

DOI: 10.7652/xjtuxb201901002

混合弹流润滑修形斜齿轮齿面摩擦功率损耗

张西金, 方宗德, 郭芳, 杨涛
(西北工业大学机电学院, 710072, 西安)

摘要: 针对斜齿轮修形设计中齿面摩擦功率损耗的问题,研究了斜齿轮齿廓修形、齿向修形和拓扑修形方法,基于齿轮接触分析和齿面承载接触分析提出了修形齿轮齿面摩擦功率损耗及混合弹流润滑条件下修形齿轮摩擦系数计算方法。对齿廓修形、齿向修形及拓扑修形斜齿轮修形参数与齿面摩擦功率损耗的关系进行了仿真,结果表明:对于齿廓修形,修形量对功率耗损影响较小,而且齿廓修形功率耗损波动较小,对传动有利;对于齿向四阶修形曲线,修形长度变化对功率损耗影响较大,而且齿向修形长度增大后功率耗损波动增大,对传动不利;与单纯齿向修形相比,修形长度较大时拓扑修形下功率损耗波动量减小,对传动有利。

关键词: 斜齿轮;修形;齿面承载接触分析;混合弹流润滑;功率损耗

中图分类号: TH11 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2019)01-0011-07

Frictional Power Loss on Tooth Surface of Modified Helical Gear Under Condition of Mixed Elasto-Hydrodynamic Lubrication

ZHANG Xijin, FANG Zongde, GUO Fang, YANG Tao
(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Considering the problem of frictional power loss on the tooth surface of a modified helical gear, a strategy for profile, lead and topological modifications of helical gear is proposed. Following tooth contact analysis and loaded tooth contact analysis, the computing algorithms for frictional power loss as well as friction coefficient under the condition of mixed elasto-hydrodynamic lubrication are presented. For profile, lead or topological modification, the relations between modification parameters and frictional power loss on the tooth surface are simulated. The simulation shows that modification amplitude has little influence on power loss in the case of profile modification, and the fluctuation of power loss is slight, so gear transmission performance is good. As to 4-order curve of lead modification, the power loss is affected greatly by the change of modification length, the fluctuation of power loss is large and has an adverse impact on transmission after increasing modification length. Compared with single lead modification, topological modification reduces the fluctuation of power losses in large modification length, and it is helpful to improve gear transmission performance.

Keywords: helical gear; tooth modification; loaded tooth contact analysis; mixed elasto-hydrodynamic lubrication; power loss

斜齿轮具有重合度大、承载能力强等特点,因而在工业领域得到了广泛的应用。齿轮修形可以改善

齿轮的传动性能^[1-2],其不仅应提高齿轮的承载能力、减小传动误差及振动,而且应具有较小的齿面摩

擦力,以便齿轮达到最好的综合性能。因此,研究修形斜齿轮的齿面摩擦功率损耗具有重要意义。

近年来,斜齿轮修形研究取得了一定进展。Litvin 等提出了一种新的拓扑修形齿面,采用齿轮接触分析(TCA)技术进行了接触路径和传动误差分析,并应用有限元接触分析方法研究了轮齿弯曲应力和接触应力^[3]。Valex 等研究了高重合度锥齿轮的齿廓修形公式,可基于传动误差波动量设计最优的修形量^[4]。Eritenel 等研究了包含齿廓和齿向修形的齿轮非线性振动特性^[5]。方宗德推导了修形斜齿轮的齿面接触与边缘接触的全部计算,探讨了齿面修形对改善齿轮传动性能的作用,并在 TCA 的基础上提出了一种结合有限元方法和非线性数学规划方法的齿轮承载接触分析(LTCA)技术,应用该技术对修形斜齿轮进行了计算,探讨了刀具修形及数字控制机床修形 2 种方法^[2,6]。蒋进科等通过理论齿面叠加修形齿面,基于 TCA 和 LTCA 技术,建立动力学模型,通过三维修形完成了宽斜齿轮多目标齿面优化^[7]。Baglioni 等采用 Niemann 公式及完全弹流润滑公式分析了锥齿轮的齿顶修形效率^[8]。Diez-Ibarbia 等采用 Niemann 和混合弹流润滑 2 种摩擦系数公式研究了修缘锥齿轮的效率^[9]。

综上所述,目前国内外的齿轮修形技术研究主要集中在传动性能、承载能力等方面,由于修形齿轮的润滑问题较复杂,对修形齿轮的效率研究较少,尤其是混合弹流润滑情况下各种修形齿轮的效率研究。本文在混合弹流润滑情况下,研究了修形斜齿轮的齿面摩擦功率损耗计算方法、修形参数对功率耗损的影响,可为斜齿轮修形设计提供一定的参考。

1 斜齿轮修形

斜齿轮修形包括齿廓修形、齿向修形和拓扑修形 3 种形式。齿廓修形通过改变齿轮刀具切削刃的形状实现。通常情况下,齿轮刀具常规的直线形切削刃改变为圆弧形、抛物线形等形式。本文研究的圆弧形齿廓修形,即为齿轮刀具切削刃在法平面内为圆弧形,而且只针对小轮修形。建立如图 1 所示的动坐标系,可以看出:2 个坐标系建立在固定于小轮的加工刀具齿条上; x_{c10} - o_{c10} - y_{c10} 为齿条齿宽中心处的法平面,采用圆弧形切削刃; R 为圆弧半径, R 越小则修形量越大;圆弧与原来的直线形切削刃相切,切点和节线与直线形切削刃的交点的距离为 c ; a 为节线上的法向半齿厚; θ_1 为圆弧切削刃上的点半径方向与 y_{c10} 轴的夹角。节线上下工作齿面的修

形量应不同,一般要求齿根部位齿面的修形量小于齿顶部位齿面的修形量,以确保修形不会明显减小齿根弯曲疲劳强度。

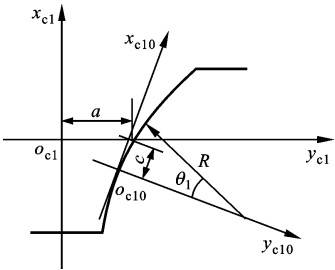


图 1 修形刀具齿形

齿向采用鼓形修形,中间段采用直线,两侧采用曲线,本文采用四阶修形曲线。齿向修形如图 2 所示,其中: δ 为齿向各点修形量; $\delta_{\max}$ 齿向最大修形量; L 为齿向各点修形长度; $L_{\max}$ 为齿向最大修形长度; b 为齿宽。

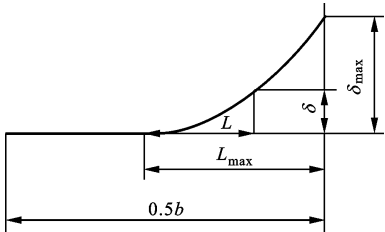
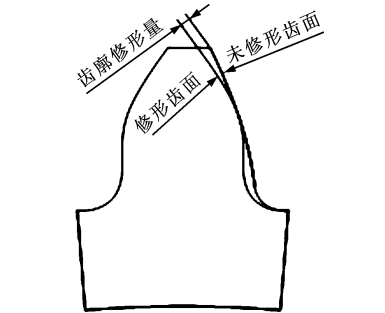
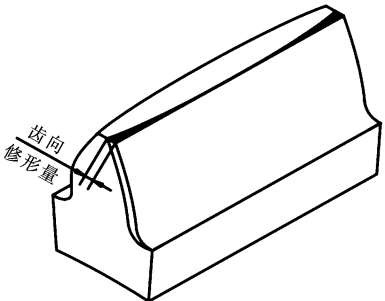


图 2 齿向鼓形修形

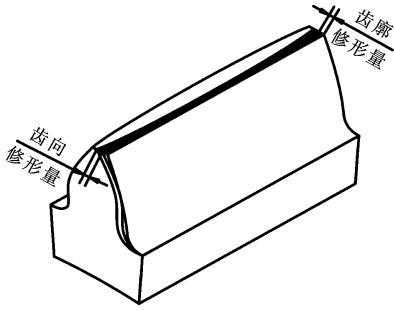
在圆弧形齿廓刀具展成加工齿轮的基础上,齿向采用鼓形修形,形成拓扑修形。3 种修形的示意图见图 3。



(a) 齿廓修形



(b) 齿向修形



(c) 拓扑修形

图 3 斜齿轮修形示意图

在 $x_{c10}-o_{c10}-y_{c10}$ 平面中,刀具齿面的四元位矢 $\mathbf{r}_{c10}$ 表示为

$$\mathbf{r}_{c10} = \begin{bmatrix} u_1 \\ R - \sqrt{R^2 - u_1^2} \\ v_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: u_1 为 x_{c10} 坐标值; v_1 为 z_{c10} 坐标值。

采用对称的齿向修形方式,即齿向两侧的最大修形量和最大修形长度分别相同。齿向修形公式为

$$\delta = \delta_{\max} (L/L_{\max})^4 \quad (2)$$

2 齿面摩擦功率损耗模型

2.1 齿面摩擦功率损耗

齿面摩擦功率损耗主要由齿轮啮合点间存在的相对滑动造成。不考虑其他功率损耗,混合弹流润滑条件下,1 对齿轮啮合时齿面摩擦功率损耗的计算公式为

$$W_f = \mu_{ML,\psi}(\psi) F_{n,\psi}(\psi) v_{s,\psi}(\psi) \quad (3)$$

式中: ψ 为小轮转动角度,对应齿面上某个啮合点; $\mu_{ML,\psi}(\psi)$ 是混合弹流润滑条件下对应啮合点处的摩擦系数; $F_{n,\psi}(\psi)$ 为对应啮合点处的法向力; $v_{s,\psi}(\psi)$ 为对应啮合点处的滑动速度。

式(3)仅考虑了 1 对齿轮的啮合情况,实际上斜齿轮重合度都大于 1,在某一瞬时可能会有几对轮齿同时参与啮合,而且各齿轮的摩擦情况不同。若某一瞬时有 m 对齿轮同时啮合,则齿轮的瞬时齿面摩擦功率损耗可以定义为

$$W_{f,\text{tot}} = \sum_{n=1}^m \mu_{ML,\psi,n}(\psi) F_{n,\psi,n}(\psi) v_{s,\psi,n}(\psi) \quad (4)$$

2.2 摩擦系数

摩擦系数是影响功率损耗的一个重要因素,不同润滑状态下的摩擦系数不同。齿轮工作过程中一般处于混合弹流润滑状态,混合弹流润滑摩擦系数可以

通过边界润滑摩擦系数和弹流润滑摩擦系数加权的形式表示。小轮不同转角对应不同的齿面啮合点,在第 i 个啮合点混合弹流润滑摩擦系数 $\mu_{ML}(i)$ [9-10] 定义为

$$\mu_{ML}(i) = \mu_{FL}(i) f_{\lambda}(i) + \mu_{BDR} [1 - f_{\lambda}(i)] \quad (5)$$

$$f_{\lambda}(i) = 1.21\lambda(i)^{0.64} / [1 + 0.37\lambda(i)^{1.26}] \quad (6)$$

$$\lambda(i) = h_c(i) / R_a \quad (7)$$

式中: $\mu_{FL}(i)$ 为弹流润滑摩擦系数; $f_{\lambda}(i)$ 为摩擦系数分配系数; μ_{BDR} 为边界润滑摩擦系数,取 0.227 098 [9,11]; $h_c(i)$ 为中心油膜厚度; R_a 为齿面等效平均粗糙度。

修形齿轮为点接触啮合,接触印痕为椭圆,因此中心油膜厚度 [12] 计算公式为

$$h_c(i) = 2.69 R_x(i) U^{0.67}(i) G^{0.53} Q^{-0.67}(i) \cdot (1 - 0.61 e^{-0.73\kappa}) \phi_i(i) \quad (8)$$

$$U(i) = \frac{\mu_0 v_r(i)}{E' R_x(i)} \quad (9)$$

$$v_r(i) = | \mathbf{v}_p(i) + \mathbf{v}_g(i) | / 2 \quad (10)$$

$$G \approx \alpha E' \quad (11)$$

$$Q(i) = \frac{W(i)}{E' R_x^2(i)} \quad (12)$$

式中: μ_0 为环境黏度; $v_r(i)$ 为滚动速度; $\mathbf{v}_p(i)$ 和 $\mathbf{v}_g(i)$ 分别为啮合点处小轮和大轮的速度; α 为压力黏度系数; $W(i)$ 为法向载荷; κ 为椭圆率; $\phi_i(i)$ 为考虑温度影响的修正系数,计算公式见文献 [13]; $R_x(i)$ 为啮合点处等效半径,可由啮合点处小轮和大轮的曲率半径 $\rho_p(i)$ 和 $\rho_g(i)$ 计算得到; E' 为等效弹性模量,可由小轮和大轮的弹性模量 E_1 、 E_2 ,泊松比 ν_1 、 ν_2 计算得到。 $R_x(i)$ 和 E' 的计算公式为

$$R_x(i) = \frac{\rho_p(i) \rho_g(i)}{\rho_p(i) + \rho_g(i)} \quad (13)$$

$$E' = 2 / \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \quad (14)$$

弹流润滑状态是两齿面完全被油膜分开的理想状态,此时摩擦系数最小,功率损耗最小。Xu 对弹流润滑状态进行了大量研究工作,获得的弹流润滑摩擦系数计算公式 [14] 为

$$\mu_{FL}(i) = e^{f(R_{s,r}(i), P_h(i), \eta, R_a)} P_h^{b_2}(i) |R_{s,r}(i)|^{b_3} \cdot v_e^{b_5}(i) \eta^{b_7} R_x^{b_8}(i) \quad (15)$$

$$f(R_{s,r}(i), P_h(i), \eta, R_a) = b_1 + b_4 |R_{s,r}(i)| \cdot P_h(i) \log(\eta) + b_5 e^{-|R_{s,r}(i)| P_h(i) \log(\eta)} + b_9 e^{R_a} \quad (16)$$

$$R_{s,r}(i) = \frac{v_s(i)}{v_r(i)} \quad (17)$$

$$v_s(i) = | \mathbf{v}_p(i) - \mathbf{v}_g(i) | \quad (18)$$

式中: $R_{s,r}(i)$ 为齿面速度滑滚比; $P_h(i)$ 为齿面啮合

点接触应力; η 为润滑油的动态黏度; $b_1 = -8.916\ 465, b_2 = 1.033\ 03, b_3 = 1.036\ 077, b_4 = -0.354\ 068, b_5 = 2.812\ 084, b_6 = -0.100\ 601, b_7 = 0.752\ 755, b_8 = -0.390958, b_9 = 0.620\ 305$; $v_e(i)$ 为卷吸速度, $v_e(i) = |\mathbf{v}_{p,t}(i) + \mathbf{v}_{g,t}(i)|/2$, 其中 $\mathbf{v}_{p,t}(i)$ 和 $\mathbf{v}_{g,t}(i)$ 分别为啮合点小轮速率和大轮速度在切面上的投影分量; $v_s(i)$ 为齿面相对滑动速度。

3 齿面摩擦功率损耗模型参数

齿面摩擦功率损耗模型的主要参数通过 TCA 及 LTCA 获得。通过 TCA 可以得到的参数包括:小轮接触椭圆短轴方向曲率半径 ρ_p 、大轮接触椭圆短轴方向曲率半径 ρ_g 、小轮啮合点速度 v_p 、大轮啮合点速度 v_g 、椭圆率 κ 等。通过 LTCA 可以得到的参数包括齿面啮合点的赫兹应力 P_h 、法向力 $F_n(\theta)$ 等。

小轮转速取为 5 000 r/min,力矩取为 450 N·m,等效弹性模量取为 219 700 MPa,小轮和大轮齿面粗糙度取为 0.35 μm ,压力黏度系数取为 9.68 GPa^{-1} ,环境黏度取为 0.135 Pa·s,黏温系数取为 0.021 7 K^{-1} ,润滑油热导率取为 0.117 6 $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。

齿轮基本参数为:小轮齿数 30,大轮齿数 45,法面模数 6,压力角 20°,螺旋角 15°。该对齿轮副理论上 有 3 对齿同时啮合,假设小轮和大轮的每个齿面上有 15 个瞬时啮合位置。图 4 表示小轮齿面上的啮合位置,编号 1~15 表示啮合顺序,小轮沿啮合线从齿根到齿顶依次有 15 个瞬时啮合位置,大轮齿面上对应的各啮合位置编号与小轮啮合位置编号相同。

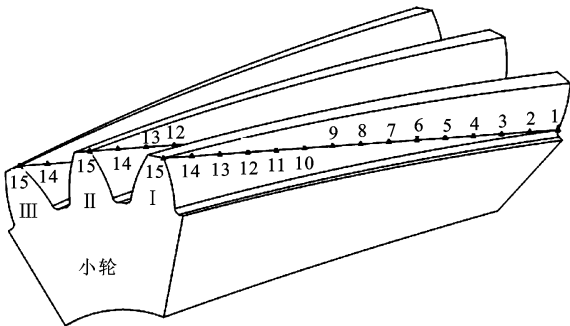


图 4 小轮各瞬时啮合位置

假设 φ_T 为小轮在一个啮合周期内转过的角度,将 φ_T 等分为 5 份,若用 φ 表示小轮转角,则该对齿轮副理论上各瞬时啮合情况如表 1 所示。

4 修形斜齿轮的齿面摩擦功率损耗

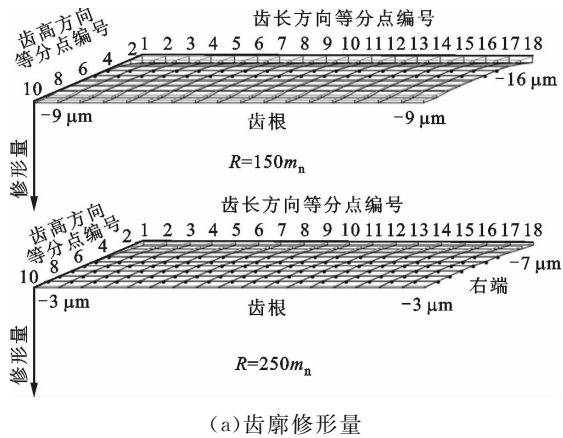
4.1 齿廓修形斜齿轮的齿面摩擦功率损耗

设计圆弧半径 $R=K_1 m_n$,式中 K_1 为齿廓修形

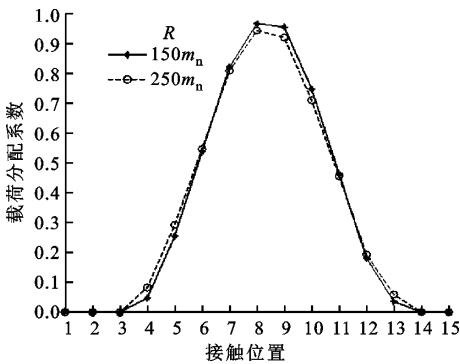
表 1 轮齿副理论上各瞬时啮合情况

φ	啮合情况
0	3 对齿啮合,第 I 对齿第 11、第 II 对齿第 6、第 III 对齿第 1 啮合位置同时啮合。
$0.2\varphi_T$	3 对齿啮合,第 I 对齿第 12、第 II 对齿第 7、第 III 对齿第 2 啮合位置同时啮合。
$0.4\varphi_T$	3 对齿啮合,第 I 对齿第 13、第 II 对齿第 8、第 III 对齿第 3 啮合位置同时啮合。
$0.6\varphi_T$	3 对齿啮合,第 I 对齿第 14、第 II 对齿第 9、第 III 对齿第 4 啮合位置同时啮合。
$0.8\varphi_T$	3 对齿啮合,第 I 对齿第 15、第 II 对齿第 10、第 III 对齿第 5 啮合位置同时啮合。
φ_T	3 对齿啮合,第 I 对齿第 11、第 II 对齿第 6、第 III 对齿第 1 啮合位置同时啮合。

参数, m_n 为法向模数,为了不影响接触强度,圆弧半径不应太小。在 R 为 $150m_n$ 和 $250m_n$ 两种条件下,对齿廓修形斜齿轮的齿面摩擦情况进行仿真,结果如图 5 所示。为使齿根部位修形量小于齿顶部修形量, c 取为 0.5 mm。若第 i 个啮合位置处接触椭圆长轴上的离散载荷 $p_{i,j}(j=1,\cdots,k)$ 由 LTCA 计算得出, P 为法向总载荷,则该啮合位置处的载荷分配系数计算公式为



(a) 齿廓修形量



(b) 载荷分配系数

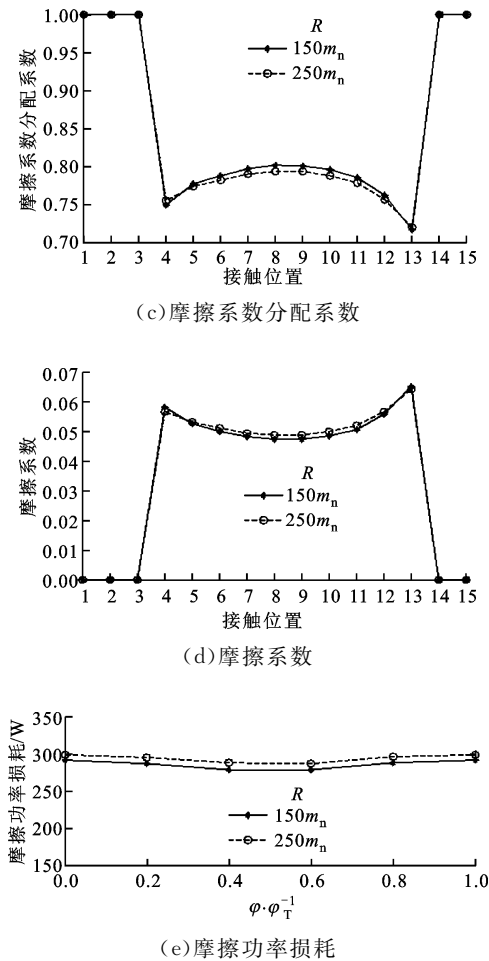


图 5 齿廓修形斜齿轮的齿面摩擦情况

$$L(i) = \sum_{j=1}^k p_{i,j}/P \quad (19)$$

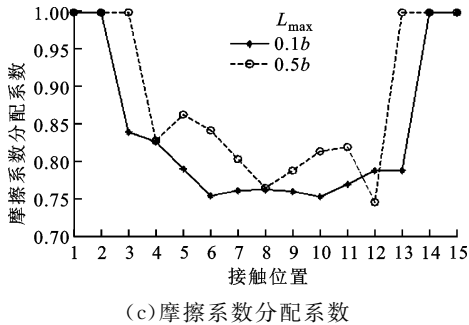
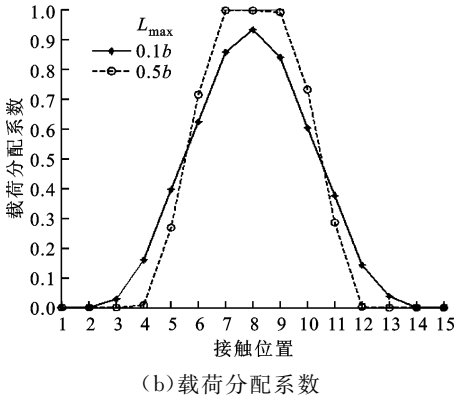
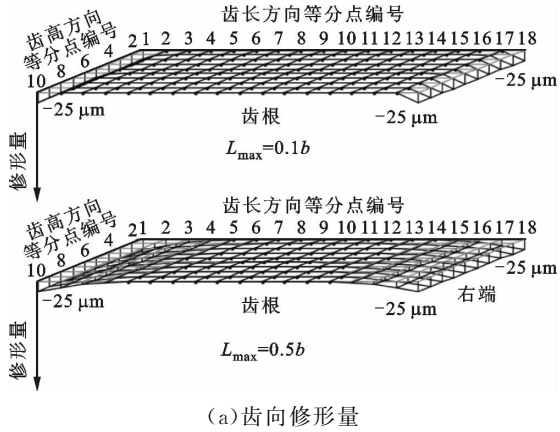
从图 5a 可以看出,齿顶修形量比齿根修形量大,这样的修形对齿根弯曲强度影响小。从图 5b 可以看出,啮合点 1、2、3、14 和 15 实际没有进入啮合状态,结合表 1 可以知道小轮转角各位置实际只有 2 对齿啮合。从图 5c 可以看出,两侧未实际啮合的点完全被润滑油膜隔开,摩擦系数分配系数为 1;中间接触区域摩擦系数分配系数在 0.71~0.81 之间,处于混合摩擦状态,且以弹流润滑为主。从图 5d 可以看出:由于两侧未实际啮合的点完全被润滑油膜隔开,所以接触应力为 0,弹流润滑摩擦系数为 0,摩擦系数也为 0;在实际啮合点中,最中间位置摩擦系数稍小,修形量对摩擦系数影响较小。从图 5e 可以看出,在载荷、摩擦系数、滑动速度和啮合状态共同作用下,小轮转角在 $0.4\varphi_T$ 和 $0.6\varphi_T$ 时功率耗损较小。综上所述,修形量变化对功率耗损影响较小,齿廓修形引起的功率耗损波动较小,对传动有利。

4.2 齿向修形斜齿轮的齿面摩擦功率损耗

齿向修形参数包括最大修形量和最大修形长

度。对于高精度齿轮,ISO 推荐的齿向鼓形最大修形量为 $10\sim 25\text{ }\mu\text{m}$ ^[15]。在相同的修形长度下,由于修形量很小,对功率损耗的影响也很小,所以本文仅研究修形长度对功率损耗的影响。取最大修形量为 $25\text{ }\mu\text{m}$,在最大修形长度为 $0.1b$ 和 $0.5b$ 两种条件下,对齿向修形斜齿轮的齿面摩擦情况进行仿真,结果如图 6 所示。

从图 6a 可以看出,齿向采用对称鼓形修形,两侧修形情况相同。从图 6b 可以看出,最大修形长度增大后,实际啮合点减少,中间啮合点载荷增大,而两侧啮合点载荷减小。从图 6c 可以看出,两侧摩擦系数分配系数为 1,中间接触区域摩擦系数分配系数在 0.74~0.87 之间,以弹流润滑为主。从图 6d 可以看出,齿宽方向中心区域载荷大,摩擦系数较



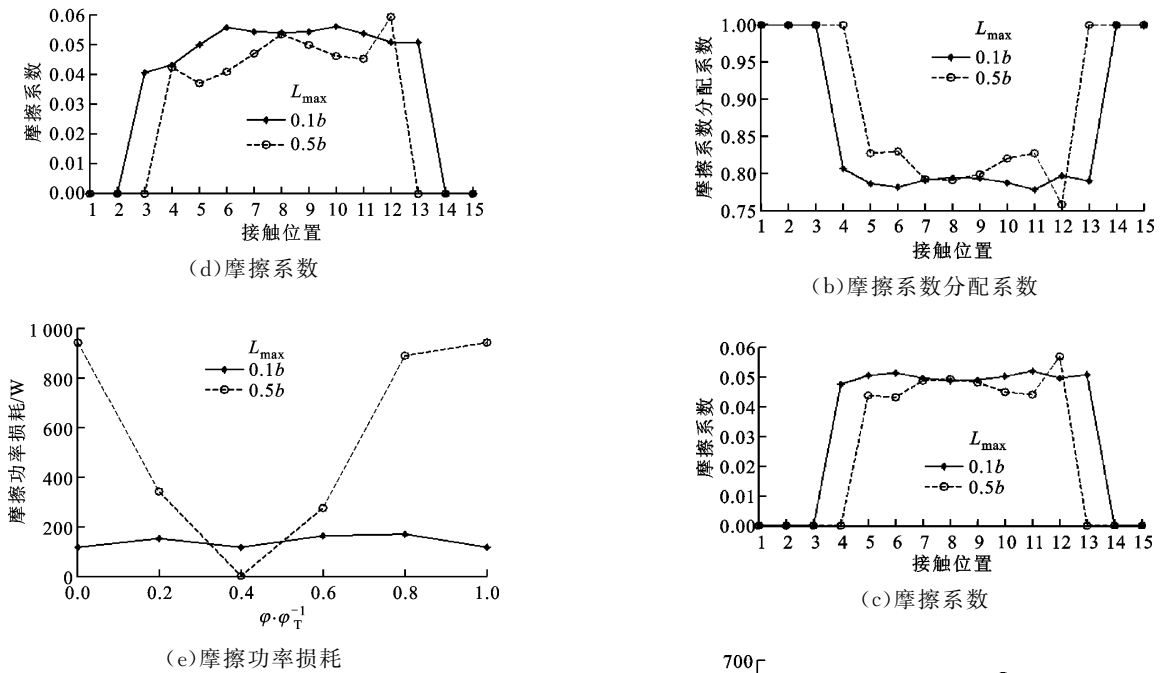
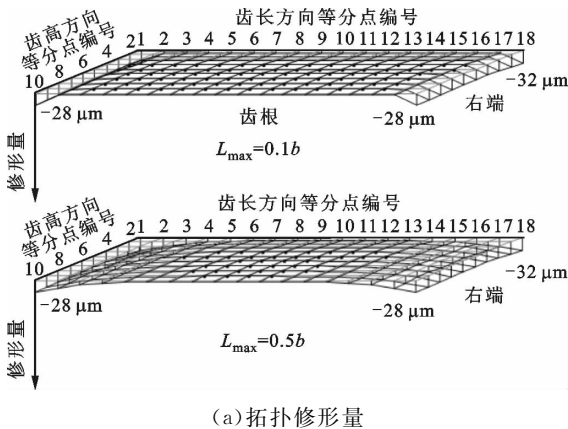


图6 齿向修形斜齿轮的齿面摩擦情况

大。从图 6e 可以看出：当小轮转角为 $0、0.2\varphi_T、0.6\varphi_T$ 和 $0.8\varphi_T$ 时，最大修形长度大则功率损耗大；当小轮转角为 $0.4\varphi_T$ 时，最大修形长度大则耗损功率小。这是因为当小轮转角为 $0.4\varphi_T$ 时：在最大修形长度为 $0.1b$ 情况下，啮合点 3 和 13 载荷较大，功率损耗较大；在最大修形长度为 $0.5b$ 情况下，只有啮合点 8 实际啮合，虽然该点载荷大，但滑动速度很小，所以该位置功率耗损很小。综上所述，修形长度变化对功率损耗影响较大，齿向修形长度增大引起功率损耗波动较大，对传动不利。

4.3 拓扑修形斜齿轮的齿面摩擦功率损耗

取齿廓修形参数 $c=0.5\text{ mm}、R=250m_n$ ，齿向最大修形量 $25\text{ }\mu\text{m}$ ，在最大修形长度为 $0.1b$ 和 $0.5b$ 2 种条件下，对拓扑修形斜齿轮的齿面摩擦情况进行研究，结果如图 7 所示。



(a)拓扑修形量

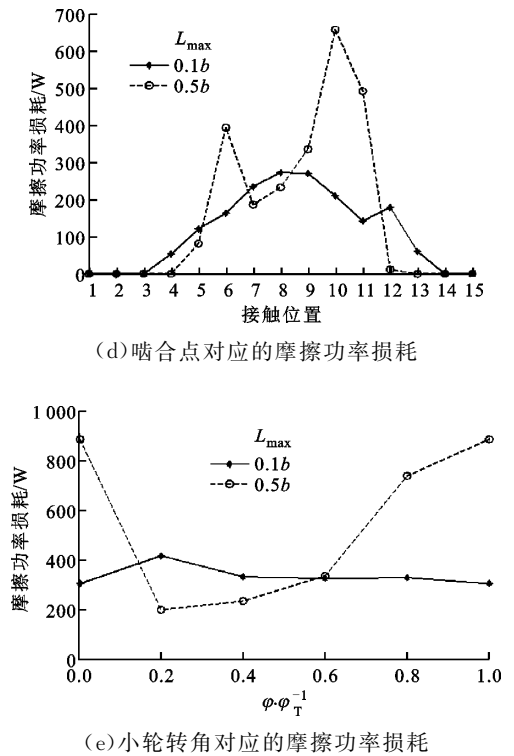


图7 拓扑修形斜齿轮的齿面摩擦情况

从图 7a 可以看出，齿顶修形量比齿根修形量大，对齿根弯曲强度影响小。从图 7b 可以看出，由于两侧未实际啮合的点摩擦系数分配系数为 1，中间接触区域摩擦系数分配系数为在 $0.75\sim0.85$ 之间，以弹流润滑为主。从图 7c 可以看出，两侧未实际啮合的点摩擦系数为 0，齿宽方向中心区域载荷较大，因而摩擦系数较大。从图 7d 可以看出，由于齿宽中心区域载荷较大，齿面摩擦功率损耗也较大。当最大修形长度为 $0.5b$ 时，在啮合点 7 出现波谷。

这是由该处滑动速度很小造成的。结合图 6e 和图 7e 可以看出,当最大修形长度为 0.5b 时,与单纯齿向修形相比,拓扑修形引起的功率损耗波动较小,对传动有利。

5 结 论

(1)研究了斜齿轮的齿廓修形、齿向修形和拓扑修形方法,基于 TCA 和 LTCA 提出了修形斜齿轮齿面摩擦功率损耗及混合弹流润滑条件下修形斜齿轮摩擦系数计算方法,为修形斜齿轮齿面摩擦功率损耗分析奠定了基础。

(2)对斜齿轮的齿廓修形、齿向修形和拓扑修形的修形参数与摩擦损耗功率之间的关系进行了仿真。对于齿廓修形,修形量变化对功率损耗的影响较小,而且齿廓修形损耗功率波动较小,对传动有利。对于齿向修形,最大修形长度变化对功率损耗影响较大,而且最大齿向修形长度增大后损耗功率波动增大,对传动不利。与齿向修形相比,修形长度较大时,拓扑修形下功率损耗波动量减小,对传动有利。

(3)通过修形改变了啮合点的等效曲率半径,从而接触应力、啮合点速度、接触椭圆率等发生了变化,因此弹流润滑摩擦系数、摩擦系数分配系数、摩擦功率损耗也随之发生了变化。下一步将深入研究齿向修形曲线及参数,以便减少摩擦功率损耗波动。

参考文献:

- [1] 王统,贾毅,邱良恒,等. 渐开线齿轮修形方法的进展 [J]. 上海交通大学学报, 1998, 32(5): 133-137.
WANG Tong, JIA Yi, QIU Liangheng, et al. Progress outline of gear tooth profile modification [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 1998, 32(5): 133-137.
- [2] 方宗德. 修形斜齿轮的轮齿接触分析 [J]. 航空动力学报, 1997, 12(3): 247-250.
FANG Zongde. Tooth contact analysis of modified helical gears [J]. Journal of Aerospace Power, 1997, 12(3): 247-250.
- [3] LITVIN F L, GONZALEZ-PEREZ I, FUENTES A, et al. Topology of modified surfaces of involute helical gears with line contact developed for improvement of bearing contact, reduction of transmission errors, and stress analysis [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2005, 42(9): 1063-1078.
- [4] VELEX P, BRUYERE J, GU X. An alternative approach to the definition of profile modifications in high-

contact-ratio spur gears [J]. Journal of Mechanical Design, 2015, 137(3): 032602.

- [5] ERITENEL T, PARKER R G. Nonlinear vibration of gears with tooth surface modifications [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2013, 135: 051005.
- [6] 方宗德. 修形斜齿轮的承载接触分析 [J]. 航空动力学报, 1997, 12(3): 251-254.
FANG Zongde. Loaded tooth contact analysis of modified helical gears [J]. Journal of Aerospace Power, 1997, 12(3): 251-254.
- [7] 蒋进科,方宗德,苏进展. 宽斜齿轮多目标修形优化设计 [J]. 西安交通大学学报, 2014, 48(8): 91-97.
JIANG Jinke, FANG Zongde, SU Jinzhan. Multi-objective optimal and modified design for wide helical gear [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2014, 48(8): 91-97.
- [8] BAGLIONI S, CIANETTI F, LANDI L. Influence of the addendum modification on spur gear efficiency [J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 49: 216-233.
- [9] DIEZ-IBARBIA A, FERNANDEZ-DEL-RINCON A, DE-JUAN A, et al. Frictional power losses on spur gears with tip reliefs: the friction coefficient role [J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 121: 15-27.
- [10] CASTRO J, SEABRA J. Coefficient of friction in mixed film lubrication: gears versus twin-discs [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part J Journal of Engineering Tribology, 2007, 221(3): 399-411.
- [11] CHONG W W F, DE LA CRUZ M. Elastoplastic contact of rough surfaces: a line contact model for boundary regime of lubrication [J]. Mechanica, 2014, 49(5): 1177-1191.
- [12] GUPTA P K, CHENG H S, ZHU D, et al. Viscoelastic effects in MIL-L-7808-type lubricant: part 1 Analytical formulation [J]. Tribology Transactions, 1992, 35(2): 269-274.
- [13] LI S, KAHRAMAN A. Prediction of spur gear mechanical power losses using a transient elastohydrodynamic lubrication model [J]. Tribology Transactions, 2010, 53(4): 554-563.
- [14] XU H. Development of a generalized mechanical efficiency prediction methodology for gear pairs [D]. Columbus, OH, USA: The Ohio State University, 2005: 1-233.
- [15] 宋乐民. 齿形与齿轮强度 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1987: 109-110.

(编辑 陶晴)