位置处最小间隙点形成的轨

迹,因此图 8 和图 9 分别给出了在倾角  $0.5^{\circ}$  和  $1^{\circ}$  下,这 8 个位置的鼓形齿齿面最小间隙点轨迹。

对比图 8a 和 8b、9a 和 9b 可以看出:本文方法和 Alfares 方法得到的最小间隙点轨迹的形状一致,但是某些轮齿的最小间隙点位置不一致,尤其在纯翻转区(轮齿 13、轮齿 39)附近,最小间隙点距离轮齿边缘更远,二者相距大约  $1/8$  齿宽。对比图 8a 和 9a 可以看出:随着倾角增大,纯翻转区(轮齿 13、轮齿 39)附近最小间隙点的位置更接近轮齿端面边缘,更易发生边缘接触,而且大部分轮齿的最小间隙点都处于鼓形齿的齿顶和齿根边缘。



(a)本文方法

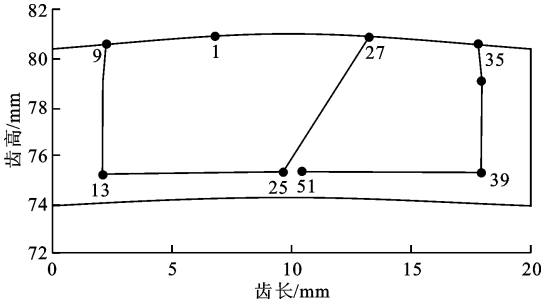


(b)Alfares 方法

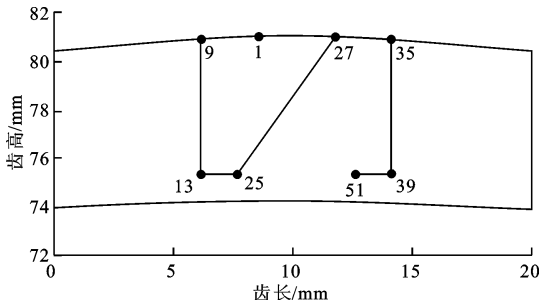
图 8 倾角  $0.5^{\circ}$  下鼓形齿齿面不同位置最小间隙点轨迹

倾角为  $0.5^{\circ}$  和  $1^{\circ}$  时,鼓形齿联轴器的最小间隙分布如图 10 所示,可以看出:当倾角为  $0.5^{\circ}$  时,在纯翻转区(转角  $90^{\circ}$ 、 $270^{\circ}$ )附近,本文方法比 Alfares 方法计算得到的最小间隙小  $5\text{ }\mu\text{m}$ ;当倾角为  $1^{\circ}$  时,在纯翻转区附近本文方法比 Alfares 方法计算得到的最小间隙小  $40\text{ }\mu\text{m}$ 。可见,本文方法计算得到的最小间隙比 Alfares 方法小,这是因为本文方法更加准确地找到了纯翻转区处的最小间隙点在鼓形齿齿面上的位置。

为了验证本文求解的最小间隙点位置较 Alfares 方法更加精确,将本文结果与有限元结果进行了对比。顺时针从纯摆动区位置开始对鼓形齿轮齿编号,依次计为轮齿 1、轮齿 2、轮齿 3,一直到轮齿 52。鉴于轮齿数目太多,图 11 中只给出了奇数编号



(a)本文方法



(b)Alfares 方法

图 9 倾角  $1^{\circ}$  下鼓形齿齿面不同位置最小间隙点轨迹

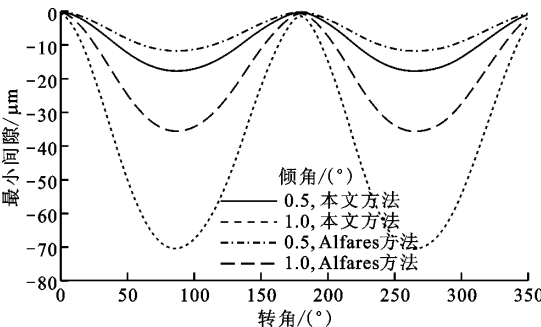


图 10 鼓形齿联轴器的最小间隙分布

轮齿在扭矩  $100\text{ N}\cdot\text{m}$  下,倾角  $0^{\circ}$ 、 $0.5^{\circ}$  和  $1^{\circ}$  的鼓形齿齿面接触应力云图。从图 11a 中可以看出, $0^{\circ}$  倾角下,鼓形齿与内齿圈为线接触,这是由于两者在中截面处的齿廓形状相同,同时也说明了本文建立的鼓形齿联轴器齿面模型是精确的。对比图 11b 和 8a、11c 和 9a 得出,倾角  $0.5^{\circ}$  和  $1^{\circ}$  下,本文方法和有限元方法得到的在纯翻转区(轮齿 13、39)的最小间隙点均位于距离轮齿端面  $1/4$  和  $1/8$  齿宽处,说明了本文方法和有限元方法可以获得一致的结果。因此,本文方法比 Alfares 方法更准确。

由式(12)给出的最小侧隙设计公式和图 10 给出的倾角  $0.5^{\circ}$ 、 $1^{\circ}$  时的最小间隙分布可以得出,该鼓形齿联轴器的最小侧隙的设计量为  $0.036\text{ mm}$  和  $0.144\text{ mm}$ 。如果鼓形齿和内齿圈之间不存在倾角,则最小侧隙的设计量为  $0\text{ mm}$ 。由此可以看出,最

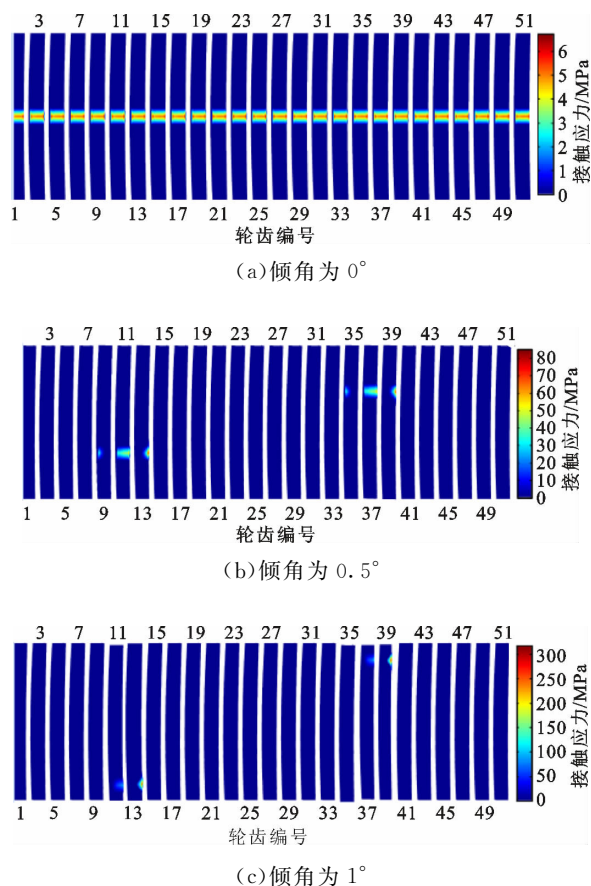


图 11 扭矩  $100 \text{ N} \cdot \text{m}$  下不同倾角的鼓形齿齿面接触应力分布

小侧隙设计量随着倾角的增大而增大。

## 5 结 论

本文提出了一种用于鼓形齿联轴器最小侧隙设计的方法,并且与 Alfares 方法进行了对比,之后通过有限元方法验证了本文方法的准确性,得到以下结论。

(1)在鼓形齿和内齿圈之间倾角为  $0^\circ$  时,最小侧隙设计量为  $0 \text{ mm}$ 。

(2)在倾角不为  $0^\circ$  时,无侧隙的鼓形齿和内齿圈将发生齿面干涉。因此,在倾角不为  $0^\circ$  时,需要计算在倾角下的最小侧隙设计量。

(3)鼓形齿联轴器的最小侧隙设计量,为无侧隙时纯翻转区的鼓形齿和内齿圈工作面间的最小间隙量绝对值的 2 倍。

(4)最小侧隙设计量随着倾角的增大而增大。

## 参考文献:

[1] LOCKE S R, CORCORAN J P, THORP J, et al. Coupling credible failure modes and owner options to

intervene [C] // Proceedings of 42nd Turbomachinery Symposium. College Station, TX, USA: Turbomachinery Laboratory, 2013: 1-30.

- [2] GUO Y, LAMBERT S, WALLEN R, et al. Theoretical and experimental study on gear-coupling contact and loads considering misalignment, torque, and friction influences [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 98(8): 242-262.
- [3] 彭艳, 孙建亮, 张阳, 等. 板带轧机稳定运行动力学模型体系及其工业应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2018: 143-170.
- [4] NAKASHIMA K. Teeth contact behavior and load distribution of gear coupling [J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers; Part C, 1988, 54(502): 1302-1307.
- [5] ALFARES M, FALAH A, ELKHOLY A. Clearance distribution of misaligned gear coupling teeth considering crowning and geometry variations [J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(10): 1258-1272.
- [6] OHSHIMA F, HIRATA S, YOSHINO H. Study on tooth contact of gear couplings [J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers; Part C, 2012, 78(6): 639-649.
- [7] HAKOZAKI Y, SHIMACHI S. Equalization about the tooth bearing area for the shaft angle of gear coupling [J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers; Part C, 2007, 73(2): 594-601.
- [8] GUAN Y B, FANG Z D, YANG X H, et al. Tooth contact analysis of crown gear coupling with misalignment [J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 126(8): 295-311.
- [9] 刘鹄然, 楼易, 刘全红. 成形法加工鼓形齿轮 [J]. 中国重型装备, 2008, 25(2): 20-24.  
LIU Huran, LOU Yi, LIU Quanhong. Crowned teeth gear machined by shaping method [J]. Heavy Machinery Science and Technology, 2008, 25(2): 20-24.
- [10] 毛世民, 孟平德, 张瑞谦, 等. 鼓形齿联轴器成形法加工的参数优化及啮合性能 [J]. 机械科学与技术, 1994, 13(4): 89-93.  
MAO Shimin, MENG Pingde, ZHANG Ruiqian, et al. Process parameter optimization meshing performance of crown gear coupling [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 1994, 13(4): 89-93.
- [11] 彭福华, 刘梅艳. 鼓形齿轮联轴器齿面接触分析与试验 [J]. 吉林大学学报(工学版), 1989, 33(2): 103-111.  
PENG Fuhua, LIU Meiyuan. Analyses and experiments

- on tooth surface contact of crown gear coupling [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 1989, 33(2): 103-111.
- [12] 彭福华, 彭书志. 鼓形齿轮齿面共轭滚切规律 [J]. 吉林大学学报(工学版), 1992, 36(4): 82-87.  
PENG Fuhua, PENG Shuzhi. The rule of tooth surface of the crowned gear on conjugate hobbing [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 1992, 36(4): 82-87.
- [13] 彭福华, 彭书志. 共轭滚切联轴器鼓形齿轮齿面的形成 [J]. 机械工程学报, 1994, 30(1): 183-190.  
PENG Fuhua, PENG Shuzhi. Study on the form of the tooth surface of crowned gear on conjugate hobbing clutch [J]. Journal of Mechanical Engineering, 1994, 30(1), 183-190.
- [14] 易传云, 杨叔子, 杨元山. 非共轭齿面鼓形齿联轴器运动分析 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 1994, 22(7): 111-116.  
YI Chuanyun, YANG Shuzi, YANG Yuanshan. A kinematic analysis of non-conjugate crowned teeth coupling [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 1994, 22(7): 111-116.
- [15] YI Chuanyun. Analysis of the meshing of crown gear coupling [J]. Journal of Shanghai University, 2005, 9(6): 527-533.
- [16] 易传云, 孙国正, 杨叔子, 等. 共轭齿面鼓形齿联轴器诱导法曲率和相对滑动系数分析 [J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 1997, 39(2): 117-123.  
YI Chuanyun, SUN Guozheng, YANG Shuzi, et al. On the inducing curvature and the relative sliding rate of conjugate crown gear coupling [J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 1997, 39(2): 117-123.
- [17] 李月潭, 张兰义. 鼓形齿轮联轴器渐开线齿廓的理论分析 [J]. 吉林大学学报(工学版), 1997, 41(3): 67-72.  
LI Yuetan, ZHANG Lanyi. Theoretical analysis on involute profile of drum tooth coupling [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 1997, 41(3): 67-72.
- [18] 魏家麒, 张开林, 姚远. 具有轴间倾角的鼓形齿联轴器啮合状态及受力分析 [J]. 机械传动, 2015, 39(9): 1-6.  
WEI Jiaqi, ZHANG Kailin, YAO Yuan. Meshing state and force analysis of the crown gear coupling with inter-axial tilt angle [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2015, 39(9): 1-6.
- (编辑 陶晴)
- (上接第 125 页)
- [19] YU Q, WANG X, CHENG Y. Magnetic modeling of saliency effect for saturated electrical machines with a new calculation method [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2016, 52(6): 1-6.
- [20] YAVUZ S, PARSPOUR N, LIANG M. Analytical modelling of a parametrized switched reluctance motor with adapting flux tube method [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Industrial Technology. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2018: 335-340.
- [21] YU Q, LAUDENSACK C, GERLING D. An analytical network for switched reluctance machines with highly saturated regions [C]// Proceedings of International Aegean Conference on Electrical Machines & Power Electronics & Electromotion. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 250-254.
- [22] ZHU Z Q, LEE B, HUANG L, et al. Contribution of current harmonics to average torque and torque ripple in switched reluctance machines [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2017, 53(3): 1-9.
- [23] 孙剑波. 开关磁阻电机的减振降噪和低转矩脉动研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2005: 14-15.
- [24] 詹琼华. 开关磁阻电动机 [M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1992: 114-116.
- [25] PENG F, EMADI A. A digital PWM current controller for switched reluctance motor drives [C]// Proceedings of Transportation Electrification Conference and Expo. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2014: 1-6.
- [26] GAN C, WU J, SUN Q, et al. Low-cost direct instantaneous torque control for switched reluctance motors with bus current detection under soft-chopping mode [J]. IET Power Electronics, 2016, 9(3): 482-490.
- [27] SUN Q, WU J, GAN C, et al. OCTSF for torque ripple minimisation in SRMs [J]. IET Power Electronics, 2016, 9(14): 2741-2750.
- [28] 朱叶盛, 章国宝, 黄永明. 基于 PWM 的开关磁阻电机直接瞬时转矩控制 [J]. 电工技术学报, 2017, 32(7): 31-39.  
ZHU Yesheng, ZHANG Guobao, HUANG Yongming. PWM-based direct instantaneous torque control of switched reluctance machine [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(7): 31-39.
- (编辑 陶晴)