

DOI: 10.7652/xjtuxb201903011

利用场量旋转变换的电容层析成像 灵敏度系数简易计算方法

唐凯豪¹, 胡红利¹, 李林¹, 王小鑫²

(1. 西安交通大学电气工程学院, 710049, 西安; 2. 西安石油大学电子工程学院, 710065, 西安)

摘要: 为减少电容层析成像(Electrical Capacitance Tomography, ECT)传感器灵敏度系数计算过程的烦琐程度,提出了利用电势函数旋转变换计算二维 ECT 传感器灵敏度系数的场量旋转变换方法。首先分析了 ECT 传感器场的特点,基于矩阵函数微分理论推导得出了 ECT 敏感场的旋转对称性表达式,并据此提出了适用于正问题数值解的灵敏度系数计算方法以及成像区域的均匀剖分算法。该方法运用二元函数的旋转变换,仅通过一次数值计算即可求解传感器的二维灵敏度系数,计算过程较传统场量提取法更加简便。之后,比较了运用提出的方法和传统场量提取法计算的 ECT 灵敏度系数,并通过仿真与实测实验比较了基于上述两种灵敏度系数矩阵的图像重构结果。实验结果表明,提出的方法与传统方法的灵敏度系数矩阵计算结果吻合,运用提出的方法重构的图像与传统灵敏度系数矩阵重构图像吻合,提出的方法正确且有效。

关键词: 电容层析成像;灵敏度系数计算;场量旋转变换;电容层析成像正问题

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2019)03-0075-06

Simplified Method for Electrical Capacitance Tomography Sensitivity Coefficient Computation with Specific-Electrode-Excited Field Quantities Rotation Transformation

TANG Kaihao¹, HU Hongli¹, LI Lin¹, WANG Xiaoxin²

(1. School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. School of Electronic Engineering, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, China)

Abstract: To reduce the complexity of electrical capacitance tomography sensitivity coefficient computation, a sensitivity coefficient computation method with potential rotation transformation is proposed. This method requires only once numerical computation to obtain the potential excited by a specific electrode, and then the sensitivity coefficients can be computed by the proposed potential rotation transformation algorithm. The proposed method is more convenient than the traditional method, which requires several numerical computations, to obtain the potential functions excited by each electrode. The sensitivity coefficients obtained by the traditional method and the proposed method are compared via simulation, and the reconstructed images obtained by the two methods are compared via experiment. The simulation and experiment show that the sensitivity coefficients and the reconstructed images obtained by the two methods are consistent, which verifies the correctness and effectiveness of the proposed method.

收稿日期: 2018-09-10。 作者简介: 唐凯豪(1993—),男,博士生;胡红利(通信作者),男,教授。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51777151);陕西省工业科技攻关计划资助项目(2016GY-001)。

网络出版时间: 2018-12-10

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20181207.1522.014.html>

Keywords: electrical capacitance tomography; sensitivity coefficient computation; field quantities rotation transformation; electrical capacitance tomography forward problem

电容层析成像(Electrical Capacitance Tomography, ECT)技术是一种过程层析成像技术,通过测量安装在管道外壁的电容传感器阵列的电容值来反演管道内的介质分布。该技术具有传感器非侵入、结构简单、造价低廉等优点,因而被广泛应用于需要对多相流参数监测与可视化的工业过程中,如电力工业、石油工业、化工等行业。

ECT技术包括正问题与逆问题:正问题是根据已知的介质分布求解各电极对之间的互电容;逆问题是根据测得的互电容值反演管道内介质分布,即图像重构问题。基于灵敏度理论的图像重构是ECT逆问题的一种较广应用,因此,传感器灵敏度系数的计算成为影响该逆问题求解质量的关键因素之一。

目前,通过求解场域内电势分布来求解灵敏度系数是一种较常见的方法^[1-2],即场量提取法。该方法的思想可追溯到 Geselowitz 于 1970 年提出的阻抗灵敏度的计算方法^[3],实质上属于微扰法^[4]的思想。另外,灵敏度系数也可通过灵敏度系数的定义直接计算,即扰动法。与场量提取法相比,扰动法的计算过程更复杂、需要进行的有限元(或其他数值方法)求解次数也更多。虽然基于场量提取法的灵敏度系数求解仅需要进行电极个次数的有限元(或其他数值方法)求解,但在计算机性能不佳、管道结构较复杂、需要精确建模等情况时,算法的时间复杂度仍然较高,进行灵敏度系数矩阵计算也有一定的烦琐性。尤其是对于电极数目较多的传感器的研究(相比 12 电极传感器),例如: Mohamad 等人研究的 16 电极 ECT 棕榈油监测设备^[5], Peng 等人研究的 4、8、12、16、20、24 和 32 电极的传感器图像重构质量^[6], Yang 等人研究的 24 电极 ECT 传感器及其电极组合策略^[7], Liu 等人研究的旋转 ECT 传感器^[8], 范优飞等提出的电极组合可配置的 48 电极 ECT 系统^[9]等。这些研究的灵敏度系数矩阵的求解复杂度较高,工作量较大。

考虑到 ECT 传感器电极长度通常不小于管道直径的一倍^[10],因此在敏感区域中部的电势函数可近似认为与轴向无关,从而三维场问题可以简化为二维场问题。所以,本文提出了基于电势函数旋转变换的二维灵敏度系数求解方法(以下称为旋转变换法)。该方法是基于电势的灵敏度系数求解法的扩展,只需进行一次数值方法计算即可得到全部灵

敏度系数,较大幅度简化了灵敏度系数的求解过程。

首先,分析了 ECT 传感器的对称结构,得到了 ECT 不同激励模式下电势函数之间的旋转对称关系,基于该关系,运用矢量分析理论得到了电场强度之间的旋转对称性,并根据该对称关系给出了只运用一种激励模式下的电势函数计算灵敏度系数的方法。其次,对比了运用该方法得到的灵敏度系数矩阵和运用传统方法即场量提取法得到的灵敏度系数矩阵之间的均方误差,并且用两种灵敏度系数矩阵进行了图像重构实验(仿真实验和实测实验)。最后,从重构图像与原物场图像的相关系数和相对均方误差两方面对比了两种灵敏度系数矩阵的重构图像,验证了提出的方法的可靠性。

1 电容层析成像灵敏度系数与静电场的关系

1.1 电容层析成像的物理模型

12 电极 ECT 传感器的剖面图如图 1 所示。

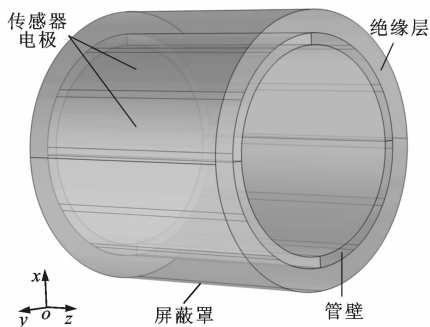


图 1 ECT 传感器剖面图

根据 ECT 的测量原理,当 i 号电极施加激励、 j 号电极检测时(称为 i 激励模式),其余电极均应接地或与地等电势^[11]。因此,容易得到当管道内介质不带电时,电极数为 N 的 ECT 传感器(不包括屏蔽罩)的物理模型,可描述为电势函数的狄里克莱问题,其公式为

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \varphi_i |_{\Omega} &= 0 \\ \varphi_i |_{\partial\Omega_i} &= V_E \\ \varphi_j |_{\partial\Omega_j, j \neq i} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: φ_i 是电极 i 作为激励电极时,传感器敏感区域内的电势函数; Ω 是传感器的敏感区域; $\partial\Omega_i$ 是第 i 个电极的表面, $\partial\Omega_j$ 是第 j 个电极的表面; V_E 是传感器的激励电压,该激励模式下的电容测量值为

$$C_{i,j} = \frac{q_i}{V_E} = -\frac{1}{V_E} \int_{\partial\Omega_j} \nabla \varphi_i \cdot \mathbf{ds} \quad (2)$$

其中, $C_{i,j}$ 是电极 i 和电极 j 之间的互电容, q_j 是电极 j 上的感应电荷, $\mathbf{ds}$ 是第二类面积分的积分元。

通过数值方法求解式(1)和式(2),即可得到 ECT 正问题所需的全部量值。

1.2 电容层析成像传感器敏感场的旋转对称性

如图1所示,注意到 ECT 传感器的电极等大小、等间距排布,电压激励相同,因而当管道内介质线性、均匀、各向同性时, i, j 激励模式的电势函数 $\varphi_i(x, y)$ 和 $\varphi_j(x, y)$ 之间只是绕 z 轴旋转了一个角度的关系,即不同激励模式情况下的正问题不需要重复求解。设电势函数 $\varphi_i(x, y)$ 旋转 θ 后的函数表达式为

$$\varphi_j(x', y') = \varphi_i(x, y) \quad (3)$$

将 φ 改写为向量 $\mathbf{x} = [x \ y]^T$ 的函数 $\varphi(\mathbf{x})$, 该函数实现了 $\mathbf{R}^2$ 到 $\mathbf{R}$ 的映射,则式(3)变为

$$\varphi_j(\mathbf{Ax}) \stackrel{\text{def}}{=} \varphi_j(\mathbf{x}') = \varphi_i(\mathbf{x}) \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{x}' \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{Ax} \quad (5)$$

同理,也可得到

$$\varphi_j(x, y) = \varphi_j(\mathbf{x}) = \varphi_i(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{x}) = \varphi_i(\mathbf{A}^T\mathbf{x}) \quad (6)$$

由于 $\mathbf{A}$ 是正交阵, $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$, 因此式(6)中的逆阵均用转置表示。式(5)和式(6)揭示了不同激励模式下电势函数的旋转对称性。

根据电磁场理论,电场 $\mathbf{E}$ 和电势函数 φ 的关系为

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi \quad (7)$$

将式(4)带入式(7),并根据矩阵函数微分理论^[12]可得

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_j(\mathbf{Ax}) &= -\nabla_{\mathbf{x}}\varphi_j(\mathbf{Ax}) = -\mathbf{A}\nabla_{\mathbf{Ax}}\varphi_j(\mathbf{Ax}) = \\ &= -\mathbf{A}\nabla_{\mathbf{x}}\varphi_i(\mathbf{x}) = \mathbf{AE}_i(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (8)$$

式中, $\mathbf{E}_i$ 表示当电极 i 为激励电极时,传感器敏感区域内的电场; $\nabla_{\mathbf{x}}$ 表示作用于 $\mathbf{x}$ 的哈密顿算子。上述过程为“正推”过程,即已知 $\varphi_i(\mathbf{x})$ 求其对应的 $\varphi_j(\mathbf{Ax})$ 的表达式。同理,可得“逆推”表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_j(\mathbf{x}) &= -\nabla_{\mathbf{x}}\varphi_j(\mathbf{x}) = -\mathbf{A}^T\nabla_{\mathbf{A}^T\mathbf{x}}\varphi_i(\mathbf{A}^T\mathbf{x}) = \\ &= \mathbf{A}^T\mathbf{E}_i(\mathbf{A}^T\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (9)$$

式(8)和式(9)即为场强旋转对称性的表达式。在线性、均匀、各向同性介质中,电通密度有同样的形式。

2 基于单一电势函数的灵敏度系数求解

2.1 理论推导

ECT 正问题求解^[13]的灵敏度系数为 $s_{i,j}(k)$, 表

示当第 i 个电极施加激励、第 j 个电极作为检测电极时,场域内第 k 个单元的介质对互电容 $C_{i,j}$ 的贡献,其求解公式为

$$s_{i,j}(k) = \frac{C_{i,j}^k(\epsilon_h) - C_{i,j}(\epsilon_l)}{[C_{i,j}(\epsilon_h) - C_{i,j}(\epsilon_l)](\epsilon_h - \epsilon_l)A_p} \frac{\delta A}{\delta \epsilon} \quad (10)$$

式中: $C_{i,j}(\epsilon_h)$ 是场域内填满高介电常数(ϵ_h)介质时,电极 i 和电极 j 之间的互电容; $C_{i,j}(\epsilon_l)$ 是场域内填满低介电常数(ϵ_l)介质时,电极 i 和电极 j 之间的互电容; $C_{i,j}^k(\epsilon_h)$ 是场域内第 k 个单元填充高介电常数介质、其余区域为低介电常数介质时,电极 i 和电极 j 之间的互电容,即传感器的测量值; δA 为场域内最小剖分单元的面积; A_p 为管道截面总面积。根据式(10),每计算灵敏度系数矩阵的一个元素都需要进行一次数值求解,过程烦琐,所以通常可用场量提取法^[14]进行求解。若 A_k 为第 k 个最小单元的面积, $\mathbf{ds}$ 是第一类面积分的积分元,则 $s_{i,j}(k)$ 的公式为

$$s_{i,j}(k) = \frac{\delta C_{i,j}}{\delta \epsilon} = -\frac{1}{V_E^2} \int_{A_k} \nabla \varphi_i \cdot \nabla \varphi_j \mathbf{ds} \quad (11)$$

当成像区域均匀剖分,且单元数足够多时,式(11)中的积分可表示为坐标点函数值与区域面积的乘积。由于逆问题求解之前灵敏度系数需要归一化处理,因此在均匀剖分时,区域面积与激励电压构成的系数可用1代替,从而式(11)可被进一步简化为

$$s_{i,j}(x_k, y_k) = -\nabla \varphi_i(x_k, y_k) \cdot \nabla \varphi_j(x_k, y_k) \quad (12)$$

式中 (x_k, y_k) 为第 k 个单元的中心坐标。将式(9)代入式(12)得到

$$\begin{aligned} s_{i,j}(x_k, y_k) &= -\nabla \varphi_i(\mathbf{x}_k) \cdot \nabla \varphi_j(\mathbf{x}_k) = \\ &= -\nabla \varphi_i(\mathbf{x}_k) [\nabla_{\mathbf{A}^T\mathbf{x}_k} \varphi_i(\mathbf{A}^T\mathbf{x}_k)] = \\ &= -\mathbf{E}_i(\mathbf{x}_k) [\mathbf{A}^T\mathbf{E}_i(\mathbf{A}^T\mathbf{x}_k)] \end{aligned} \quad (13)$$

至此,得到了新的二维 ECT 灵敏度系数表达式,即本文提出的旋转变换法表达式。

利用商业数值模拟软件很容易得到式(13)中的电势与场强。以 COMSOL Multiphysics 软件为例,在使用该软件的静电接口进行有限元计算时,电势分布与电场强度各方向分量为默认求解变量,无需用户再进行数据后处理。

2.2 逆问题剖分算法

图像重构时,根据式(5),若被测截面采用直角坐标进行剖分,旋转后的坐标有可能会落在计算点之外,即式(13)中的 $\varphi_i(\mathbf{A}^T\mathbf{x}_k)$ 可能不存在于 φ_i 的函数值列表中,此时需要进行二元函数差值运算,这将带来不便。

为此,本文提出一种均匀极坐标剖分的逆问题

剖分规则。极坐标剖分时,在圆周 $r=r_k$ 上取格点定为单元中心,每圈的点数随圆周半径增加而变化。该规则能保证按照式(13)计算灵敏度系数时,旋转后的函数值仍位于原函数值列表中。规则描述如下。

位于第 k 圈的任一单元和该单元中的唯一格点 (r_k, θ) 满足:

条件 1,所有单元面积都为 $s_0 = A_p/n_p$, 式中 n_p 为逆问题剖分预定单元数,每圈格点等角分布;

条件 2,原点处(第 0 圈)单元半径 $R_0 = \sqrt{ds/\pi}$;

条件 3, $k>0$ 圈上的点数 n_k 满足 $\frac{n_k}{N}$ 为非负整数;

条件 4,每圈直径 R_{k+1} 可根据递推规则 $\pi(R_{k+1}^2 - R_k^2) = n_{k+1}s_0$ 计算;

条件 5,每圈直径 R_k 和单元弧长 $L_k = 2\pi R_k/n_k$ 与第一圈单元的上述指标的误差在阈值 t_g 内,即 $(R_k - R_1)/R_1 \leq t_g, (L_k - L_1)/L_1 \leq t_g$;

条件 6,最终单元剖分数 n 与 n_p 的差在阈值 t_u 内,即 $(n_p - n)/n_p \leq t_u$,且最后一圈半径 $R_n \leq R_p, R_p$ 为被测截面的半径。

满足上述条件 1~6 的逆问题剖分算法的流程图如图 2 所示。

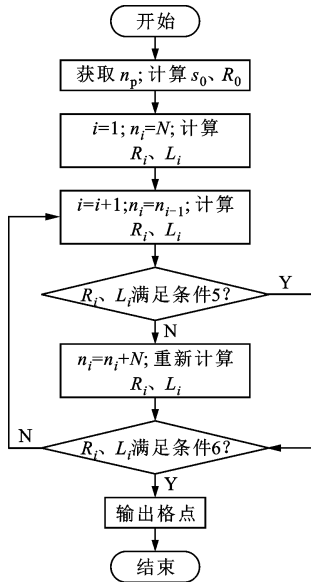


图 2 逆问题均匀极坐标剖分算法

本文的研究对象是直径 50 mm、壁厚 5 mm 的石英玻璃管道。预设剖分单元数为 3 204,并设置 $t_g = 0.5, t_u = 0.05$,利用图 2 所示算法可将成像区域剖分为面积相等的 3 180 个曲边四边形单元和 1 个位于圆心的圆形单元,如图 3 所示。当设置该阈值时,能保证最终剖分单元数与预期剖分单元数的偏

差在 5% 以内(本文中为 0.75%),每个单元弧长与 L_1 最大差距在 50% 以内(本文中为 7.99%)。可见,该算法能保证逆问题单元剖分的均匀性。

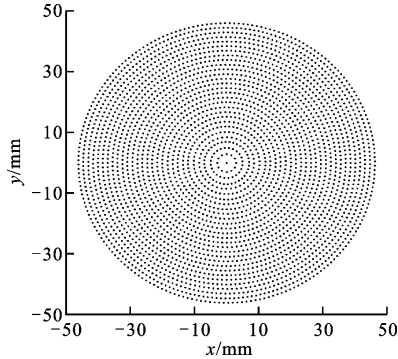


图 3 成像单元极坐标格点

将图 3 所示的格点坐标按列排布,输入 COMSOL Multiphysics 软件即可导出这些格点上的电势、电场强度值。

3 仿真与实验验证

3.1 仿真模型建立

采用 COMSOL Multiphysics 软件作为有限元仿真工具,对 12 电极 ECT 传感器进行正问题求解。建立管道直径传感器仿真模型,如图 4 所示。

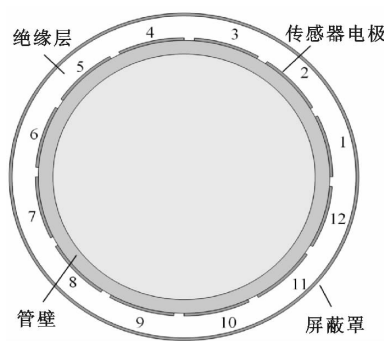


图 4 ECT 传感器仿真模型截面图

管道材料为石英玻璃,传感器模型的仿真参数如表 1 所示。

表 1 传感器模型的仿真参数

参数	数值	参数	数值
管道内径/mm	90	电极张角/(°)	26
管道壁厚/mm	5	电极间隔角/(°)	4
屏蔽罩厚/mm	3.5	管壁及屏蔽罩相对介电常数	4.2
电极长度/mm	100		

仿真时,激励电极的边界条件为电势 3.3 V,其余电极的边界条件均为接地(即零电势)。

需要说明的是,传统灵敏度系数计算方法需要

依次设置 12 个电极作为激励电极,即进行 12 次有限元计算,而本文方法只需设置 1 号电极作为激励电极,即进行 1 次有限元计算。

有限元计算时采用三角形自适应网格剖分,网格剖分情况如图 5 所示。

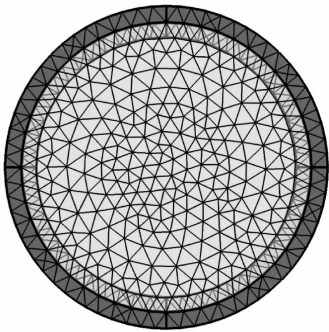


图 5 有限元计算网格剖分

3.2 灵敏度系数计算结果对比

限于篇幅,选取 $S_{1,2}$ 、 $S_{1,7}$ 、 $S_{1,10}$ 三个灵敏度作为对象进行对比。采用场量提取法和式(13)所示的旋转变换法计算灵敏度系数,上述三个灵敏度的计算结果分别如图 6 和图 7 所示。由于灵敏度是二维曲面,可读性较差,因此以灰度图的方式呈现,图中越白的地方表示灵敏度系数越大,越黑的地方表示灵敏度系数越小。从图中可见,两种方法的灵敏度计算结果相似。

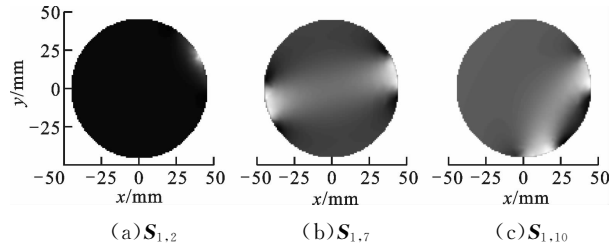


图 6 场量提取法灵敏度计算结果

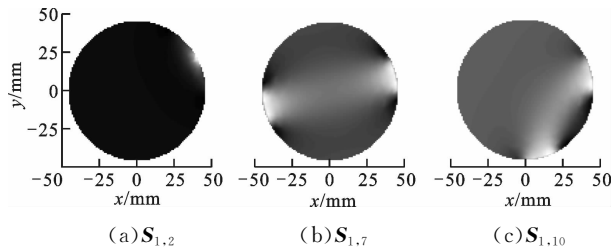


图 7 旋转变换法灵敏度计算结果

灵敏度相对均方误差 E_s 的计算公式为

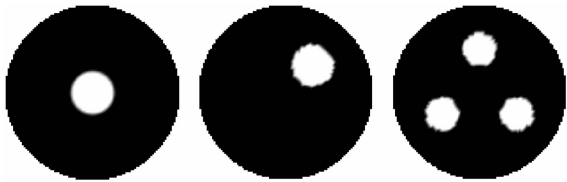
$$E_s = \| \mathbf{S}_F - \mathbf{S}_R \|_2 / \| \mathbf{S}_F \|_2 \tag{14}$$

式中: $\mathbf{S}_F$ 是场量提取法计算得到的灵敏度; $\mathbf{S}_R$ 是旋转变换法计算得到的灵敏度。上述两种方法计算结果的相对均方误差分别为 0.013 2、0.020 6、0.005

3。可见,本文所述方法与传统方法的计算结果高度吻合。

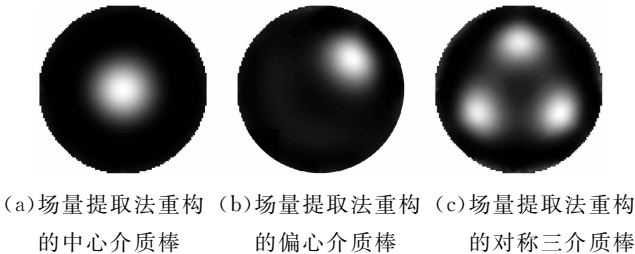
3.3 图像重构实测实验

采用 12 电极 ECT 传感器进行重构图像实测实验。电容测量电路为文献[15]中所述的交流法微小电容测量电路。实验时,将不同直径的有机玻璃棒摆放在管道内不同位置或在管道内注水来模拟不同流形时管道内物场分布。设置三种物场分布代表三种流型进行实验,分别为:一根粗介质棒(核心流,直径 20 mm)、一根偏心介质棒(偏心流,直径 20 mm)、三根介质棒(每根直径 16 mm)。这三种物场分布的二值灰度图像如图 8 所示。

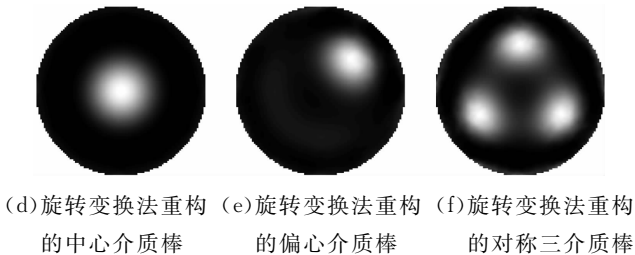


(a)中心介质棒 (b)偏心介质棒 (c)对称三介质棒
图 8 物场分布设置

采取广泛使用的 OIOR-Landweber(Offline Iteration Online Reconstruction Landweber)^[16]法对测得的电容值进行图像重构,用两种方法计算的灵敏度系数矩阵重构的图像如图 9 所示,迭代次数为 3 000 次。



(a)场量提取法重构 (b)场量提取法重构 (c)场量提取法重构
的中心介质棒 的偏心介质棒 的对称三介质棒



(d)旋转变换法重构 (e)旋转变换法重构 (f)旋转变换法重构
的中心介质棒 的偏心介质棒 的对称三介质棒

图 9 重构图像

规定在图 8 所示的物场分布图中,介质存在区域灰度为 1,其余区域灰度用于对比两种灵敏度系数矩阵重构的图像。为对比重构图像中非零最小元素,采用较常用的相关系数与相对均方误差^[17]两项指标作为评价标准,结果如表 2 所示。

表 2 图像重构情况对比

物场分布	中心介质棒		偏心介质棒		对称三介质棒	
	场量提取法	旋转变换法	场量提取法	旋转变换法	场量提取法	旋转变换法
相关系数	0.676	0.681	0.750	0.753	0.759	0.791
相对均方误差/%	15.4	15.3	15.7	15.7	15.1	14.9

可见,基于上述两种灵敏度系数矩阵的图像重构结果吻合度高,证明了前述理论分析的正确性。

4 结 论

(1)基于矩阵函数理论,提出了一种基于矩阵函数旋转变换的 ECT 二维灵敏度系数求解方法,即旋转变换法,并到了该方法的数学表达式。运用该方法,仅进行一次数值计算即可获得 ECT 传感器的全部灵敏度系数。该方法与传统的场量提取法的灵敏度求解结果具有高度一致性,二者计算结果的相对偏差在 2.06% 以下,证明旋转变换法可以替代传统的场量提取法,以减少 ECT 正问题求解的工作量。

(2)针对所提出的旋转变换法,设计了一种均匀的极坐标成像区域剖分算法。该算法可保证对电势(或电场)函数做旋转变换的过程中不产生新的插值节点,从而进一步减少了灵敏度矩阵的计算量。

(3)在三种物场分布情况下进行了实验,分别运用传统的场量提取法和旋转变换法计算得到的灵敏度系数矩阵,对相同的 ECT 测量数据进行了图像重构。实验结果显示,两种方法的图像相关系数和相对误差高度吻合,表明在实际工程应用中,可以使用旋转变换法进行 ECT 灵敏度系数求解。

(4)ECT/ERT 双模态系统是电学层析成像技术的研究热点之一,考虑到 ERT 的灵敏度系数表达与 ECT 灵敏度系数表达有相同的形式^[10],因此旋转变换法对于双模态问题的灵敏度求解同样有效。

参考文献:

[1] GOLONKA L J, LICZNERSKI B W, NITSCH K, et al. Application of electrical capacitance tomography for measurement of gas-solids flow characteristics in a pneumatic conveying system [J]. Measurement Science & Technology, 2001, 12(8): 1109.

[2] RASEL R, ZUCCARELLI C, MARASHDEH Q, et al. Towards multiphase flow decomposition based on electrical capacitance tomography sensors [J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(24): 8027-8036

[3] GESELOWITZ D B. An application of electrocardiographic lead theory to impedance plethysmography [J]. IEEE Transactions on Bio-Medical Engineering, 1971, 18(1): 38-41.

[4] POZAR D M. 微波工程(第 3 版) [M]. 张肇仪, 周乐柱, 吴德明, 译. 北京: 电子工业出版社, 2015: 71-72.

[5] MOHAMAD E J, RAHIM R A, LEOW P L, et al. Visualization of recovered palm oil using portable ECT imager in extraction palm oil process [J]. Flow Measurement & Instrumentation, 2013, 31(3): 61-68.

[6] PENG L, YE J, LU G, et al. Evaluation of effect of number of electrodes in ECT sensors on image quality [J]. IEEE Sensors Journal, 2013, 12(5): 1554-1565.

[7] YANG Y, PENG L. A configurable electrical capacitance tomography system using a combining electrode strategy [J]. Measurement Science & Technology, 2013, 24(7): 074005

[8] LIU Z, BABOUT L, BANASIAK R, et al. Effectiveness of rotatable sensor to improve image accuracy of ECT system [J]. Flow Measurement & Instrumentation, 2010, 21(3): 219-227.

[9] 范优飞, 胡红利, 杨帆, 等. 一种 48 电极可配置电容层析成像系统模型 [J]. 西安交通大学学报, 2015, 49(4): 110-115.

FAN Youfei, HU Hongli, YANG Fan, et al. A model of electrical capacitance tomography system with configurable 48 electrodes [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2015, 49(4): 110-115.

[10] YANG W. Design of electrical capacitance tomography sensors [J]. Measurement Science & Technology, 2010, 21(4): 447-453.

[11] 王化祥. 电学层析成像 [M]. 北京: 科学出版社, 2013: 70-72.

[12] REES D, BELLMAN R. Introduction to matrix analysis [J]. Mathematical Gazette, 1995, 56(395): 78.

[13] YAN H, SUN Y H, WANG Y F, et al. Comparisons of three modelling methods for the forward problem in three-dimensional electrical capacitance tomography [J]. IET Science Measurement & Technology, 2015, 9(5): 615-620.

[14] 牟昌华, 彭黎辉, 姚丹亚, 等. 一种基于电势分布的电容成像敏感分布计算方法 [J]. 计算物理, 2006, 23(1): 87-92.

(下转第 87 页)