

DOI: 10.7652/xjtuxb201705012

新型变曲率椭圆内齿型少齿差行星 齿轮副的啮合特性与传动性能

韩振华, 石万凯, 徐浪, 刘昶

(重庆大学机械传动国家重点实验室, 400030, 重庆)

摘要: 根据摆线针轮少齿差行星传动原理,把圆形针齿齿廓看作两焦点重合的特殊定曲率椭圆曲线,在此基础上提出了一种新型高性能变曲率椭圆内齿型少齿差行星齿轮副:引入轴长系数 λ 分析了变曲率椭圆齿廓曲线的几何原理;基于微分几何和齿轮啮合原理,建立了新型变曲率椭圆内齿齿廓方程,并推导了与其共轭的少齿差行星齿廓方程;分析了该新型齿轮副的啮合线、根切条件、啮合界限、压力角、诱导法曲率和滑动率等啮合特性。研究表明:新型齿轮副具有多齿啮合特性;根切界限方程和啮合界限模型分别为共轭齿廓的根切判定、椭圆内齿的齿根优化提供了有效的理论设计方法;相对于摆线行星传动,当齿高确定时,减小轴长系数 λ 可降低齿轮副压力角、诱导法曲率以及滑动率敏感区间的滑动率幅值和平均值。应用该新型齿轮副对发动机可变气门正时系统的减速装置进行了机构设计与传动性能仿真分析,结果表明:相对于同类型的摆线行星传动,新型齿轮副在传动效率与传动精度方面具有优势。最后加工出了减速装置的物理样机,并测试了样机的回差。测得的回差能很好地满足设计要求,表明回差仿真模型与仿真结果具有合理性。

关键词: 齿形;少齿差;行星传动;啮合原理;啮合特性

中图分类号: TH132 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2017)05-0075-13

Meshing Characteristics and Transmission Performance of a Novel Elliptical Internal Tooth Profile for Planetary Drive with Small Tooth Difference

HAN Zhenhua, SHI Wankai, XU Lang, LIU Chang

(State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: Based on the transmission principle of cycloidal pinwheel drive, the tooth profile of pinwheel is regarded as a special constant curvature elliptic curve with overlapped focuses. Then a new high-performance small tooth difference planetary drive, which takes the variable curvature elliptical curve as internal tooth profile, is proposed. The axial length coefficient λ is introduced to analyze the geometric principle of variable curvature elliptical curve, an elliptical internal tooth profile equation is derived based on differential geometry and conjugate engagement theory, and accordingly the conjugate profile equation is deduced. The meshing line, undercutting condition, meshing boundary, pressure angle, induced normal curvature and sliding ratio of this new gear drive are analyzed. Results show that this new gear drive has multi-teeth meshing property, and the theoretical methods for the conjugate profile undercutting judgment and elliptical tooth root

optimal design are provided separately by undercutting boundary function and meshing boundary. Compared with cycloidal drive, when the tooth height is determined, the pressure angle, induced normal curvature and sliding ratio in sensitive sliding range can be reduced by decreasing axial length coefficient λ . Further, the reducer unit of variable valve timing system is designed by applying this new gear drive, and simulation analysis of the reducer unit is conducted. Results indicate that the superior transmission efficiency and high transmission precision of this new gear drive are demonstrated compared with the same type of cycloidal drive. Finally, a prototype is produced, and its backlash is tested, which meets the design requirements well, suggesting that the simulation model and simulation result of this new reducer unit are reasonable.

Keywords: tooth profile; small tooth difference; planetary drive; engaging principle; meshing characteristics

摆线针轮少齿差行星传动具有运转平稳、结构紧凑、传动比大、承载能力强、传动精度高、传动效率高等优点,在摆线少齿差类工业通用减速器、工业机器人 RV 传动、航空航天用精密传动、电动汽车轮边减速器以及摆线泵等领域中应用广泛^[1-2]。然而,摆线针轮少齿差行星传动也存在着以下不足之处:齿轮副啮合角大且压力角变化范围大,造成转臂轴承受力大和系统动负荷大,是整个传动的最薄弱环节;大功率传动及制造误差等因素易造成针齿销折断失效^[3-4]。这些不足限制了其性能提升,逐渐难以满足近年来齿轮传动高寿命、高功率密度、高可靠性等高性能的发展要求。共轭齿廓曲线对齿轮副的啮合性能起着决定性作用,解决上述难题需从共轭啮合的新齿形出发,通过研究新齿形的设计理论和共轭啮合理论改善啮合性能,为新型高性能齿轮传动奠定理论基础^[5]。

当椭圆的 2 个焦点重合时,椭圆演变成圆,因此,摆线针轮少齿差行星传动的圆形针齿齿廓可看作一种特殊的定曲率椭圆曲线(曲率为 $1/r_z$ 的圆),此时,椭圆的 2 个轴长等于针齿半径。然而在通常情况下,椭圆是一种变曲率几何曲线,它在齿轮传动方面的理论研究与应用主要集中在椭圆节曲线与椭圆齿廓。椭圆节曲线在变传动比非圆齿轮传动方面有着重要应用,椭圆齿廓则主要应用于外啮合转子泵与内啮合齿轮泵。国内外学者对该类型齿轮的节曲线设计、传动类型、齿廓设计、啮合特性、动力学特性及加工制造等方面进行了较为深入的研究^[6]。例如:Ravari 研究了椭圆齿廓内啮合机油泵的流量和磨损特性^[7];Hsieh 提出了一种新型椭圆滚摆线外啮合转子泵,并研究了其共轭啮合理论与传动特性^[8];蔡皓等研究了汽车低噪声椭圆齿廓转子机油泵的传动原理与流体传动性能^[9];Bae 等设计了一

种由椭圆、渐开线、圆弧组合的新型齿廓曲线,并基于啮合原理研究了该齿形在内啮合齿轮泵方面的应用理论^[10]。目前,国内外除上述研究外,变曲率椭圆齿廓在少齿差行星动力传动方面的理论研究至今未见报道,因此,研究具有动力传动优势的新型椭圆齿廓少齿差行星传动啮合理论对提高齿轮传动性能具有重要意义。

本文将摆线针轮少齿差行星传动的圆形针齿齿廓看作特殊的定曲率椭圆曲线,在此基础上引入轴长系数 λ ,提出了几何形状与曲率可调的变曲率椭圆内齿齿廓曲线,建立了变曲率椭圆内齿少齿差行星齿轮副(以下简称新型齿轮副)的共轭啮合理论,并研究了该齿轮副的啮合线、根切特性、啮合界限、压力角、诱导法曲率与滑动率等啮合特性。随后,将该新型齿轮副应用到发动机可变气门正时系统减速装置,并进行了机构设计与传动性能仿真分析。最后,加工出了减速装置物理样机,测试了其回差性能。

1 新型齿轮副的共轭原理

1.1 变曲率椭圆齿廓曲线的几何原理

如图 1 所示,椭圆曲线上一点 E_p 到椭圆中心 O_e 的距离 $O_e E_p$ 为 ρ ,离心角 $\angle O_v O_e A = \alpha$,圆心角 $\angle O_v O_e E_p = \theta$,椭圆 2 个轴 $O_e O_v$ 和 $O_e O_h$ 的轴长可设为 $r_z, \lambda r_z$, λ 定义为轴长系数,表示 2 个轴长的比例关系。根据椭圆曲线的几何性质,点 E_p 到坐标轴 x_1, y_1 的垂线 $E_p E_{px}, E_p E_{py}$ 分别与半径为 $\lambda r_z, r_z$ 的圆交于点 B, A ,相应地,可得到离心角 α 与圆心角 θ 的几何关系^[7-8]

$$\tan \alpha = \frac{\tan \theta}{\lambda} \quad (1)$$

相应地,可得到椭圆曲线方程的离心角 α 与圆心角 θ 形式的坐标 $x_1(\alpha), y_1(\alpha)$ 与 $x_1(\theta), y_1(\theta)$

$$\begin{bmatrix} x_1(\alpha) \\ y_1(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \sin \theta \\ -\rho \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda r_z \sin \alpha \\ -r_z \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(\theta) \\ y_1(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda r_z (\lambda^2 + \tan^2 \theta)^{1/2} \tan \theta \\ -\lambda r_z (\lambda^2 + \tan^2 \theta)^{1/2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

由式(2)、式(3)可知,椭圆上任一点 E_p 均有对应的离心角 α 与圆心角 θ 。在计算和推导过程中以离心角 α 为参量较为简明,在需要转换的场合利用式(1)转换成圆心角参量即可。

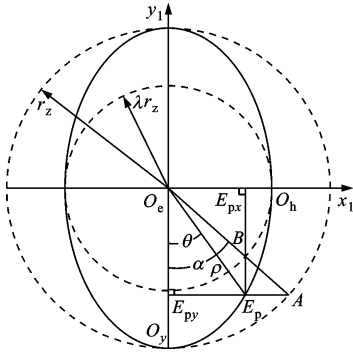


图 1 椭圆曲线离心角 α 与圆心角 θ 的几何关系

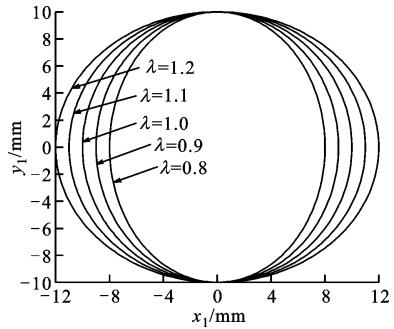
令 r_z 为 10 mm,可求得轴长系数 λ 分别取 0.8、0.9、1.0、1.1、1.2 时的椭圆曲线(见图 2a)和曲率曲线(见图 2b)。从图 2 可以看出: r_z 保持不变时,随着 λ 增大,椭圆曲线在垂直方向逐渐由细窄形渐变成扁宽形; $\lambda=1.0$ 对应特殊的定曲率椭圆曲线,即半径为 r_z 的圆,除此之外均为变曲率椭圆曲线; λ 能显著地改变椭圆曲线的几何形状和曲率大小。

根据摆线少齿差行星传动原理,其内齿齿廓可看作 $\lambda=1.0$ 的特殊定曲率椭圆曲线。同时,当摆线少齿差齿轮副内、外齿数 z_b 、 z_g ,针齿半径 r_z (为便于理解, r_z 可定义为内齿轮的齿高,即 $h_z=r_z$),偏心距 e 和内齿分布圆半径 R_z 确定时,就可以确定一个完整的齿轮副,继而任一齿廓参与啮合传动的压力角、曲率特性与滑动率等啮合特性也得以确定,其传力性能、承载与摩擦磨损特性也随之确定,无法再通过调整其他参数来优化啮合特性。

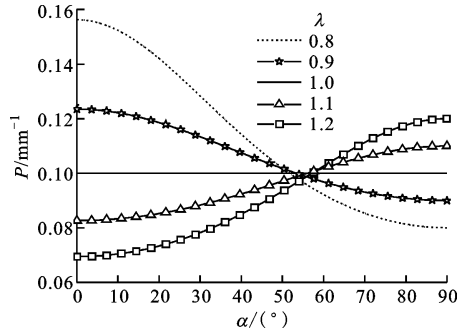
若内齿为 $\lambda \neq 1.0$ 的变曲率椭圆齿廓曲线,则当上述参数确定时,可通过调整 λ 来改变内齿廓的几何形状与曲率,采用啮合原理的运动学法得到新的共轭齿轮副,从而得到新的啮合特性。基于此,下面将研究新型齿轮副的共轭原理,并研究 λ 对齿轮副啮合特性的影响规律,以得到传力性能、诱导法曲率、滑动率等啮合性能均较优异的新型齿轮副。

1.2 坐标系与坐标变换

以椭圆内齿少齿差行星传动为研究对象,利用



(a)不同轴长系数对应的椭圆几何形状



(b)不同轴长系数对应的椭圆曲率

图 2 轴长系数 λ 对椭圆曲线几何形状与曲率的影响

机构反转法将少齿差行星传动转化为定轴传动,采用运动学法以椭圆内齿齿廓 Σ_1 作为刀具齿廓,可包络出共轭行星齿轮齿廓 Σ_2 。为便于描述,将轴长系数 $\lambda=1.0$ 对应的摆线针轮少齿差行星传动简称为摆线行星传动, $\lambda \neq 1.0$ 时的相应地简称为变曲率椭圆内齿行星传动。

利用右手法则建立图 3 所示的坐标系。固定坐标系 $S_{f1}(O_b X_1 Y_1 Z_1)$ 、 $S_{f2}(O_g X_2 Y_2 Z_2)$ 分别与箱体固联,运动坐标系 $S_{s1}(O_b X_{s1} Y_{s1} Z_{s1})$ 、 $S_{s2}(O_g X_{s2} Y_{s2} Z_{s2})$ 分别与椭圆齿廓内齿轮 1、共轭行星齿轮 2 固联,两

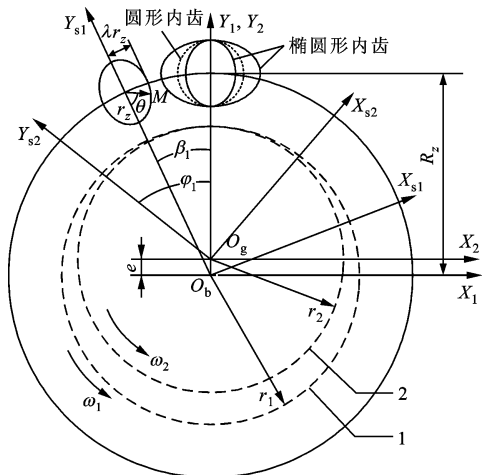


图 3 椭圆齿廓运动包络坐标系

齿轮的中心距为 e , R_z 为椭圆内齿分布圆半径, Z_{s1} 轴、 Z_1 轴和 Z_{s2} 轴、 Z_2 轴分别与齿轮 1、2 的旋转轴重合, Z_{s2} 轴与 Z_{s1} 轴平行。在初始位置, 坐标系 S_{f1} 和 S_{s1} 重合, S_{f2} 和 S_{s2} 重合。齿轮 1、2 分别以角速度 ω_1 和 ω_2 绕 Z_{s1} 轴、 Z_{s2} 轴逆时针转动一段时间后, 转过的角度为 β_1 、 φ_1 。根据转化机构传动比 i_{21} 的定义, 可得到

$$\frac{1}{i_{21}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_b}{z_g} = \frac{\varphi_1}{\beta_1} = \frac{r_1}{r_2} \quad (4)$$

式中: z_b 、 z_g 和 r_1 、 r_2 分别为齿轮 1、2 的齿数及节圆半径。为便于简化后续推导, 令

$$i = \frac{1}{i_{21}} \quad (5)$$

坐标系 S_{s1} 分别到坐标系 S_{s2} 、 S_{f1} 的坐标变换矩阵为

$$\mathbf{M}_{21} = \begin{bmatrix} \cos(i-1)\beta_1 & \sin(i-1)\beta_1 & -e\sin(i\beta_1) \\ -\sin(i-1)\beta_1 & \cos(i-1)\beta_1 & -e\cos(i\beta_1) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{M}_{01} = \begin{bmatrix} \cos\beta_1 & -\sin\beta_1 & 0 \\ \sin\beta_1 & \cos\beta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

1.3 椭圆内齿齿廓方程与啮合方程

椭圆齿廓上一点 M 对应的圆心角与离心角参量为 θ 、 α , 根据式(2)可得到椭圆齿廓曲线 Σ_1 在坐标系 S_{s1} 中以离心角 α 为参量的矢径 $\mathbf{r}_1$ 表达式

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} X_1(\alpha) \\ Y_1(\alpha) \\ Z_1(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda r_z \sin\alpha \\ R_z - r_z \cos\alpha \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

根据齿轮啮合原理, 可得到齿轮副的啮合方程

$$f(\alpha, \beta_1) = \mathbf{N}_1 \mathbf{V}_1^{(12)} = 0 \quad (9)$$

式中: $f(\alpha, \beta_1)$ 为啮合函数; $\mathbf{N}_1$ 为椭圆齿廓 Σ_1 在啮合点处的单位法向量; $\mathbf{V}_1^{(12)}$ 为齿廓 Σ_1 与其共轲齿廓 Σ_2 的啮合点在坐标系 S_{s1} 中的相对运动速度矢量。基于微分几何, 可以推导出啮合方程的通用表达式

$$f(\alpha, \beta_1) = r_z \omega_1 \{ ie(\sin\alpha \cos\beta_1 + \lambda \cos\alpha \sin\beta_1) - (i-1)\sin\alpha [r_z(\lambda^2 - 1)\cos\alpha + R_z] \} = 0 \quad (10)$$

1.4 椭圆内齿少齿差行星共轲齿廓方程

联立式(6)和方程(9), 可求得椭圆齿廓 Σ_1 的少齿差行星共轲齿廓 Σ_2 在坐标系 S_{s2} 中的矢径 $\mathbf{r}_2$ 表达式

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_2 &= [X_2(\alpha, \beta_1) \quad Y_2(\alpha, \beta_1) \quad 1]^T = \mathbf{M}_{21} \mathbf{r}_1(\alpha) \\ f(\alpha, \beta_1) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} X_2(\alpha, \beta_1) &= \lambda r_z c_{\beta_1} \sin\alpha + (R_z - r_z \cos\alpha) s_{\beta_1} - e \sin(i\beta_1) \\ Y_2(\alpha, \beta_1) &= -\lambda r_z s_{\beta_1} \sin\alpha + (R_z - r_z \cos\alpha) c_{\beta_1} - e \cos(i\beta_1) \\ Z_2(\alpha, \beta_1) &= 1 \\ f(\alpha, \beta_1) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中: $s_{\beta_1} = \sin[(i-1)\beta_1]$; $c_{\beta_1} = \cos[(i-1)\beta_1]$ 。

2 啮合特性分析

2.1 啮合线

2.1.1 啮合线方程 啮合线是啮合点在固定坐标系中的轨迹曲线。利用坐标变换矩阵 $\mathbf{M}_{01}$ 将椭圆齿廓 Σ_1 上的啮合点转换到坐标系 S_{f1} 中, 即可得到啮合线 Σ_{m1} 的矢径

$$\mathbf{r}_{m1} = \mathbf{M}_{01}(\beta_1) \mathbf{r}_1(\alpha) = [X_{m1}(\alpha, \beta_1) \quad Y_{m1}(\alpha, \beta_1) \quad 1]^T \quad (13)$$

联立式(7)、式(8), 可得到啮合线 Σ_{m1} 的通用表达式

$$\left. \begin{aligned} X_{m1}(\alpha, \beta_1) &= r_z(\lambda \sin\alpha \cos\beta_1 + \cos\alpha \sin\beta_1) - R_z \sin\beta_1 \\ Y_{m1}(\alpha, \beta_1) &= r_z(\lambda \sin\alpha \sin\beta_1 - \cos\alpha \cos\beta_1) + R_z \cos\beta_1 \\ Z_{m1}(\alpha, \beta_1) &= 1 \\ f(\alpha, \beta_1) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

2.1.2 多齿啮合特性分析 取如下齿轮副参数: 内齿轮齿数 $z_b = 16$, 行星轮齿数 $z_g = 15$, 偏心距 $e = 1.0$ mm, 内齿分布圆半径 $R_z = 20$ mm, 齿高 $r_z = 2.5$ mm, 轴长系数 $\lambda = 0.90$ 。利用 Matlab 求解出相应的椭圆内齿廓、共轲齿廓(见图 4), 并求得 λ 分别取 0.9、1.0、1.1 时 3 种齿轮副的啮合线(见图 5)。从图 4、图 5 中可以看出, 在理想状况下, 椭圆行星齿轮副在传动过程中有一半的轮齿参与啮合, 即重合

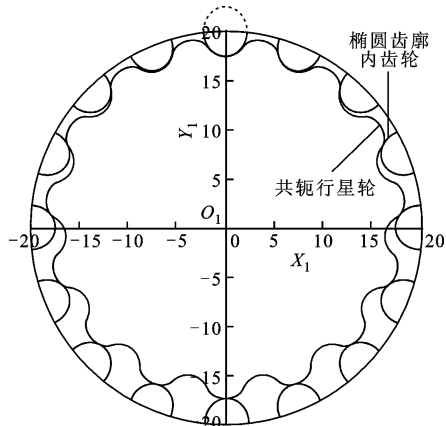


图 4 椭圆齿廓及其共轲齿廓

度为 $z_b/2$,具有多齿啮合特性,理论上具有重合度大、运动传递平稳、传动载荷高、啮合刚度大的啮合特性,有利于发挥误差均化效应,具有精密传动的应用潜力。

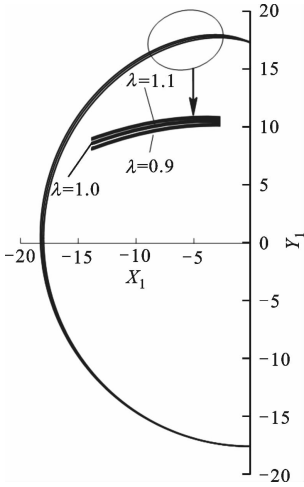


图 5 啮合线

2.2 根切条件

2.2.1 根切判定方程 根切会破坏齿轮副啮合的平滑性,影响传动的平稳性,削弱轮齿根部的强度,降低传动部件的可靠性,所以包络过程中应避免出现根切,因此,研究新型齿轮副的根切条件对避免齿廓根切干涉、提高齿轮副的传动寿命均具有重要意义。假定在进行少齿差行星包络过程中,椭圆内齿廓 Σ_1 的共轭齿廓 Σ_2 出现奇异点,则该点很可能是根切点。根据啮合原理,齿廓 Σ_2 上出现的奇异点可用下式^[8,11]描述

$$\mathbf{v}_r^{(2)} = \mathbf{v}_r^{(1)} + \mathbf{v}^{(12)} = \mathbf{0} \tag{15}$$

式中: $\mathbf{v}_r^{(1)}$ 、 $\mathbf{v}_r^{(2)}$ 表示齿廓 Σ_1 、 Σ_2 上的共轭啮合点分别在动坐标系 S_{s1} 、 S_{s2} 中的运动速度; $\mathbf{v}^{(12)}$ 表示相应的滑动速度,即齿廓 Σ_1 上的啮合点相对 Σ_2 上的共轭啮合点的运动速度。

引入弧长参数 t_0 ,可得到

$$df(\alpha,\beta_1)/dt_0 = 0 \tag{16}$$

由式(16)可确定出齿廓 Σ_1 上包络形成的共轭齿廓 Σ_2 上的奇异点曲线,继而通过该曲线可避免共轭齿廓 Σ_2 上出现奇异点。根据微分几何原理,可得到 Σ_2 上出现奇异点的充要条件为

$$C(\alpha,\beta_1) = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 = 0 \tag{17}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \partial_\alpha X_1 & -v_{X_1}^{(12)} \\ \partial_\alpha f & -\partial_{\beta_1} f \frac{d\beta_1}{dt_0} \end{vmatrix} = 0 \tag{18}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \partial_\alpha Y_1 & -v_{Y_1}^{(12)} \\ \partial_\alpha f & -\partial_{\beta_1} f \frac{d\beta_1}{dt_0} \end{vmatrix} = 0 \tag{19}$$

式中: $C(\alpha,\beta_1)$ 为根切界限函数; $v_{X_1}^{(12)}$ 、 $v_{Y_1}^{(12)}$ 为 $\mathbf{v}^{(12)}$ 所在坐标系中的分量; $\partial_\alpha f$ 、 $\partial_{\beta_1} f$ 为啮合函数 $f(\alpha,\beta_1)$ 对 α 、 β_1 的偏导数; $\partial_\alpha X_1$ 、 $\partial_\alpha Y_1$ 为椭圆齿廓方程对 α 的导数。为不失一般性,可将角速度单位化,即设 $\omega_1 = d\beta_1/dt_0 = 1$ 。

将式(18)、式(19)代入式(17),可得到消除共轭齿廓 Σ_2 奇异性与根切的判定方程

$$C(\alpha,\beta_1) = |v_{X_1}^{(12)} \partial_\alpha f - \partial_{\beta_1} f \partial_\alpha X_1| + |v_{Y_1}^{(12)} \partial_\alpha f - \partial_{\beta_1} f \partial_\alpha Y_1| = 0 \tag{20}$$

2.2.2 根切判定算例分析 若根切界限函数 $C(\alpha,\beta_1)$ 在一个啮合周期内出现函数值为 0 的点,则根切判定方程(20)有非零解,共轭齿廓 Σ_2 会出现奇异点,即发生根切,否则齿廓 Σ_2 不会发生根切。根据表 1 中的齿轮参数,可利用 Matlab 计算出 $C(\alpha,\beta_1)$ 随转角的变化曲线(见图 6),同时求解出 3 种齿轮参数对应的共轭齿廓(见图 7)。

表 1 新型齿轮副的设计参数

参数组	z_b	z_g	e/mm	R_z/mm	r_z/mm	λ
参数 1	16	16	16	20	2.5	0.9
参数 2	16	15	15	20	2.5	1.0
参数 3	16	1	1.2	20	2.5	1.2

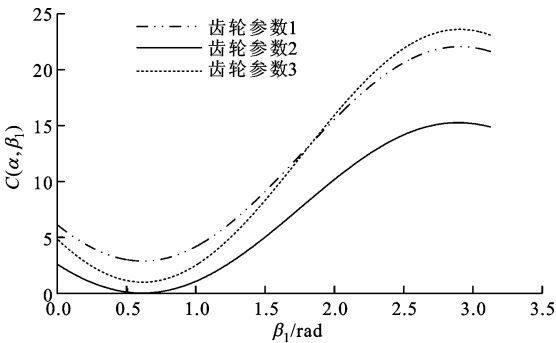
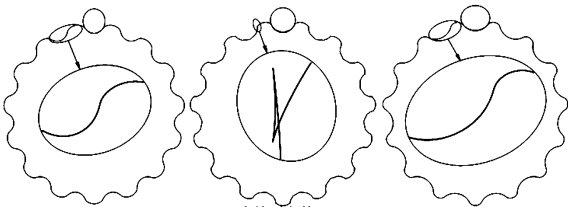


图 6 根切界限函数曲线



(a) 齿轮参数 1 (b) 齿轮参数 2 (c) 齿轮参数 3

图 7 共轭齿廓根切判定方法

综合分析图 6、图 7 可知:参数 1 和参数 3 对应

的根切界限函数始终大于0,即方程 $C(\alpha, \beta_1) = 0$ 无解,表明行星轮不会发生根切;参数2对应的根切界限函数值出现了 $C(\alpha, \beta_1) = 0$ 的情况,即存在满足奇异点条件的点,相应地共轭齿廓 Σ_2 会发生根切。因此,根切判定方程为新型齿轮副提供了无根切设计的理论方法。

2.3 啮合界限

2.3.1 啮合界限点的求解方法 对于一个椭圆齿廓,若存在啮合界限点,则表明该齿廓并不是全齿参与啮合,而是只有啮合界限范围内的齿廓参与啮合,该段啮合曲线的几何性质对齿轮副的啮合特性起决定性作用^[11]。根据啮合方程(9),可求得离心角 α 关于转角 β_1 的函数关系

$$\alpha = g(\beta_1) \quad (21)$$

对啮合方程求全微分,得

$$df(\alpha, \beta_1) = \partial_{\alpha} f d\alpha + \partial_{\beta_1} f d\beta_1 = 0 \quad (22)$$

对全微分方程进行变换,可得到 $g(\beta_1)$ 的导数 $g'(\beta_1)$

$$\alpha' = g'(\beta_1) = d\alpha/d\beta_1 = -\partial_{\beta_1} f / \partial_{\alpha} f \quad (23)$$

令 $g'(\beta_1) = 0$,联立式(10)与式(21)~(23),即可求出函数(21)在一个啮合周期内的极值点,相应地,可确定椭圆齿廓曲线上实际参与啮合的曲线段。

2.3.2 啮合界限算例分析 取 $\lambda = 0.9$,其余参数选用2.1.2小节中的齿轮副参数值,利用 Matlab 编程可得到椭圆齿廓的啮合界限点 M_l 及参与啮合的齿廓范围(见图8)。由图8可知, $\lambda = 0.9$ 对应的变曲率椭圆齿廓上实际进入啮合的只有齿顶处的一小段 Σ_{mt} ,对应的啮合界限点 M_l 的圆心角参量 $\theta_{\max} = 50.35^\circ$ 。因此,利用啮合界限可确定出实际参与啮合的齿廓范围。在不产生齿廓干涉的条件下,相邻两齿齿根用一段圆弧平滑过渡(见图8中的标识),以降低齿高(从图8中可以看出,内齿的齿根圆半径减小了 Δh ,相应地椭圆内齿的齿高也降低了 Δh),

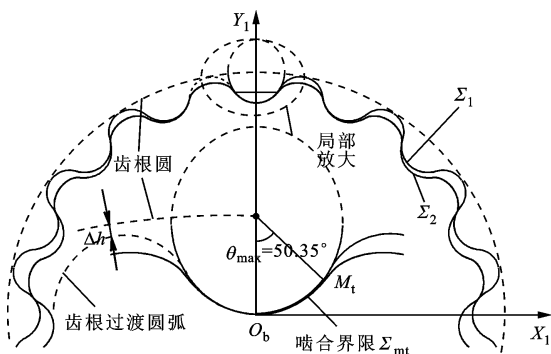


图8 啮合界限与齿根过渡圆弧

优化齿根曲线,改善应力集中,增大内齿轮齿根的弯曲强度和齿轮副的啮合刚度,为齿轮副的齿根优化提供理论设计方法。

根据1.2节中少齿差行星传动的定轴坐标系运动学转化关系,转角 β_1 对应少齿差行星传动的转臂转角。令 λ 分别取0.8、0.9、1.0、1.1和1.2,其余参数选用2.1.2小节中的齿轮副参数值,根据式(1)和2.3.1小节中啮合界限点的求解方法,可求得5对齿轮副椭圆齿廓啮合界限点所对应的离心角 $\alpha_{\max}$ 、圆心角 $\theta_{\max}$ 与转臂转角 β_{d1} (见图9)。同时,由于圆心角可以更直观地显示一个啮合周期内工作齿廓上啮合点在啮合界限内的运动情况,所以根据式(1)与啮合方程(9),求得啮合点对应的圆心角参量 θ 随转臂转角 β_1 的变化曲线,如图10所示。

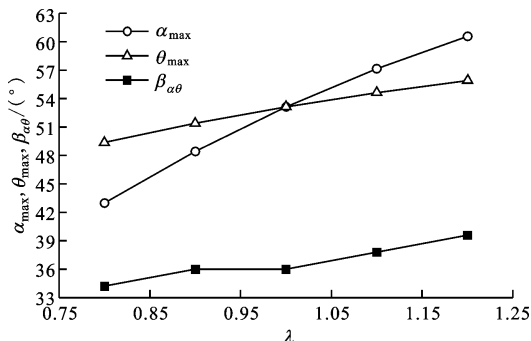


图9 轴长系数 λ 与啮合界限点的关系

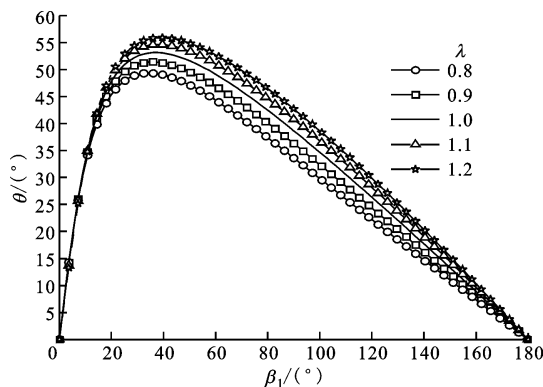


图10 圆心角 θ 与转臂转角 β_1 的关系

从图9、图10同样可以看出,椭圆齿廓上只有齿顶处部分的齿廓参与啮合,啮合范围所对应的圆心角齿廓参量为 $0^\circ \sim \theta_{\max}$,其啮合范围的圆心角最大值 $\theta_{\max}$ 可以通过式(1)、(9)、(21)~(23)解出。 $\theta_{\max}$ 随着 λ 的增大而增大,椭圆齿廓实际参与啮合的曲线段相应地越来越长。图10还表明:在一个齿廓啮合周期内,椭圆齿廓上的啮合点由啮合端点 0° 运动至 $\theta_{\max}$,再反向转回 0° ,即齿廓上的点会先后2次进入啮合,且在啮合界限点 $\theta_{\max}$ 处运动方向发生突变。

根据图9并参考图2所示的椭圆曲线随 λ 的变化情况可知:当齿高不变时,随着 λ 减小,椭圆齿廓的几何形状会越来越细窄,若 λ 过小会使其力学性能变差,而 λ 过大则会增加共轭行星齿轮的齿廓、齿槽尺寸,也会降低其力学性能。因此, λ 过大或过小都会使齿厚和齿槽宽不协调,影响齿轮副的综合力学性能。一般情况下,椭圆少齿差齿轮副的 λ 取0.8~0.95为宜。

综上所述,本节提出的啮合界限计算方法可以确定实际参与啮合的椭圆齿廓曲线,从而提供了不产生齿廓干涉的齿根过渡曲线设计方法,便于对内齿不参与啮合部分的齿根进行优化设计,以达到降低齿高、改善齿根应力集中、提高内齿弯曲强度目的。

2.4 压力角

2.4.1 啮合点压力角 压力角是表征齿轮副传力性能好坏的重要参数,它通过影响齿轮的受力情况来影响齿轮的接触和弯曲强度、传动效率以及轴承寿命。少齿差行星传动主要考虑行星齿轮的压力角,如图11所示。定义行星齿轮齿廓 Σ_2 上一啮合点 M_P ,该点相应的离心角参量为 α_M 、转角参量为 β_M ,相对其几何回转中心 O_g 自转的相对速度 $\mathbf{v}_M$ 与受正压力 F_M 的啮合点(法向量为 $\mathbf{n}_M$)所在直线的夹角为 $\alpha_{PM}^{[12]}$,则 α_{PM} 即为椭圆内齿廓少齿差行星传动的行星轮压力角

$$\alpha_{PM} = \arccos\left(\frac{|\mathbf{v}_M \mathbf{n}_M|}{|\mathbf{v}_M| |\mathbf{n}_M|}\right) \quad (24)$$

式中: $\mathbf{n}_M$ 为啮合点的法向量。

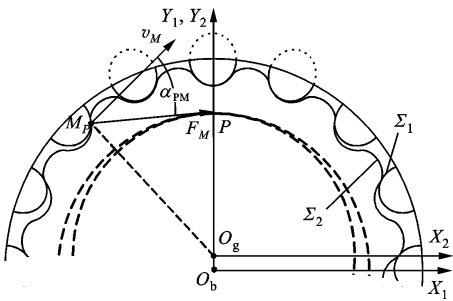


图11 椭圆内齿少齿差行星传动的压力角

式(24)可用向量 $\mathbf{v}_M$ 与 $\mathbf{n}_M$ 所在直线的斜率 K_v 、 K_n 表示

$$\alpha_{PM} = \arccos\left[\frac{|1 + K_v K_n|}{(1 + K_v^2 + K_n^2 + K_v^2 K_n^2)^{1/2}}\right] \quad (25)$$

$$K_v = -\frac{X_2(\alpha_M, \beta_M)}{Y_2(\alpha_M, \beta_M)} \quad (26)$$

$$K_n = -\frac{dX_2(\alpha_M, \beta_M)}{dY_2(\alpha_M, \beta_M)} = -\frac{\partial_{\alpha_M} X_2 \partial_{\beta_M} f - \partial_{\beta_M} X_2 \partial_{\alpha_M} f}{\partial_{\alpha_M} Y_2 \partial_{\beta_M} f - \partial_{\beta_M} Y_2 \partial_{\alpha_M} f} \quad (27)$$

式中: $\partial_{\alpha_M} f$ 、 $\partial_{\beta_M} f$ 与 $\partial_{\alpha_M} X_2$ 、 $\partial_{\beta_M} Y_2$ 分别为啮合函数 $f(\alpha_M, \beta_M)$ 与共轭齿廓方程 $X_2(\alpha_M, \beta_M)$ 、 $Y_2(\alpha_M, \beta_M)$ 对 α_M 、 β_M 的偏微分。

由少齿差行星传动原理可知,内齿轮与行星轮在任意位置啮合时,各啮合点分别处于相应轮齿的不同位置,且这些啮合点关于曲柄轴转角是等间距分布的。若将所有啮合点集中到一个行星轮齿上,则两相邻啮合点对应的转臂转角的相位差为 $2\pi/z_b$,由此可得第 k 个内齿与行星齿廓的啮合点所对应的曲柄轴转臂转角

$$\beta_k = \beta_M + \frac{2\pi(k-1)}{z_b} \quad (28)$$

由式(24)~式(28),可求得一个啮合周期内行星轮与任一椭圆内齿 Z_k (第 k 个轮齿)在各啮合点处的压力角 α_{PM} 。

2.4.2 压力角分析 由1.1节、1.2节可知, $\lambda=1.0$ 对应的是摆线少齿差行星传动,而当 $\lambda \neq 1.0$ 时,齿廓为变曲率椭圆曲线,通过调整 λ 可以改变齿廓曲线的几何形状,从而达到降低齿轮副压力角、改善传力性能的目的。当 λ 分别取0.8、0.9、1.0、1.1、1.2,其他参数采用2.1.2小节中的齿轮副参数值时,可求得任一齿对在一个啮合周期内行星轮的压力角变化曲线,如图12所示。

从图12可以看出:压力角的最小值与平均值均随着 λ 的减小而减小; $\lambda < 1.0$ 对应的行星轮压力角小于摆线行星传动的压力角; $\lambda=0.8, 0.9$ 对应的新型齿轮副的最小压力角分别比摆线行星传动的减小了11.76%和6.21%。因此,在设计新型齿轮副时,适宜选择 $\lambda < 1.0$ 。

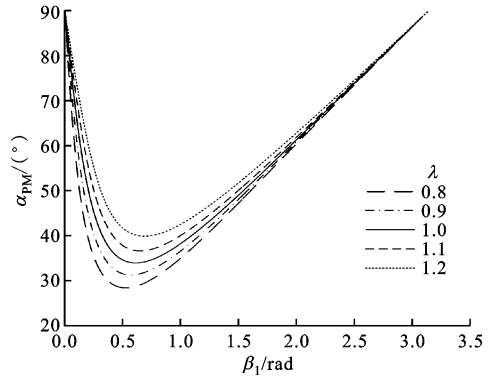


图12 不同轴长系数对应的齿轮副压力角

2.5 诱导法曲率

2.5.1 诱导法曲率的求解方法 一对共轭齿面在某一啮合点处沿任意切线方向的法曲率之差表示该方向的诱导法曲率。根据流体动力润滑理论与弹性

力学可知,共轭齿面接触点处的诱导法曲率越小,其齿面接触强度、承载能力、润滑与摩擦磨损等传动性能就越优异,故诱导法曲率的数值大小是评价新型共轭齿形传动性能的重要指标。根据微分几何,当2个齿面相切作线接触时,两齿面沿接触线方向的诱导法曲率 $k_n^{(12)}$ 等于0^[13],即

$$k_n^{(12)} = k_n^{(1)} - k_n^{(2)} = 0 \quad (29)$$

式中: $k_n^{(1)}$ 、 $k_n^{(2)}$ 分别为共轭齿廓 Σ_1 、 Σ_2 沿接触线方向的法曲率。因此,取接触线方向为诱导法曲率的一个主方向,则诱导法曲率的另一个主方向应与接触线方向垂直,其值 $k_\sigma^{(12)}$ 可由下式求得

$$k_\sigma^{(12)} = k_\sigma^{(1)} - k_\sigma^{(2)} \quad (30)$$

式中: $k_\sigma^{(1)}$ 、 $k_\sigma^{(2)}$ 分别为共轭齿廓 Σ_1 、 Σ_2 沿垂直于接触线方向的法曲率,根据微分几何,可得到

$$k_\sigma^{(1)} = \frac{|X'_1(\alpha)Y''_1(\alpha) - X''_1(\alpha)Y'_1(\alpha)|}{[X'_1(\alpha) + Y'_1(\alpha)]^{3/2}} \quad (31)$$

$$k_\sigma^{(2)} = \frac{|X'_2(\alpha, \beta_1)Y''_2(\alpha, \beta_1) - X''_2(\alpha, \beta_1)Y'_2(\alpha, \beta_1)|}{[X'_2(\alpha, \beta_1) + Y'_2(\alpha, \beta_1)]^{3/2}} \quad (32)$$

联立式(8)、(12)、(29)~(32),可求出齿轮副的诱导法曲率 $k_\sigma^{(12)}$ 。

2.5.2 诱导法曲率算例分析 规定共轭齿廓 Σ_1 、 Σ_2 在接触点处的公法线矢量 $\mathbf{n}$ 的方向由空域指向实体。轴长系数 λ 分别取0.8、0.9、1.0、1.1与1.2,其余参数选用2.1.2小节中的齿轮副参数值,利用Matlab计算出诱导法曲率 $k_\sigma^{(12)}$ 在一个啮合区间内的变化曲线,如图13所示。

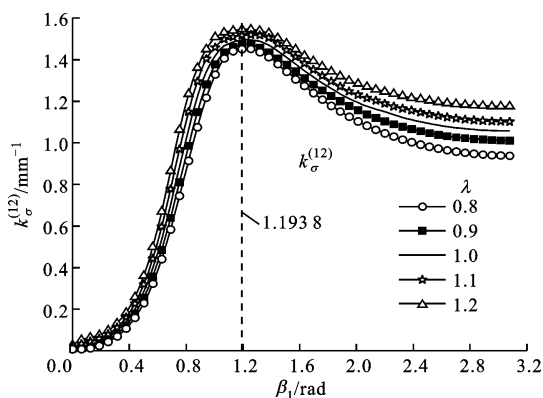


图13 一个啮合区间内的诱导法曲率变化曲线

对图13进行分析,可得到以下结果。

(1)在一个啮合周期内,齿轮副的诱导法曲率随着 λ 的减小而减小,因此在设计齿轮副时,为降低诱导法曲率,适宜选取较小的 λ 。考虑到 $\lambda=1.0$ 对应的是摆线行星传动,为便于对比分析,以下主要分析 $\lambda \leq 1.0$ 对应的齿轮副诱导法曲率的情况。

(2)当转角 β_1 在啮合区间 $0 \sim 1.1938$ rad内时, λ 分别取0.8、0.9、1.0所对应的齿轮副诱导法曲率分别在 $0 \sim 1.3716$ 、 $0 \sim 1.4116$ 和 $0 \sim 1.4480$ mm^{-1} 范围内呈递增趋势,且三者的变动范围、递增趋势相近。其中, λ 取0.8、0.9所对应的齿轮副诱导法曲率的平均值分别为0.4214和0.4551 mm^{-1} ,比摆线行星传动的0.4916 mm^{-1} 分别减小了14.28%和7.42%。

(3)当 β_1 在啮合区间 $1.1938 \sim \pi$ rad内时, λ 分别取0.8、0.9、1.0所对应的齿轮副诱导法曲率分别在 $1.3716 \sim 0.9383$ 、 $1.4116 \sim 1.0117$ 与 $1.4480 \sim 1.0567$ mm^{-1} 范围内呈递减趋势。 λ 取0.8、0.9所对应的齿轮副诱导法曲率平均值分别为1.1450和1.1957 mm^{-1} ,比摆线行星传动的1.2340 mm^{-1} 分别减小了7.21%和3.10%。

综合分析表明:在一个啮合周期内,椭圆少齿差行星齿轮副的诱导法曲率随 λ 减小而减小, $\lambda < 1.0$ 对应的齿轮副比摆线行星传动具有更好的接触强度、承载能力和润滑性能,且随着 λ 的减小,这种传动优势更加明显。因此,在设计新型齿轮副时,宜选择 $\lambda < 1.0$ 。

2.6 滑动率

2.6.1 滑动率模型 共轭齿轮副在啮合传动过程中,啮合点处的速度大小和方向(除节点外)均不相同,即存在相对速度,导致齿廓间产生相对滑动,在载荷传递过程中会引起磨损,降低传动效率与使用寿命。通常用滑动率表示齿廓间的相对滑动程度。如图14所示,椭圆齿廓 Σ_1 及其共轭齿廓 Σ_2 在某个瞬时于 M_s 点啮合,经过时间 Δt 后,齿廓 Σ_1 上的 M_1 点与共轭齿廓 Σ_2 上的 M_2 点啮合,啮合点 M_s 在齿廓 Σ_1 、 Σ_2 上走过的弧长分别为 Δs_1 、 Δs_2 ,滑动弧长为 $\Delta s_1 - \Delta s_2$,则 Σ_1 、 Σ_2 在 M_s 处的滑动率 σ_1 、 σ_2 ^[14]可分别表示为

$$\sigma_1 = \lim_{\Delta s_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta s_1 - \Delta s_2}{\Delta s_1} = \left(\frac{ds_1}{dt} - \frac{ds_2}{dt} \right) \bigg/ \frac{ds_1}{dt} = \frac{ds_1 - ds_2}{ds_1} \quad (33)$$

$$\sigma_2 = \lim_{\Delta s_2 \rightarrow 0} \frac{\Delta s_2 - \Delta s_1}{\Delta s_2} = \left(\frac{ds_2}{dt} - \frac{ds_1}{dt} \right) \bigg/ \frac{ds_2}{dt} = \frac{ds_2 - ds_1}{ds_2} \quad (34)$$

根据微分几何,有

$$ds_1 = \{[dX_1(\alpha)]^2 + [dY_1(\alpha)]^2\}^{1/2} \quad (35)$$

$$ds_2 = \{[dX_2(\alpha, \beta_1)]^2 + [dY_2(\alpha, \beta_1)]^2\}^{1/2} \quad (36)$$

对式(35)、(36)中根号内的各项求全微分,得

$$dX_1(\alpha) = \partial_\alpha X_1 d\alpha \quad (37)$$

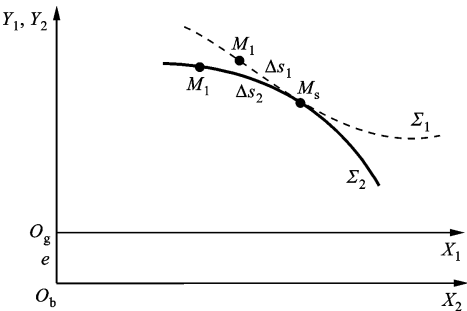


图 14 滑动率几何模型

$$dY_1(\alpha) = \partial_\alpha Y_1 d\alpha \tag{38}$$

$$dX_2(\alpha, \beta_1) = \partial_\alpha X_2 d\alpha + \partial_{\beta_1} X_2 d\beta_1 \tag{39}$$

$$dY_2(\alpha, \beta_1) = \partial_\alpha Y_2 d\alpha + \partial_{\beta_1} Y_2 d\beta_1 \tag{40}$$

式中： $\partial_\alpha X_1$ 、 $\partial_\alpha Y_1$ 、 $\partial_\alpha X_2$ 、 $\partial_\alpha Y_2$ 与 $\partial_{\beta_1} X_2$ 、 $\partial_{\beta_1} Y_2$ 分别为齿廓方程 $X_1(\alpha)$ 、 $Y_1(\alpha)$ 、 $X_2(\alpha)$ 和 $Y_2(\alpha)$ 对 α 、 β_1 的偏导数。

根据少齿差行星传动原理,为了更直观地表示一个啮合周期内的齿面滑动情况,根据微分几何,需把式(37)~(40)中的微分算子 $d\alpha$ 按照式(23)换算成关于 $d\beta_1$ 的表达式,并代入式(35)、(36),可得

$$ds_1 = (\partial_\alpha^2 X_1 + \partial_\alpha^2 Y_1)^{1/2} |\alpha'| d\beta_1 \tag{41}$$

$$ds_2 = (A_\alpha \alpha'^2 + 2A_{\alpha\beta_1} \alpha' + A_{\beta_1})^{1/2} d\beta_1 \tag{42}$$

式中： $A_\alpha = \partial_\alpha^2 X_2 + \partial_\alpha^2 Y_2$ ； $A_{\beta_1} = \partial_{\beta_1}^2 X_2 + \partial_{\beta_1}^2 Y_2$ ； $A_{\alpha\beta_1} = \partial_\alpha X_2 \partial_{\beta_1} X_2 + 2\partial_\alpha X_2 \partial_{\beta_1} Y_2$ 。

由式(23)可得到 α' 的表达式。将式(41)、(42)代入式(33)、(34)并联立式(23),即可求得齿轮副的滑动率 σ_1 、 σ_2 。

2.6.2 滑动率算例分析 轴长系数 λ 分别取 0.8、0.9、1.0、1.1 和 1.2,其余参数选用 2.1.2 小节中齿轮副的参数值,利用 Matlab 计算出 5 种椭圆少齿差行星齿轮副在一个啮合周期内的滑动率 σ_1 、 σ_2 ,结果见图 15。对图 15 进行分析,可得以下结果。

(1) 齿轮副在一个啮合周期的传动过程中,出现

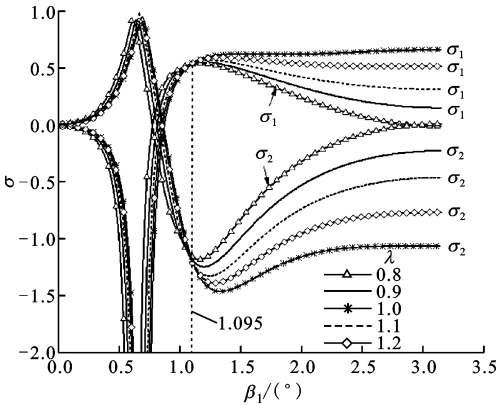


图 15 一个啮合周期内的齿轮副滑动率变化

了椭圆齿廓滑动率 σ_1 无穷大的现象。由 2.3 节可知,椭圆齿廓在一个啮合周期内存在啮合界限点,该点处的接触线方向会发生突变,所以此处的滑动率为无穷大,此现象也间接验证了啮合界限与滑动率数学模型的正确性。

(2) 当转角 β_1 在啮合区间 $0 \sim 1.095 \text{ rad}$ 内时,齿轮副的滑动率幅值随着 λ 的增加而减小,但滑动率的变化趋势相近且变动范围相差较小,滑动率对 λ 的变化不敏感,故在此啮合区间可忽略 λ 对滑动率的影响。

(3) 当转角 β_1 在啮合区间 $1.095 \sim \pi \text{ rad}$ 内时,齿轮副滑动率幅值 $|\sigma_1|$ 、 $|\sigma_2|$ 呈负相关变化,并随着 λ 的减小而减小,且变化幅度明显,此啮合区间可称为滑动率敏感区间,此时以该敏感区间齿轮副滑动率幅值的平均值 $|\sigma_1|_{\text{ave}}$ 、 $|\sigma_2|_{\text{ave}}$ 作为整个啮合区间的滑动率评价标准。当 λ 分别取 0.8、0.9、1.0、1.1、1.2 时,可求得相应的滑动率平均值 $|\sigma_1|_{\text{ave}}$ 和 $|\sigma_2|_{\text{ave}}$,见表 2。从表 2 可以看出： $|\sigma_1|_{\text{ave}}$ 、 $|\sigma_2|_{\text{ave}}$ 随 λ 的减小而减小;当 λ 分别取 1.1 和 1.2 时,相应的 $|\sigma_1|_{\text{ave}}$ 、 $|\sigma_2|_{\text{ave}}$ 值大于摆线行星传动的,故在此不予分析;当 $\lambda=0.8$ 时, $|\sigma_1|_{\text{ave}}$ 、 $|\sigma_2|_{\text{ave}}$ 的值分别比摆线行星传动的减小了 44.91% 和 48.41%;当 $\lambda=0.9$ 时, $|\sigma_1|_{\text{ave}}$ 、 $|\sigma_2|_{\text{ave}}$ 的值分别比摆线行星传动的减小了 23.34% 和 24.31%。

表 2 敏感区间内的齿轮副滑动率

λ	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
$ \sigma_1 _{\text{ave}}$	0.233 2	0.324 5	0.423 3	0.543 0	0.629 5
$ \sigma_2 _{\text{ave}}$	0.403 2	0.591 6	0.781 6	0.989 0	1.195 8

综合分析表明:新型齿轮副在一个啮合周期内存在滑动率敏感区间,在此区间内,齿轮副的滑动率幅值 $|\sigma_1|$ 、 $|\sigma_2|$ 与平均值 $|\sigma_1|_{\text{ave}}$ 、 $|\sigma_2|_{\text{ave}}$ 呈负相关变化,并随着 λ 减小而减小;相对于摆线行星传动, $\lambda < 1.0$ 时新型齿轮副的滑动率较小,在相同载荷下齿面磨损较小,有利于提高传动效率,因此在设计新型齿轮副时,为减小滑动率,适宜选择 $\lambda < 1.0$ 。

3 发动机可变气门正时系统减速装置的机构设计与传动性能分析

3.1 发动机可变气门正时系统减速装置

近年来,可变气门正时系统已被广泛应用于汽车发动机。该系统的控制电机通过减速装置对凸轮轴进行精准的相位控制,使发动机在不同转速范围内改变进排气门正时,提升进排气效率,进而增强发

动机怠速稳定性与低速平稳性,提高发动机功率,降低油耗,改善废气排放^[15]。开发具有优异啮合特性的新型齿轮副及具有大传动比、小体积、高传动效率、高传动精度等高性能的减速装置,是可变气门正时系统的一个重要发展趋势。目前,可变气门正时系统减速装置大都采用单级渐开线或摆线少齿差行星传动,需布置横向尺寸较大的输出机构以输出行星轮的自转,因此该减速装置在体积和传动比方面尚具优化改善空间。

3.2 基于新型齿轮副的 NN 型行星减速装置机构设计

根据上节对该类减速装置的应用背景分析,拟采用 N-N 型少齿差行星传动结构,即在传统单级少齿差行星传动末端串联一级少齿差行星传动,中间通过行星架耦合成双联行星轮,以齿圈输出代替结构复杂的输出机构,从而实现在合理利用几何空间的情况下增加传动比的目的。同时,应用本文提出的新型齿轮副,以期实现比摆线行星传动更优的传力、承载、润滑与抗磨损性能,为减速装置的性能优化以及发动机零部件的轻量化和可靠性设计奠定理论与应用基础。根据发动机正时控制电机的工况及发动机的空间条件,得到减速装置的整机传动参数及齿轮设计参数,分别见表 3、表 4。

表 3 减速装置的整机传动参数

i_{tol}	i'_{tol}	$n_{\text{in}}/\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$	$T_{\text{in}}/\text{N} \cdot \text{m}$	P_{in}/kW
154	153.88±0.10	2 500	1.2	0.314 2
$\eta/\%$	$\theta_{\text{er}}/(^{\circ})$	$\Delta\theta_{\text{er}}/(^{\circ})$	$\theta_{\text{tol}}/(^{\circ})$	$\theta_{\text{i}}/(^{\circ})$
≥84	≤7.5	≤9.8	≤19.50	≤13.80

i_{tol} :理想传动比; i'_{tol} :实际传动比; η :传动效率; θ_{er} :动态转角误差; $\Delta\theta_{\text{er}}$:动态传动精度; θ_{tol} :总回差; θ_{i} :空程回差。

表 4 减速装置的齿轮主要参数

参数	固定齿圈	双联齿轮大轮	输出齿圈	双联齿轮小轮
齿数	34	33	28	27
e/mm	0.95	0.95	0.95	0.95
λ	0.90		0.90	
r_z/mm	2.5		2.5	
b/mm	8	8	8	10
$\Delta r_z/\text{mm}$	0.115		0.127	
$\Delta R_z/\text{mm}$	0.152		0.136	

e :偏心距; r_z :内齿高; b :齿宽; Δr_z :等距修形量; ΔR_z :移距修形量。

3.3 实体建模

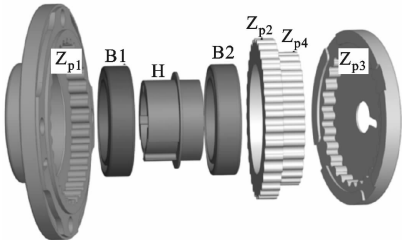
根据齿廓修形的几何原理,可得移距修形(ΔR_z)、

等距修形(Δr_z)后的椭圆齿廓曲线在坐标系 S_{s1} 中的矢径

$$\mathbf{r}_1^m = \begin{bmatrix} X_1^m(\alpha) \\ Y_1^m(\alpha) \\ Z_1^m(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda r_z \sin \alpha + \Delta r_z \tan \alpha (\lambda^2 + \tan^2 \alpha)^{1/2} \\ R_z - \Delta R_z - r_z \cos \alpha - \Delta r_z \tan \alpha (\lambda^2 + \tan^2 \alpha)^{1/2} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

根据 1.4 节中的共轭齿廓求解方法,可求得修形齿廓的共轭齿廓。

根据表 4 中的齿轮参数,采用 Matlab 计算出减速装置齿轮副的齿廓曲线点云数据,导入三维建模软件 SolidWorks 创建精确的三维实体模型(见图 16),并进行虚拟装配,再对装配模型进行干涉检查和运动仿真,结果显示减速装置的齿轮副可以实现连续无干涉传动。



Z_{p1} :固定齿圈; Z_{p2} :双联齿轮大轮; Z_{p3} :输出齿圈;
 Z_{p4} :双联齿轮小轮; $B1, B2$:轴承; H :转臂

图 16 减速装置的三维实体模型

3.4 传动性能仿真分析

减速装置的传动效率 η 、动态转角误差 θ_{er} 、动态传动精度 $\Delta\theta_{\text{er}}$ 与空程回差 θ_{ij} ^[16]的计算公式分别为

$$\eta = T_{\text{out}} \omega_{\text{out}} / (T_{\text{in}} \omega_{\text{in}}) \quad (44)$$

$$\theta_{\text{er}} = \theta_{\text{out}} - \theta_{\text{in}} / i_{\text{tol}} \quad (45)$$

$$\Delta\theta_{\text{er}} = \max\{\theta_{\text{er}}\} - \min\{\theta_{\text{er}}\} \quad (46)$$

$$\theta_{ij} = 60(\theta_{t_j} - \theta_{t_{j'}}) / i_{\text{tol}} \quad (47)$$

式中: T_{in} 、 ω_{in} 与 T_{out} 、 ω_{out} 分别为输入轴与输出轴的扭矩和角速度; θ_{in} 为输入轴的理论回转角; θ_{out} 、 $\theta_{\text{in}}/i_{\text{tol}}$ 分别为输出轴的实际回转角和理论回转角; i_{tol} 为理论传动比; θ_{ij} 为第 j ($j=0,1,\cdots,n$) 次测试所得空程回差值,单位为($^{\circ}$); t_j 、 $t_{j'}$ 分别为输入轴、输出轴第 j 次与第 j' ($j'=0,1,\cdots,n$) 次方向变换所对应的时间; θ_{t_j} 、 $\theta_{t_{j'}}$ 分别为输入轴在时间 t_j 、 $t_{j'}$ 处所对应的转角,单位为($^{\circ}$)。

将齿轮副和偏心轴按设计的几何形位要求进行装配,并将装配体三维模型导入 ADAMS 中,添加约束,建立该减速装置的动力学仿真模型(简称模型

1),如图 17 所示。同时,采用轴长系数 $\lambda=1.0$ 且其他齿轮参数相同的摆线行星传动,建立相同机构类型的减速装置动力学仿真模型(简称模型 2)。将输入转速进行单位换算后,对输入轴、输出轴分别定义运动输入角速度(15 000($^{\circ}$)/s)和模拟负载(-184.8 N·m),对模型 1、2 进行动力学仿真分析,并采用式(44)~式(46)对仿真结果进行数据处理,可得到



图 17 新型齿轮传动减速装置的动力学仿真模型

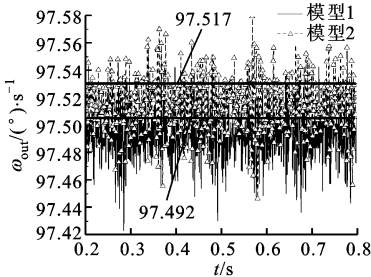


图 18 输出轴角速度

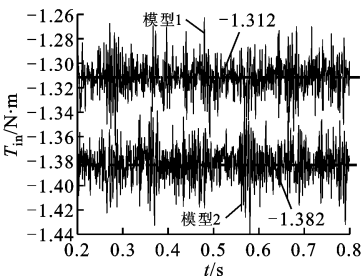


图 19 输入扭矩

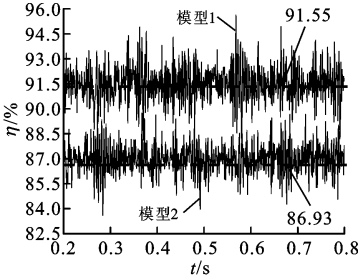


图 20 传动效率

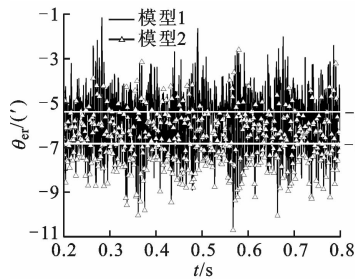


图 21 动态转角误差

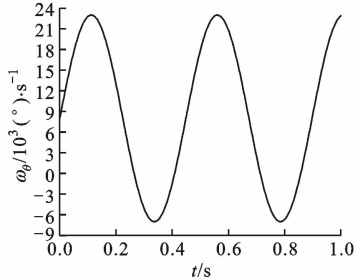


图 22 空程回差仿真模型的输入角速度

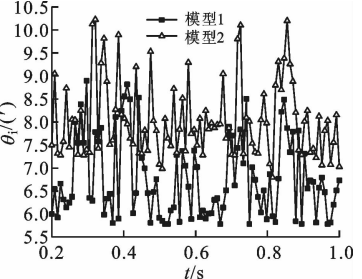


图 23 空程回差仿真结果

(1)根据该减速装置的传动原理,当输入角速度为 15 000($^{\circ}$)/s 时,理论输出角速度应为 97.403($^{\circ}$)/s。由图 18 可知:在额定扭矩作用下,模型 1、2 的输出角速度平均值分别为 97.492($^{\circ}$)/s 和 97.517($^{\circ}$)/s,在理论值 97.403($^{\circ}$)/s 附近小幅波动,与理论值的误差分别为 0.092%和 0.117%。经计算得到的实际传动比分别为 153.86 和 153.82,与理论传动比 154 十分吻合,并满足表 3 中的设计要求。相对于模型 2,模型 1 的实际传动比更接近理论值。分析表明,虚拟模型的约束关系正确,模型参数设置合理,满足运动学关系。

该工况下减速机构的输出角速度 ω_{out} (见图 18)、输入扭矩 T_{in} (见图 19)、传动效率 η (见图 20)、动态转角误差 θ_{er} (见图 21)以及传动精度 $\Delta\theta_{er}$ 。

回差是输入轴反转时输出轴在运动上滞后于输入轴的现象。向输入轴施加正弦函数形式的角速度 $\omega_{\theta}=15\,000\sin(14t)+8\,000$ (见图 22),以实现输入轴不断进行正反转。从图 22 中可看出,在时间区间 0.2~0.3、0.4~0.5、0.7~0.8 与 0.8~0.9 s 分别存在一次输入轴角速度换向,即输入轴会有 4 次正反转换向。通过设置参数,利用 ADAMS 仿真得到减速机构的空程回差,并采用式(47)对仿真结果进行数据处理,可求得输出轴 4 次换向时的回差值(取 100 个点),绘制出模型 1、2 的回差值变化曲线,如图 23 所示。

对图 18~图 23 中的仿真结果进行分析,可得如下结果。

(2)在额定工况下,减速装置的理论输入扭矩为 1.2 N·m,理论输出扭矩应为 184.8 N·m。由图 19 可知,减速器的输入扭矩存在一定的波动,模型 1、2 的平均值为 1.312 和 1.382 N·m,与理论值的误差分别为 9.30%和 15.17%。由图 20 可知,模型 1 的传动效率为 91.55%,比模型 2 的 86.93%高 4.62%。分析表明,在相同齿轮参数下,相对于摆线行星传动,减速装置采用 $\lambda=0.9$ 的新型齿轮副可提高传动效率。

(3)由图 21 可知,模型 1 的动态转角误差平均值为-5.4',相对于模型 2 的-6.8'降低了 20.59%。

根据图中的数值波动幅度,由式(47)可求得模型1的传动精度为 $7.4'$,比模型2的 $8.6'$ 提高了13.95%。分析表明,在相同齿轮参数下,相对于摆线行星传动,采用 $\lambda=0.9$ 的新型齿轮副的减速装置可以提高动态转角误差与传动精度。

(4)由图23可知,模型1的最大空程回差为 $8.89'$,比模型2的 $10.20'$ 降低了12.84%,这表明在相同修形量下,相对于摆线行星传动,采用 $\lambda=0.9$ 的新型齿轮副可以减小空程回差。

综合以上分析可知:在相同的齿轮参数、传动结构与工况下,采用 $\lambda=0.9$ 的新型齿轮副的减速装置在传动效率、动态传动误差、传动精度与空程回差等传动性能方面要优于采用摆线行星齿轮副的减速装置,具有工程应用价值。同时,该新型齿轮副减速装置的传动性能仿真也可后续模型加工及试验研究奠定基础。

3.5 样机加工及回差测试

根据表4中的齿轮参数和3.3节中的实体建模数据,利用粉末冶金技术加工出了减速装置的两级新型齿轮副和转臂H,并与2个轴承B1、B2进行装配,得到图24所示的物理样机。



图24 减速装置物理样机

减速装置的回差是评价可变气门正时系统凸轮轴相位调节精准度的重要指标,其总回差 θ_{tol} 主要由空程回差 θ_i 与弹性回差 θ_e 组成,其中, θ_i 主要由齿轮副侧隙引起, θ_e 则主要由加载扭矩引起,且满足 $\theta_{\text{tol}}=\theta_i+\theta_e$ 。采用逐次加载/卸载法测试样机的回差^[17]。由于减速装置初始设计的额定输出扭矩为 $184.8\text{ N}\cdot\text{m}$,因此测试时扭矩加载从 $0\text{ N}\cdot\text{m}$ 开始,每次增加 $10\text{ N}\cdot\text{m}$,直至加载到 $190\text{ N}\cdot\text{m}$,然后再逐次卸载,每次减小 $10\text{ N}\cdot\text{m}$,直到扭矩为 $0\text{ N}\cdot\text{m}$,同时利用旋转光栅编码器测量输出端转过的角度 θ_T ,记录测量数据并进行数据拟合分析,得到回差曲线,如图25所示。

由图25的回差测试曲线可知:

(1)在额定工况下,N-N型变曲率椭圆内齿少齿差行星减速装置的空程回差 $\theta_i=3.42\times 10^{-3}\text{ rad}=11.76'$,弹性回差 $\theta_e=1.44\times 10^{-3}\text{ rad}=4.95'$,总

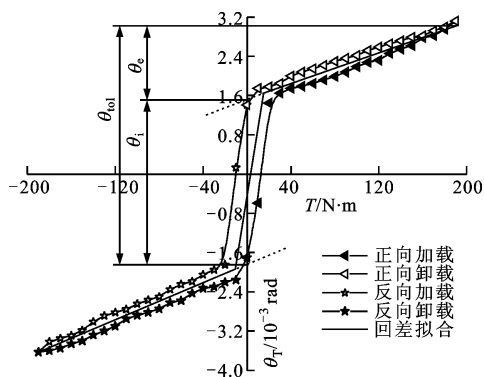


图25 减速装置的回差测试曲线

回差 $\theta_{\text{tol}}=4.86\times 10^{-3}\text{ rad}=16.71'$,回差性能均能很好地满足设计要求;

(2)测试得到的空程回差 θ_i 大于仿真结果 $8.89'$,这主要是由于仿真模型的装配条件较为理想,且未考虑轴承装配、零部件制造误差等因素造成的,从而也说明了ADAMS回差仿真模型与仿真结果具有合理性,可以用于该减速装置空程回差的预测。

4 结 论

本文提出了一种可用于动力传动的新型变曲率椭圆内齿型少齿差行星齿轮副。分析了变曲率椭圆齿廓曲线的几何原理,建立了椭圆内齿齿廓方程,并推导出了其少齿差行星共轭齿廓的通用表达式;研究了该新型齿轮副的啮合线、根切条件、啮合界限、压力角、诱导法曲率与滑动率等啮合特性;利用该新型齿轮副设计了可变气门正时系统的减速装置,对其传动性能进行了仿真分析,并加工出了样机,利用加载/卸载法测试了样机的回差。通过上述研究得到的主要结论如下。

(1)该新型齿轮副具有多齿啮合特性,理论上具有重合度大、传递载荷大、啮合刚度大、传动精度高等传动优势。

(2)利用根切界限方程得到了齿轮副的无根切设计方法,建立了实际参与啮合的椭圆齿廓区间求解方法,为内齿轮的齿根优化提供了理论依据。

(3)得到了轴长系数 λ 对压力角、诱导法曲率和滑动率的影响规律:当其他齿轮参数确定时,在一个啮合周期内,齿轮副的压力角和诱导法曲率随着 λ 的减小而明显减小;齿轮副的滑动率变化存在不敏感和敏感区间,在不敏感区间 λ 对滑动率变化无明显影响,而敏感区间的滑动率幅值 $|\sigma_1|$ 、 $|\sigma_2|$ 和平均值 $|\sigma_1|_{\text{ave}}$ 、 $|\sigma_2|_{\text{ave}}$ 则随着 λ 的减小而明显变小;相对于摆线行星传动,在设计变曲率椭圆内齿型少齿差

齿轮副时,宜选择 $\lambda < 1.0$ 。

(4)仿真结果表明,采用新型齿轮副设计的可变气门正时系统减速装置具有较高的传动效率和传动精度以及较小的空程回差;测得的样机回差能很好地满足设计要求,表明回差仿真模型与仿真结果具有合理性。

参考文献:

- [1] LAI T S. Design and machining of the epicycloid planet gear of cycloid drives [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2006, 28(7): 665-670.
- [2] 陈兵奎, 房婷婷, 李朝阳, 等. 摆线针轮行星传动共轭啮合理论 [J]. 中国科学: E 辑 科学技术, 2008, 38(1): 148-160.
CHEN Bingkui, FANG Tingting, LI Chaoyang, et al. Gear geometry of cycloid drives [J]. Science in China: Series E Technological Sciences, 2008, 38(1): 148-160.
- [3] 何卫东, 李欣, 李力行. 高承载能力高传动效率新型针摆行星传动研究 [J]. 中国机械工程, 2005, 16(7): 565-569.
HE Weidong, LI Xin, LI Lixing. Study on new-pin-cycloidal drive with high load capacity [J]. China Mechanical Engineering, 2005, 16(7): 565-569.
- [4] LI S. The latest design technologies for gear devices with great transmission ratios [C]//International Gear Conference 2014. Lyon, France: Chandos Publishing, 2014: 427-436.
- [5] 陈兵奎, 李海翔. 渐开弧面齿轮的形成原理与数学模型 [J]. 机械工程学报, 2012, 48(3): 57-62.
CHEN Bingkui, LI Haixiang. Generation principle and mathematical models of involute-circular gear [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(3): 57-62.
- [6] OTTAVIANO E, MUNDO D, DANIELI G A, et al. Numerical and experimental analysis of non-circular gears and cam-follower systems as function generators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(8): 996-1008.
- [7] RAVARI M R K. Elliptical lobe shape gerotor pump design to minimize wear [J]. Frontiers of Mechanical Engineering, 2011, 6(4): 429-434.
- [8] HSIEH C F. A new curve for application to the rotor profile of rotary lobe pumps [J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 87(5): 70-81.
- [9] CAI Hao, YANG Wenming, LIU Guangming. Design of gerotor oil pump with new rotor profile for improving performance [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 2015, 230(4): 592-601.
- [10] BAE J H, KWAK H S, SAN S, et al. Design and CFD analysis of gerotor with multiple profiles (ellipse-involute-ellipse type and 3-ellipses type) using rotation and translation algorithm [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 2015, 230(5): 804-823.
- [11] VECCHIATO D, DEMENEGO A, ARGYRIS J, et al. Geometry of a cycloidal pump [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2001, 190(18): 2309-2330.
- [12] 陈振宇, 沈兆光, 杨玉虎. 摆线针轮行星传动机构啮合特性分析 [J]. 机械设计, 2015, 11(10): 9-14.
CHEN Zhenyu, SHEN Zaoguang, YANG Yuhu. Meshing characteristic analysis of cycloid pin gear planetary transmission mechanism [J]. Journal of Machine Design, 2015, 11(10): 9-14.
- [13] 吴序堂. 齿轮啮合原理 [M]. 2 版. 北京: 北京机械工业出版社, 2009: 193-201.
- [14] 韩振华, 石万凯, 肖洋轶, 等. 新型复合摆线外啮合圆柱齿轮副的传动特性分析 [J]. 西安交通大学学报, 2016, 50(9): 10-19, 131.
HAN Zhenhua, SHI Wankai, XIAO Yangyi, et al. Analysis on transmission characteristics of novel composite cycloid cylindrical gears for external driving [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2016, 50(9): 10-19, 131.
- [15] 王孟, 张力, 谢博强, 等. 可变气门正时机构动态响应特性的试验研究 [J]. 汽车工程, 2012, 34(5): 461-465.
WANG Meng, ZHANG Li, XIE Boqiang, et al. An experimental study on the dynamic response characteristics of variable valve timing mechanism [J]. Automotive Engineering, 2012, 34(5): 461-465.
- [16] 赵海鸣, 王猛, 张林林, 等. RV 减速器静态回差分析及误差分配研究 [J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2016, 49(2): 164-170.
ZHAO Haiming, WANG Meng, ZHANG Linlin, et al. Static backlash analysis and study on error distribution of RV reducer [J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2016, 49(2): 164-170.
- [17] 冉毅. RV 减速器传动精度分析 [D]. 重庆: 重庆大学, 2015: 85-86.

(编辑 葛赵青)