

DOI: 10.7652/xjtuxb201709022

积冰对飞机本体纵向非线性动力学稳定域的影响

袁国强, 李颖晖, 徐浩军, 郑无计

(空军工程大学航空航天工程学院, 710038, 西安)

摘要: 积冰威胁飞行安全,研究积冰对飞机稳定性的影响对确保飞行安全具有重要意义。积冰导致飞机失速迎角降低,仅研究飞机在小迎角线性段的稳定性是不充分的,还需对其非线性动力学稳定域进行研究。首先,基于积冰条件下的飞机气动系数曲线,建立积冰飞机纵向运动的非线性模型;然后,根据非线性动力学理论构造出飞机纵向运动的稳定域边界,并利用时域仿真对稳定域边界进行验证;最后,通过对比无冰与积冰条件下稳定域的变化,分析积冰对飞机稳定域的影响,并将积冰对飞机稳定域的影响和其对气动系数的影响进行对比。积冰条件下飞机稳定域在俯仰角速度方向上收缩约20%,稳定域边界处的最大迎角减小约 1° 。研究结果表明,积冰条件下飞机稳定域的变化与气动系数的变化一致,积冰导致飞机的稳定域缩小,容易引起飞行事故。

关键词: 飞机积冰;非线性动力学;稳定域;稳定边界;飞行安全

中图分类号: V328 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2017)09-0153-06

Effect of Ice Accretion on Aircraft's Longitudinal Nonlinear Dynamic Stability Region

YUAN Guoqiang, LI Yinghui, XU Haojun, ZHENG Wuji

(School of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 71038, China)

Abstract: Icing may threaten flight safety, so the research on the effect of icing on aircraft stability is of great significance in ensuring flight safety. Ice reduces the stall angle of attack. Only studying the stability of a small angle of attack in the linear segment is not sufficient, so it is necessary to investigate the nonlinear dynamic stability region of the aircraft. Firstly, a nonlinear dynamics model of iced aircraft's longitudinal motion is built based on the aerodynamic coefficient curves under icing condition. Then, the stability region boundary of the aircraft's longitudinal motion is constructed according to the nonlinear dynamics theory, and is verified by time-domain simulation. Finally, the influence of icing on the stability region of the aircraft is analyzed through comparing the change of the stability region under ice-free and icing conditions, and the effects of icing on the stability region and the aerodynamic coefficients are compared. Under icing condition, the stability region shrinks by about 20 percent in the pitch velocity direction, and the maximum angle of attack on the boundary of stability region decreases by about 1 degree. The results show that the change of the stability region of the aircraft is consistent with the change of the aerodynamic coefficient under icing condition, which leads to a smaller stability region or even flight accident.

Keywords: aircraft icing; nonlinear dynamics; stability region; stability boundary; flight safety

收稿日期: 2017-02-26。 作者简介: 袁国强(1989—),男,博士生;李颖晖(通信作者),女,教授。 基金项目: 国家“973 计划”资助项目(2015CB755805);国家自然科学基金资助项目(61374145)。

网络出版时间: 2017-06-28

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20170628.1709.006.html>

积冰改变了机翼和操纵面的气动外形,降低了飞机气动性能,威胁着飞行安全^[1]。一直以来,航空界都高度重视积冰对飞行的危害,开展了许多防冰除冰的技术方法^[2-3]。机翼积冰会增大阻力、减小失速迎角和最大升力,改变机翼表面的压力分布^[4-5],平尾积冰会显著减小飞机的俯、仰阻尼和升、降舵效率^[6]。积冰对飞机操纵性和稳定性的影响直接关系到飞行安全,目前研究主要集中在对静稳定性导数和模态特征根的分析上,积冰降低了飞机的静稳定性和操纵性^[7]。文献[8]从模态特征根的角度研究了积冰对飞机动稳定性的影响,发现积冰使飞机模态品质变差甚至发散。基于线性模型得到的模态特征根可以反映出飞机的动稳定性,但无法给出飞机的动稳定范围。结冰条件下,飞机失速迎角降低,气动系数与迎角关系的非线性增强,仅从静稳定性系数和模态特征根的角度分析稳定性是不够充分的,还需使用非线性方法和非线性模型分析飞机的稳定性。

目前,基于非线性模型研究飞行稳定性的主要方法是以舵面偏角为参数的分岔分析^[9-10],但分岔分析只能定性给出不同舵偏下的飞行稳定性,无法分析具体工作点的稳定范围。文献[11]采用相平面法研究了积冰对飞机纵向短周期稳定域的影响,但仅使用短周期方程得到的分析结果具有一定的局限性。结冰条件下,飞机的动力学非线性较为明显,并且纵向运动和横航向运动的耦合也更加突出。本文先考虑纵向运动,通过对比无冰和积冰条件下飞机的稳定域,分析积冰对飞机稳定域的影响,并从气动特性变化的角度予以解释。所提方法有助于直观地理解积冰对飞行安全边界的影响,可为研究积冰条件下的边界保护策略提供参考。

1 积冰条件下飞机纵向非线性动力学模型

当飞机在迎角 α 的线性段飞行时,纵向运动的动力学模型可以适当进行线性化。然而,在积冰条件下,由于气动外形的变化,原本的气动线性段出现明显的非线性段,飞机动态稳定范围变小,严重威胁飞行安全。结冰引起的气动非线性会带来复杂的动力学特性,显著降低飞机的飞行品质,因此要建立积冰条件下飞机的非线性动力学模型,并在此非线性模型的基础上进行研究。

1.1 飞机纵向非线性动力学模型

为研究飞机纵向动力学稳定域,假设飞机的横

侧向运动变量足够小,副翼和方向舵处于零位,忽略飞机高度和速度的变化。为简化分析,不计发动机推力的法向分量,飞机纵向动力学模型为^[12]

$$\left. \begin{aligned} \dot{\alpha} &= q + \frac{1}{mV}(-L + mg \cos(\theta - \alpha)) \\ \dot{q} &= \frac{\bar{M}}{I_y} \\ \dot{\theta} &= q \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: α 为迎角; q 为俯仰角速度; θ 为俯仰角; m 为飞机质量; V 为飞行速度; L 为总气动升力; $\bar{M}$ 为气动力产生的总的俯仰力矩; I_y 为俯仰惯性矩。

气动力和力矩是多个飞行运动参数的复杂函数,为简化分析,本文使用气动系数模型^[11],总升力系数和总俯仰力矩系数

$$\left. \begin{aligned} C_{L,T} &= C_L(\alpha) + C_{L_{\delta_e}} \delta_e \\ C_{m,T} &= C_m(\alpha) + C_{m_{\delta_e}} \delta_e + C_{m_q} q \frac{\bar{c}}{2V} + C_{m_{\dot{\alpha}}} \dot{\alpha} \frac{\bar{c}}{2V} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $C_L(\alpha)$ 、 $C_m(\alpha)$ 为升力俯仰力矩与迎角的关系系数; δ_e 为升降舵偏角; C_{m_q} 、 $C_{m_{\dot{\alpha}}}$ 为纵向动导数; $C_{L_{\delta_e}}$ 、 $C_{m_{\delta_e}}$ 为全机升降舵效率; $\bar{c}$ 为机翼的平均气动弦长。

1.2 积冰对气动特性的影响

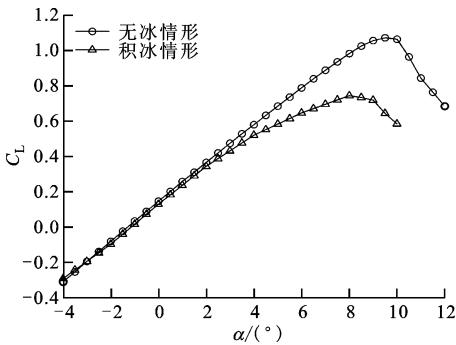
为了对积冰影响进行仿真分析以便构建智能积冰系统来应对积冰危害,Bragg等提出了一个结构简单、物理含义较为清晰的积冰影响模型^[4]。对于特定的飞机,模型需要取得特定气动系数对积冰影响的敏感性系数,该敏感性系数取决于飞机的结构布局、翼型等固有参数,需要通过实验手段获得。计算流体动力学(CFD)的发展为研究特定飞机积冰条件下的气动特性提供了一种经济而有效的数值计算方法,本文中积冰条件下的气动数据正是对某大型飞机在机翼中度积冰的条件下采用CFD计算的结果。该大型飞机是参考空客A320、波音B737和中国商飞C919的外形构建的研究用背景飞机,机身长度为38.2 m,机翼参考面积为124 m²,机翼半展长为17.05 m,平均气动弦长为4.15 m,最大起飞质量为72 t。该飞机在马赫数 $Ma=0.4$ 时的升力系数曲线和俯仰力矩系数曲线如图1所示,无冰与积冰条件下的纵向气动导数如表1所示。

积冰情形的结冰位置为机翼前缘,沿翼展方向分布于整个机翼,在迎角 α 的 $[-4^\circ, 4^\circ]$ 范围内,积冰条件下升力系数的导数值减小约10%,俯仰力矩的导数值增大约15%,最大升力系数减小约30%,

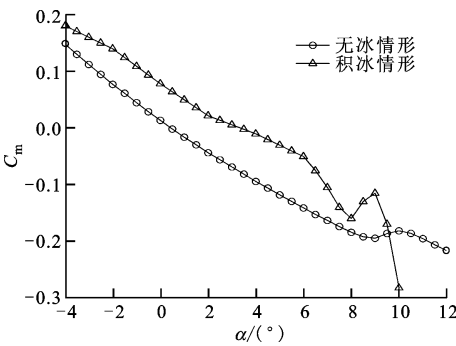
失速迎角减小约 2° 。积冰使得 C_{m_q} 增大 15% , $C_{m_{\dot{\alpha}}}$ 增大 8% , 飞机升降舵效率下降约 20% 。由此可知, 结冰使得飞机失速迎角降低, 俯仰力矩系数和迎角关系的非线性明显增强。计算结果符合积冰对飞机气动特性影响的一般规律, 说明了 CFD 计算结果的合理性和可靠性。

表 1 无冰与积冰条件下的纵向气动导数

气动导数	无冰情形	积冰情形
C_{m_q}/s	-41.446 1	-35.105 2
$C_{m_{\dot{\alpha}}}/s$	-13.304 4	-12.307 3
$C_{L_{\delta_e}}/\text{rad}^{-1}$	0.444 1	0.346 4
$C_{m_{\delta_e}}/\text{rad}^{-1}$	-1.909 1	-1.540 6



(a) 升力系数曲线



(b) 俯仰力矩系数曲线

图 1 积冰对飞机气动特性的影响

2 稳定流形的非线性动力系统稳定域

考虑非线性自治动力系统

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \tag{3}$$

其中 $\mathbf{x} \in M \subset \mathbb{R}^n$, M 称为状态空间, 向量场 $\mathbf{f}(\cdot)$ 定义在 M 上, 并满足解的存在性与唯一性条件。双曲平衡点 $\hat{\mathbf{x}}$ 的稳定流形定义为

$$W^s(\hat{\mathbf{x}}) = \{\mathbf{x} \mid \lim_{t \rightarrow \infty} \Phi_t(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{x}}\} \tag{4}$$

式中: $\Phi_t(\mathbf{x})$ 为始于 $\mathbf{x}$ 的解轨线。稳定平衡点 $\mathbf{x}_s$ 的稳定域定义为

$$A(\mathbf{x}_s) = \{\mathbf{x} \mid \lim_{t \rightarrow \infty} \Phi_t(\mathbf{x}) = \mathbf{x}_s\} \tag{5}$$

非线性动力学稳定域的拓扑结构研究表明, 只要能在 $W^u(\hat{\mathbf{x}})$ 中找到收敛于 $\mathbf{x}_s$ 的轨线, 即可判定 $\hat{\mathbf{x}}$ 位于 $\mathbf{x}_s$ 稳定域的边界上, 且 $\mathbf{x}_s$ 的稳定域边界由边界上不稳定平衡点的稳定流形的并构成^[13-14], 即

$$\partial A(\mathbf{x}_s) = \bigcup_i W^s(\mathbf{x}_i)$$

因此, 通过适当的数值算法, 构造出不稳定平衡点的稳定流形, 可得系统的稳定域边界。

对于三维动力系统, 其稳定域边界为二维流形, 而关于二维稳定流形的计算有一些实用算法^[15]。本文使用一种构造二维流形的迭代算法, 其主要思路是以不稳定平衡点为中心选取初始点, 根据系统向量场不断生成流形上的新点^[16]。

3 积冰条件下飞机本体纵向非线性动力学稳定域

飞机本体纵向非线性动力学稳定域是纵向定杆运动中平衡点的稳定域(以下简称纵向稳定域), 它反映了飞机的抗扰动能力。纵向稳定域范围较大时, 对于来自外部环境的扰动, 飞机在无需飞行员操作的情况下就能恢复平衡位置, 若飞机的纵向稳定域较小, 则飞行员必须进行适当操作以恢复飞机的平衡状态。

3.1 无冰条件下的飞机纵向稳定域

为研究积冰对飞机纵向稳定域的影响, 先计算无冰条件下飞机的稳定域。将飞机配平到一个迎角较大的平飞状态, 计算此时飞机的稳定域边界, 然后在同一升降舵偏角下将积冰飞机配平, 得到积冰条件下的稳定域边界。

无冰条件下, 飞行高度 $h = 4 \text{ km}$, 速度 $V = 127 \text{ m/s}$ 。配平稳定平衡点为: $\alpha = 0.141 \ 6 \text{ rad}$, $q = 0 \text{ rad/s}$, $\theta = 0.141 \ 6 \text{ rad}$, 配平升降舵偏角 $\delta_e = -0.097 \text{ rad}$, 平衡点处的系统雅可比矩阵特征值 $\lambda_{1,2} = -0.781 \ 8 \pm 0.954 \ 2i$, $\lambda_3 = -0.000 \ 43$ 。本文所提算法计算出该稳定状态点稳定域边界上的不稳定平衡点为: $\alpha = 0.183 \ 2 \text{ rad}$, $q = 0 \text{ rad/s}$, $\theta = 0.427 \ 7 \text{ rad}$ 。不稳定平衡点处的系统雅可比矩阵特征值 $\lambda_1 = -0.512 \ 3$, $\lambda_2 = 0.372 \ 9$, $\lambda_3 = -0.065 \ 66$ 。因此, 不稳定平衡点处的稳定流形为二维流形, 且稳定流形构成了稳定平衡点的稳定域边界, 结果如图 2 所示。

由图 2 可知, 始于不稳定平衡点的轨线收敛于稳定平衡点, 因此平衡点位于稳定域边界上。由稳定域的拓扑结构特征, 即稳定域的连通性可知, 曲面

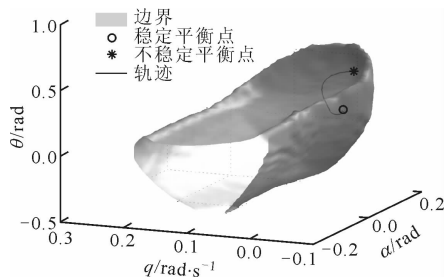


图2 无冰条件下飞机的纵向稳定域

的内部即为稳定平衡点的稳定域。

3.2 飞机纵向稳定域的数值验证

为验证所构造稳定域边界的正确性,在稳定域内外随机选取初始状态,利用数值积分算出始于相应初始状态的解轨线。若解轨线收敛于稳定状态稳定平衡点,则相应初始点位于稳定域内,否则相应初始点在稳定域外。图3为稳定域内外的初值响应轨线,OP1、OP2、OP3为取自稳定域外的初始状态,系统对应于这3个状态的解轨线随时间发散。IP1、IP2、IP3为取自稳定域内的初始状态,相应的系统解轨线收敛于稳定平衡点。更多的初始点检验表明,所构造的边界曲面是稳定平衡点的稳定域边界。

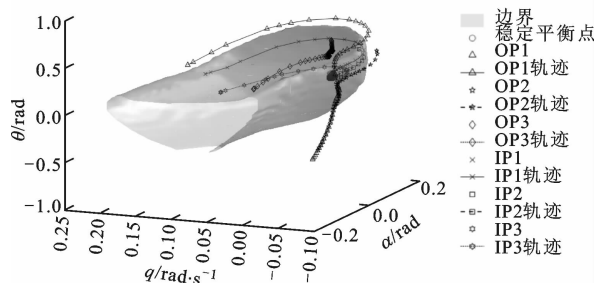
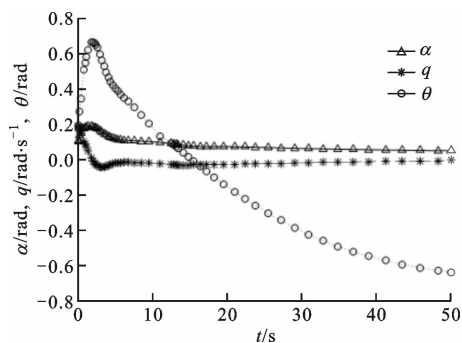
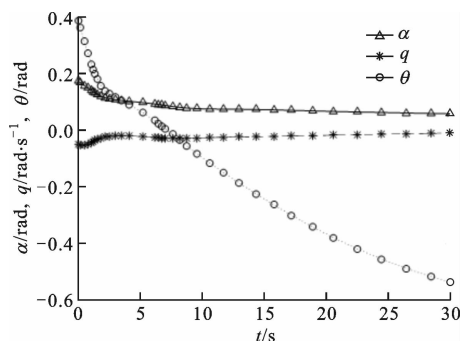


图3 稳定域内外的初值响应轨线

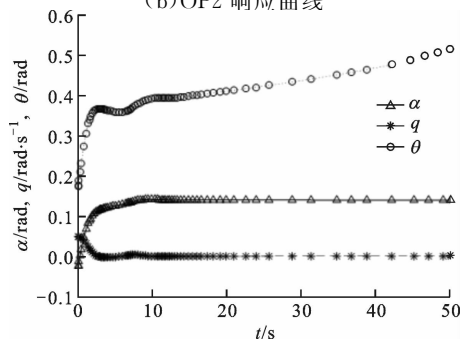
无冰条件下不同初始状态的响应曲线如图4所示。对应于IP1、IP2、IP3的响应曲线,状态变量 θ 的时间变化率较小,图4只表现出了其收敛趋势明显的部分,当积分时间足够长时最终收敛于稳定平衡点的 θ 分量。



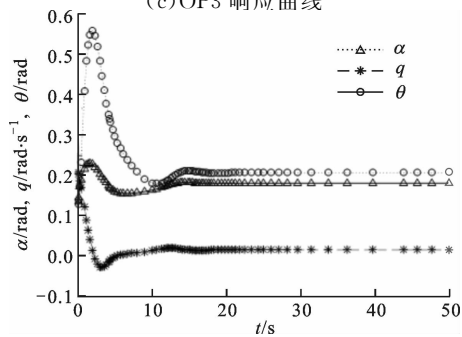
(a) OP1 响应曲线



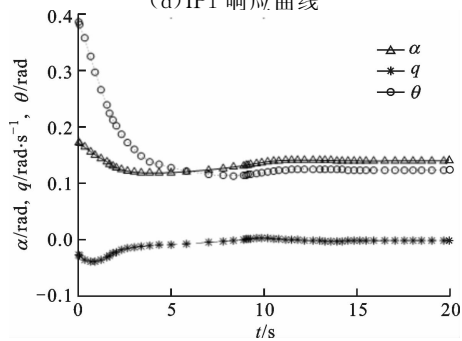
(b) OP2 响应曲线



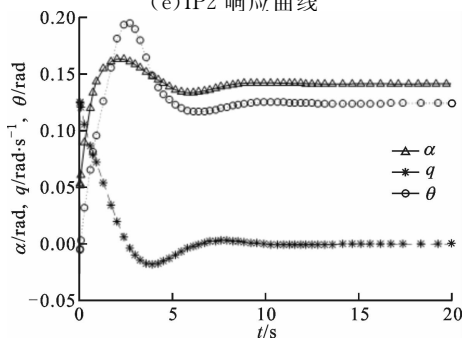
(c) OP3 响应曲线



(d) IP1 响应曲线



(e) IP2 响应曲线

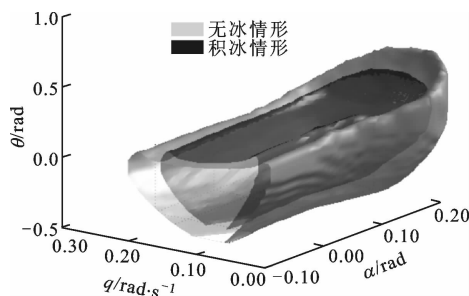


(f) IP3 响应曲线

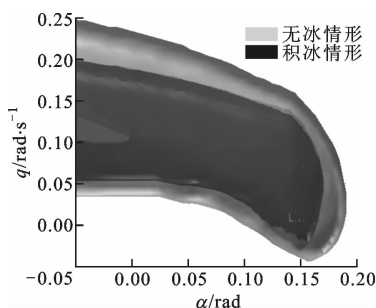
图4 无冰条件下不同初始状态的响应曲线

3.3 积冰条件下飞机纵向稳定域的变化

积冰条件下,在与无冰条件同一升降舵偏角下配平飞机,配平速度 $V=145\text{ m/s}$,配平状态稳定平衡点为: $\alpha=0.134\ 8\text{ rad}$ 、 $q=0\text{ rad/s}$ 、 $\theta=0.134\ 8\text{ rad}$ 。积冰条件下平飞速度变大,主要是由于积冰使得飞机的升力系数减小,需要较大的动压来产生升力以平衡重力。边界上的不稳定平衡点为: $\alpha=0.162\ 4\text{ rad}$ 、 $q=0\text{ rad/s}$ 、 $\theta=0.512\ 6\text{ rad}$,积冰条件下稳定域的变化如图5所示。



(a) 无冰与积冰条件下稳定域对比



(b) 稳定域在 α - q 空间的投影

图5 积冰条件下稳定域的变化

由图5a可知,积冰条件下的稳定域绝大部分包含在无冰条件下稳定域的内部,仅有 θ 正方向上非常小的一部分在无冰条件下稳定域的外部,积冰使得稳定域在 α 和 q 方向上收缩较大。由图5b可知,积冰条件下稳定边界的最大迎角减小约 1° ,稳定域边界对应的俯仰角速度减小约20%。由此可知,积冰条件下稳定域的变化与积冰对飞机气动特性的影响一致,积冰对飞机气动特性的影响最终体现在了飞机的动力学稳定域上。

4 结 论

(1)飞机纵向动力学稳定域可以直观地反映出积冰对飞机动稳定性的影响。飞机纵向方程的初值响应验证表明,基于稳定流形的方法可准确构造出飞机纵向动力学稳定域。

(2)所提稳定域边界数值构造方法的准确度依

赖于数值积分算法的精度,目前已有许多高精度、高性能的数值积分程序,因而该方法易于在计算机上实现。

(3)积冰导致纵向动力学稳定域明显收缩,在文中积冰条件下,稳定域在俯仰角速度方向上收缩约20%,稳定边界处的最大迎角减小约 1° ,边界处的最大俯仰角减小约 8° ,稳定域的变化与积冰对气动特性的影响一致。

(4)积冰条件下,飞机纵向动力学稳定域的变化可以直观反映出积冰对飞机纵向动稳定性的影响。积冰使得飞机稳定域明显缩小,因而需要飞行员更多地干预飞行任务,若飞行员尚未意识到积冰的影响,则容易操作失误,导致飞行事故。

参考文献:

- [1] 苏媛,徐忠达,吴祯龙. 飞机积冰条件下若干飞行力学问题综述[J]. 航空动力学报, 2014, 29(8): 1878-1893.
SU Yuan, XU Zhongda, WU Zhenlong. Overview of several ice accretion effects on aircraft flight dynamics [J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(8): 1878-1893.
- [2] 裘燮纲,韩凤华. 飞机防冰系统[M]. 北京: 航空教材编审组, 1985: 12-36.
- [3] THOMAS S K, CASSONI R P, MACARTHUR C D. Aircraft anti-icing and de-icing techniques and modeling [J]. Journal of Aircraft, 1996, 33(5): 841-854.
- [4] BRAGG M B, HUTCHISON T, MERRET J, et al. Effect of ice accretion on aircraft flight dynamics: AIAA 2000-0360 [R]. Reston, VA, USA: AIAA, 2000: 10-13.
- [5] RATVASKY T P, BARNHART B P, LEE S. Current methods modeling and simulating icing effects on aircraft performance, stability, control [J]. Journal of Aircraft, 2010, 47(1): 201-211.
- [6] 徐忠达,苏媛,曹义华. 平尾积冰对飞机纵向气动参数的影响[J]. 航空学报, 2013, 34(7): 1563-1571.
XU Zhongda, SU Yuan, CAO Yihua. Effects of tail-plane icing on aircraft longitudinal aerodynamic parameters [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(7): 1563-1571.
- [7] 王明丰,王立新,黄成涛. 积冰对飞机纵向操稳特性的量化影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2008, 34(5): 592-595.
WANG Mingfeng, WANG Lixin, HUANG Chengtao. Computational effects of ice accretion on aircraft longitudinal stability and control [J]. Journal of Beijing

- University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(5): 592-595.
- [8] LAMPTON A, VALASEK J. Prediction of icing effects on the lateral/directional stability and control of light airplanes [J]. Aerospace Science and Technology, 2012, 23: 305-311.
- [9] RANKIN J, COETZEE E, BERND K, et al. Bifurcation and stability analysis of aircraft turning on the ground [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(2): 499-510.
- [10] 黎康, 方振平. 分岔分析方法在大迎角控制率设计中的应用 [J]. 航空学报, 2003, 24(4): 289-292.
LI Kang, FANG Zhenping. Application of bifurcation analysis to control law design at high angles of attack [J]. Acta Aeronautica et Astro-Nautica Sinica, 2003, 24(4): 289-292.
- [11] 屈亮, 李颖晖, 袁国强, 等. 基于相平面法的结冰飞机纵向非线性稳定域分析 [J]. 航空学报, 2016, 37(3): 865-872.
QU Ling, LI Yinghui, YUAN Guoqiang, et al. Longitudinal nonlinear stabilizing region for icing aircraft based on phase-plane method [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(3): 865-872.
- [12] XIN Q, SHI Z K. Bifurcation analysis and stability design for aircraft longitudinal motion with high angle of attack [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2015, 28(1): 250-259.
- [13] ALBERTO L F C, CHIANG H D. Characterization of stability region for general autonomous nonlinear dynamical systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(6): 1564-1569.
- [14] CHIANG H D, HIRSCH M W, WU F F. Stability region of nonlinear autonomous dynamical systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(1): 16-27.
- [15] 李清都, 杨晓松. 一种二维不稳定流形的新算法及其应用 [J]. 物理学报, 2010, 59(3): 1416-1422.
LI Qingdu, YANG Xiaosong. A new algorithm for computation of two-dimensional unstable manifolds and its applications [J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(3): 1416-1422.
- [16] KRAUSKOPF B, OSIGA H. Two-dimensional global manifolds of vector fields [J]. Chaos, 1999, 9(3): 768-774.

(编辑 赵炜)

(上接第 111 页)

- [7] 孟凡净, 刘焜, 王伟. 颗粒润滑界面的流态和润滑特性的研究 [J]. 中国机械工程, 2014, 25(19): 2562-2567.
MENG Fanjing, LIU Kun, WANG Wei. Flow pattern and lubrication features in particulate lubrication interface [J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(19): 2562-2567.
- [8] WANG W, LIU Y, ZHU G Q. Using FEM-DEM coupling method to study three-body friction behavior [J]. Wear, 2014, 318(1/2): 114-123.
- [9] ELKHOLY K N, KHONSARI M M. Experimental investigation on the stick-slip phenomenon in granular collision lubrication [J]. Journal of Tribology, 2008, 130(2): 021302.
- [10] 孙其诚, 王光谦. 静态堆积颗粒中的力链分布 [J]. 物理学报, 2008, 57(8): 4667-4674.
SUN Qicheng, WANG Guangqian. Force distribution in static granular matter in two dimensions [J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(8): 4667-4674.
- [11] SAZZAD M M, SUZUKI K, RAZAVI A M F. Macro-micro responses of granular materials under different b values using DEM [J]. International Journal of Geomechanics, 2012, 12(3): 220-228.
- [12] CUNDALL P A, STRACK A. A discrete numerical model for granular assemblies [J]. Geotechnique, 1979, 29(1): 47-65.
- [13] 曹秒艳, 董国疆, 赵长财. 基于离散元法的固体颗粒介质传力特性研究 [J]. 机械工程学报, 2011, 47(14): 62-69.
CAO Miaoyan, DONG Guojang, ZHAO Changcai. Research on pressure-transfer characteristics in the solid granule medium forming based on the discrete element method [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(14): 62-69.
- [14] GU X Q, YANG J, HUNAG M S. DEM simulations of the small strain stiffness of granular soils: effect of stress ratio [J]. Granular Matter, 2013, 15(3): 287-298.
- [15] CAMPBELL C S. Granular material flows-an overview [J]. Powder Technology, 2006, 162(3): 208-229.

(编辑 赵炜 葛赵青)