

DOI: 10.7652/xjtuxb201707015

采用 NSGA-Ⅱ 算法的面齿轮副小轮 拓扑修形多目标优化

付学中, 方宗德, 关亚彬, 李建华

(西北工业大学机电学院, 710072, 西安)

摘要: 为合理确定面齿轮副小轮的修形参数, 设计了均由 2 段抛物线与 1 段直线组成的直齿小轮齿廓和齿向修形曲线, 将由三次 B 样条拟合得到的修形曲面与理论齿面相叠加来构造拓扑修形齿面。采用带精英策略的快速非支配排序遗传算法(NSGA-Ⅱ), 结合面齿轮副的几何接触分析(TCA)和承载接触分析(LTCA)技术, 提出了以修形曲线参数为优化变量, 使抛物线几何传动误差曲线两端对称、接触印痕限制在齿宽中部、承载传动误差波动幅值最小的的小轮拓扑修形多目标优化设计方法, 并编制了相应的 Matlab 程序。算例表明: 优化修形参数后得到了对称的抛物线几何传动误差和位于大轮齿宽中部的接触印痕, 并大幅度减小了承载传动误差波动, 从而可有效降低安装误差敏感性和齿轮副的振动、噪声。

关键词: 面齿轮; 拓扑修形; 多目标优化; NSGA-Ⅱ; 传动误差; 接触印痕

中图分类号: TH132.41; TP391.72 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2017)07-0098-07

NSGA-Ⅱ Based Multi-Objective Optimization on Topologically Modified Pinions for Face Gear Pairs

FU Xuezhong, FANG Zongde, GUAN Yabin, LI Jianhua

(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: To reasonably determine the technical parameters in profile modification of face gear pairs, a tooth profile and an axial modification curve both composed of two sections of parabola and a straight line on a spur pinion are created. A topologically modified tooth surface can be represented as a superposition of theoretical tooth surface and the deviation surface obtained by cubic B-splines fitting on the tooth surface grid. Based on the tooth contact analysis (TCA) and loaded tooth contact analysis (LTCA) of the face gear pairs, taking the parabolic transmission error curve being symmetrical in geometry, the contact path being limited in the central tooth width, and the minimum wave amplitude of loaded transmission errors as the three optimization objectives, a multi-objective optimization model is established, and the corresponding programs are developed by software Matlab. The fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm Ⅱ (NSGA-Ⅱ) is selected as the multi-objective optimization algorithm. An optimization example shows that the present method obtains symmetric parabola geometry transmission error and the contact path in the middle of gear tooth width, which greatly reduces the wave amplitude of loaded transmission errors, hence effectively reduces installation error sensitivity, vibration and

收稿日期: 2016-11-14。 作者简介: 付学中(1986—),男,博士生;方宗德(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51375384)。

网络出版时间: 2017-05-02

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20170502.1718.004.html>

noise.

Keywords: face gear; topological modification; multi-objective optimization; NSGA-II; transmission error; contact path

面齿轮传动^[1]是圆柱齿轮与平面齿轮啮合的角度传动,用于两轮轴线相交或交错的情况,经合理设计后可代替一般工业中的锥齿轮或准双曲面齿轮传动,应用潜力巨大。目前,欧美发达国家已成功将面齿轮应用于重型武装直升机(如阿帕奇 AH-64)主减分支传动系统和机床(如多维孔加工机床)刀塔主传动系统中,性能优势明显^[2-5],国内则将其应用于核燃料后处理反应器的传动机构^[6]。

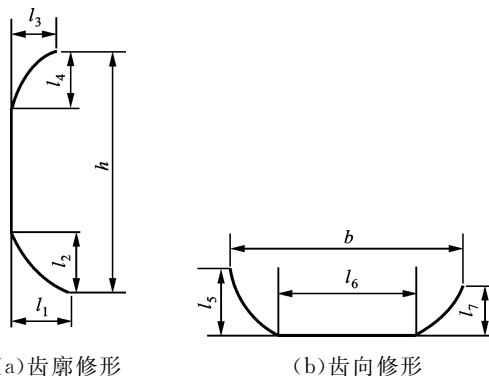
为了改善面齿轮传动的啮合性能,通常对齿面进行修形处理,例如:Zanzi 等采用齿廓为失配渐开线的砂轮对小轮进行了双向修形^[7];彭先龙等用给定的啮合性能对面齿轮和小轮齿面进行重新设计,实现了对啮合印痕质量和传动误差的主动控制^[8];郭辉提出了采用修形蜗杆砂轮对小轮双冠修形的方法^[9];唐进元等提出了小轮采用齿廓修形和等半径圆弧齿向修形与面齿轮采用齿廓修形相结合的方式^[10]。以上研究虽可有效改善接触印痕、传动误差等,但未能提供精确的修形曲面和修形齿面,且修形工艺参数和修形量难以预控,尚无法满足航空领域对齿轮传动高精度设计的要求。另有研究^[11]表明,传动误差曲线的形状、幅值与齿面接触特性密切相关,承载传动误差变化则是产生啮合冲击、振动、噪声的主因之一。

本文设计了由 2 段抛物线与 1 段直线组成的直齿小轮齿廓、齿向修形曲线,将拟合得到的修形曲面与理论齿面相叠加来构造精确的拓扑修形齿面,并采用带有精英策略的快速非支配排序遗传算法(NSGA-II),结合面齿轮副的几何接触分析(TCA)和承载接触分析(LTCA)技术,建立了以小轮修形参数为优化变量,使抛物线几何传动误差曲线两端对称、接触印痕限制在齿宽中部、承载传动误差波动幅值最小的多目标优化模型,得到了最佳修形参数。

1 小轮拓扑修形齿面

拓扑修形可视作二维的齿廓、齿向修形叠加,既可减小啮入和啮出的冲击、噪声,又可改善齿向载荷分布,保证啮合平稳。本文设计的小轮齿廓、齿向修形曲线由 2 段抛物线与 1 段直线组成,见图 1,图中 l_1, l_3 与 l_2, l_4 为齿廓两端的最大修形量和对应的修形长度, l_5, l_7 与 l_6 为齿向两端的最大修形量和不修

形长度, h, b 为旋转投影面上的齿高、齿宽。



(a) 齿廓修形

(b) 齿向修形

图 1 小轮修形曲线

将修形曲线设计成 3 段式,其优点是可通过 l_k ($k=1,2,\dots,7$)取不同值的组合来包括各类修形,例如:齿廓修根时取 $l_1, l_2 \neq 0$,其余取 0;齿廓修缘时取 $l_3, l_4 \neq 0$,其余取 0;鼓形修整时取 $l_5, l_7 \neq 0$ 且 $l_6 < b$,其余取 0;拓朴修形时取 $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_7 \neq 0$ 且 $l_6 < b$ 。修形曲线用旋转投影面的数据表示。旋转投影面表示为

$$\left. \begin{aligned} x &= (R_{1x}^2 + R_{1y}^2)^{1/2} \\ y &= R_{1z} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: R_{1x}, R_{1y}, R_{1z} 是小轮的理论齿面位矢坐标分量。

将旋转投影面沿轮齿齿高、齿长方向均匀划分成 $m \times n$ 个网格点阵,根据修形曲线计算网格节点的修形量 $\delta_{ij}(x, y)$ ($i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$),再由三次 B 样条对齿面网格节点数据进行拟合,获得光滑的修形曲面。样条曲面的具体拟合算法可参见文献[12]。将修形曲面与理论齿面进行叠加,构造精确的拓朴修形齿面,其位矢和法矢表示为

$$\mathbf{R}_{1r}(u_1, l_1) = \delta(x, y) \mathbf{n}_1(u_1, l_1) + \mathbf{R}_1(u_1, l_1) \quad (2)$$

$$\mathbf{n}_{1r} = \left(\frac{\partial \mathbf{R}_1}{\partial u_1} + \frac{\partial \delta}{\partial u_1} \mathbf{n}_1 + \frac{\partial \mathbf{n}_1}{\partial u_1} \delta \right) \times \left(\frac{\partial \mathbf{R}_1}{\partial l_1} + \frac{\partial \delta}{\partial l_1} \mathbf{n}_1 + \frac{\partial \mathbf{n}_1}{\partial l_1} \delta \right) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{R}_1, \mathbf{n}_1$ 是小轮的理论齿面位矢和法矢; u_1, l_1 是展成小轮理论齿面的 2 个独立参数。

2 面齿轮副的 TCA 和 LTCA 模型

2.1 TCA 模型

TCA 模型采用的坐标系如图 2 所示:坐标系 S_1, S_2 分别与修形小轮、面齿轮固联,其中 Φ_1, Φ_2 为

对应的转角,将2个齿面坐标变换到固定坐标系 S_f 中进行切触;坐标系 S_q 、 S_d 、 S_e 分别用于模拟轴向位移误差 Δq 、轴夹角误差 $\Delta \gamma$ 和偏置误差 ΔE ,其中 B 为小轮与大轮产形轮分度圆半径之差, γ_m 为轴夹角 γ 的补角, L_0 为面齿轮的中径, γ_f 为实际安装角, $\gamma_f = \gamma_m + \Delta \gamma$ 。

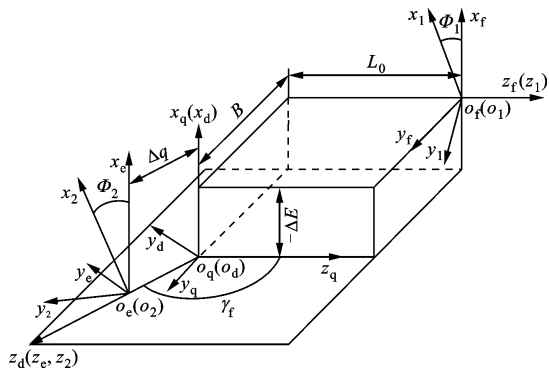


图2 啮合坐标系

小轮修形面齿轮副的 TCA 方程可表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}_{f1}(\Phi_1) \mathbf{R}_{1r}(u_1, l_1) &= \mathbf{M}_{f2}(\Phi_2) \mathbf{R}_2(u_2, l_2) \\ \mathbf{L}_{f1}(\Phi_1) \mathbf{n}_{1r}(u_1, l_1) &= \mathbf{L}_{f2}(\Phi_2) \mathbf{n}_2(u_2, l_2) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{R}_2$ 、 $\mathbf{n}_2$ 为面齿轮的位矢和法矢; u_2 、 l_2 是展成面齿轮齿面的 2 个独立参数; $\mathbf{M}_{f1}$ 、 $\mathbf{M}_{f2}$ 为由坐标系 S_1 到 S_f 、 S_2 到 S_f 的齐次坐标变换矩阵; $\mathbf{L}_{f1}$ 、 $\mathbf{L}_{f2}$ 为对应 $\mathbf{M}_{f1}$ 、 $\mathbf{M}_{f2}$ 的底矢变换矩阵。

将式(4)向坐标轴投影,可得 5 个独立的标量方程,含 6 个参数,以一定增量改变 Φ_2 值输入求解,直到接触点超出齿面有效边界为止,即可得接触迹线,并定义几何传动误差

$$\Delta \Phi_2 = \Phi_2 - \Phi_{20} - \frac{N_1}{N_2}(\Phi_1 - \Phi_{10}) \quad (5)$$

式中: Φ_{10} 、 Φ_{20} 是 2 个齿轮的初始转角; N_1 、 N_2 是 2 个齿轮的齿数。

2.2 LTCA 模型

在前述 TCA 的基础上,可进一步得到任意接触点处两齿面的相对主方向和主方向上齿对间的 n 维初始接触间隙矢量 $\mathbf{w}$ 。采用有限元法和多元插值法计算齿面接触点的法向柔度矩阵 $\mathbf{F}$,算法详见文献[13-14]。建立含安装误差的小轮拓扑修形面齿轮副承载接触问题的数学规划模型

$$\left. \begin{aligned} \min \sum_{j=1}^{n+1} X_j \\ -\mathbf{F}\mathbf{p} + \mathbf{Z} + \mathbf{d} + \mathbf{X} &= \mathbf{w} \\ \mathbf{P} &= \mathbf{e}^T \mathbf{p} + X_{n+1} \\ \text{s. t. } p_j &\geq 0, d_j \geq 0, Z_j \geq 0, X_j \geq 0 \\ p_j &= 0 \parallel d_j = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

该非线性规划的目标为使变形能最小,由未知参数 $\mathbf{d}$ 、 $\mathbf{Z}$ 、 $\mathbf{p}$ 和已知参数 $\mathbf{w}$ 、 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{P}$ 组成。式中: $\mathbf{P}$ 为齿面上的法向集中载荷; X_j ($j=1, 2, \dots, n+1$) 为人工变量; $\mathbf{p}$ 为瞬时接触椭圆长轴离散点处的法向载荷; $\mathbf{Z}$ 为轮齿变形后的法向位移; $\mathbf{d}$ 为瞬时接触椭圆长轴离散点处变形后的齿面间隙; $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ 是 n 维列向量; $\mathbf{e}$ 为单位 n 维列向量。式(6)中的 $-\mathbf{F}\mathbf{p} + \mathbf{Z} + \mathbf{d} + \mathbf{X} = \mathbf{w}$ 及 $\mathbf{P} = \mathbf{e}^T \mathbf{p} + X_{n+1}$ 分别为变形后的位移协调方程和力平衡方程,约束条件包括:边界条件 $p_j \geq 0, d_j \geq 0, Z_j \geq 0, X_j \geq 0$; 非嵌入条件 $p_j = 0 \parallel d_j = 0$ 。

求解出式(6),并根据下式计算承载传动误差

$$\mathbf{T}_e = 3\,600 \times 180 \frac{\mathbf{Z}}{(\mathbf{R}_2 \times \mathbf{n}_2) \cdot \mathbf{b}} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{b}$ 为面齿轮旋转轴的单位矢量。

3 修形优化设计

3.1 优化模型

理想的齿轮几何传动误差曲线应为开口向下的抛物线,齿对间交叉连续且两端对称;理想的接触印痕位置应位于齿宽中部,轻微脱离内外端。承载传动误差的变化程度反映齿轮的动态性能,波动幅值越大则振动和噪声越大,波动幅值小则传动平稳,因此,多目标小轮拓扑修形优化模型可表示为:

优化变量 $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_7$;

目标函数

$$\min \begin{cases} f_1(\zeta) = \text{abs}(\Delta \Phi_{21} - \Delta \Phi_{22}) \\ f_2(\zeta) = \text{abs}(L_c - L_0) \\ f_3(\zeta) = \max(\mathbf{T}_e) - \min(\mathbf{T}_e) \end{cases} \quad (8)$$

约束条件

$$\text{s. t. } \begin{cases} \delta_{\min} \leq l_1, l_3 \leq \delta_{\max} \\ l_{\min} \leq l_2, l_4 \leq l_{\max} \\ \delta'_{\min} \leq l_5, l_7 \leq \delta'_{\max} \\ l'_{\min} \leq l_6 \leq l'_{\max} \end{cases} \quad (9)$$

式中:函数 f_1 、 f_2 、 f_3 分别表示目标几何传动误差曲线两端对称、印痕位于齿宽中部、承载传动误差波动幅值最小; $\Delta \Phi_{21}$ 、 $\Delta \Phi_{22}$ 为几何传动误差曲线两端的幅值; L_c 是中间接触点在旋转投影面的齿宽; $\delta_{\min}$ 和 $\delta_{\max}$ 、 $\delta'_{\min}$ 和 $\delta'_{\max}$ 分别为齿廓、齿向指定修形量的极小和极大值; $l_{\min}$ 和 $l_{\max}$ 为齿廓指定修形长度的极小和极大值; $l'_{\min}$ 和 $l'_{\max}$ 为齿向指定不修形长度的极小和极大值。

3.2 NSGA-II 算法

传统的多目标优化方法是多目标乘以权重再

线性相加,转化成单目标优化问题求解,往往存在主观性强、局部最优、各目标相互制约等缺点^[15]。本文的优化目标函数为面齿轮副的 TCA、LTCA 求解结果,与优化变量之间无直接关联,无法建立从优化变量到目标函数的精确解析表达式,因此采用带有精英策略的快速非支配排序遗传算法(NSGA-II)来求解,并编制相应的 Matlab 程序,其流程见图 3。NSGA-II 算法采用快速非支配排序算法和拥挤距离比较算子,并引入精英策略,从而降低了计算复杂度,保证了种群的多样性,提高了算法的计算效率^[16],对于许多传统优化算法难以求解或根本无法解决的复杂问题,尤其是高度非线性多目标优化问题,非常有效。

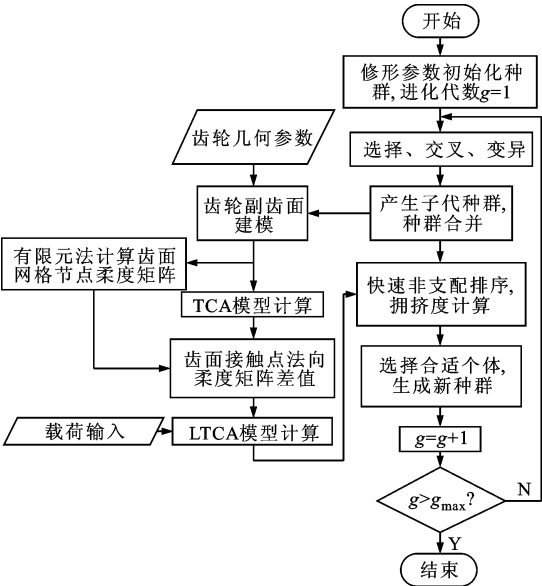


图 3 NSGA-II 算法优化修形参数的流程

3.3 优化算例与分析

某面齿轮副的参数如下:大、小轮齿数为 100、20,大轮产形轮齿数为 23,压力角为 25°,模数为 2 mm,轴夹角 γ 为 90°,面齿轮内、外径 L_1 、 L_2 分别为 97 和 107 mm,输入载荷为 100 N·m。根据修形量要求,优化变量的取值范围见表 1。本文以齿向抛物线鼓形修整为例,所以齿向不修形长度 $l_6=0$ 。

表 2 部分最优个体的优化结果

最优个体	优化变量						优化目标		
	$l_1/\mu\text{m}$	$l_2/\mu\text{m}$	$l_3/\mu\text{m}$	$l_4/\mu\text{m}$	$l_5/\mu\text{m}$	$l_7/\mu\text{m}$	$f_1/(\text{''})$	$f_2/\mu\text{m}$	$f_3/(\text{''})$
A	15.00	2 000.00	9.73	1 848.09	18.72	12.09	3.552 91	482.01	7.047 19
B	15.00	2 000.00	8.48	1 706.70	19.81	11.46	1.194 14	462.80	7.314 68
C	15.00	2 000.00	7.73	1 847.03	19.62	11.36	0.021 85	466.03	7.663 60
D	14.96	1 999.98	8.01	1 529.57	20.00	18.05	0.002 20	459.73	7.973 28

NSGA-II 算法的控制参数^[17]如下:交叉概率取 0.9,变异概率取 0.1,因 TCA、LTCA 计算比较耗时,为节省机时,种群规模取 20,终止进化代数取 50,整个计算共约 19.5 h。

表 1 优化变量的取值范围 μm

l_1	[10,15]	l_5	[10,20]
l_2	[1 000,2 000]	l_6	0
l_3	[5,10]	l_7	[10,20]
l_4	[1 000,2 000]		

进化到第 50 代时的个体分布见图 4,图中每个圆点对应一个 Pareto 最优解。由图 4 可见,越靠近最优个体 A, f_3 的值就越小,即承载传动误差的波动幅值越小,但 f_1 的值越大,即几何传动误差曲线两端越不对称;反之,越靠近点 D,几何传动误差曲线两端越对称,但承载传动误差的波动幅值越大。各 Pareto 最优解之间无明显优劣之分,在实际工程应用中,应该对 3 个目标取不同的权重,从中挑选出满意解。表 2 给出了图 4 中最优个体 A、B、C、D 的优化结果。

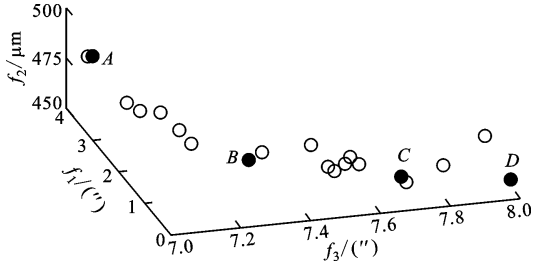
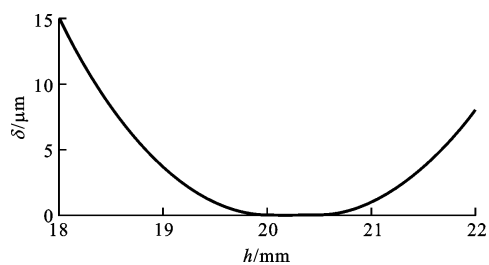


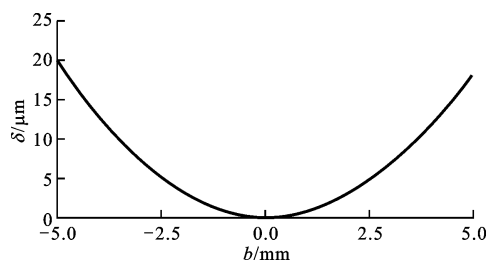
图 4 进化 50 代获得的 Pareto 最优解集

现以最优个体 D 为例来分析优化结果:图 5 所示为其修形曲线;由三次 B 样条拟合获得的光滑修形曲面见图 6,可知修形曲面顶点 1、2、3、4 处的修形量 δ 分别为 26.06、28.01、34.96 和 33.01 μm 。

在标准安装无载条件下,未修形面齿轮副的几何传动误差始终为 0,见图 7 中的直线 2,而修形最优个体 D 获得了对称的抛物线几何传动误差,见曲线 1;未修形面齿轮副的接触印痕和接触迹线偏向



(a) 齿廓



(b) 齿向

图5 最优个体D的修形曲线

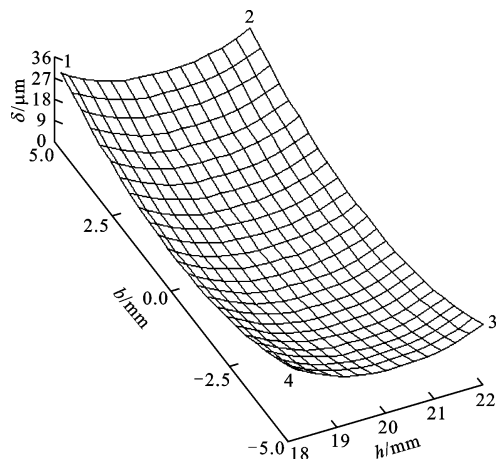
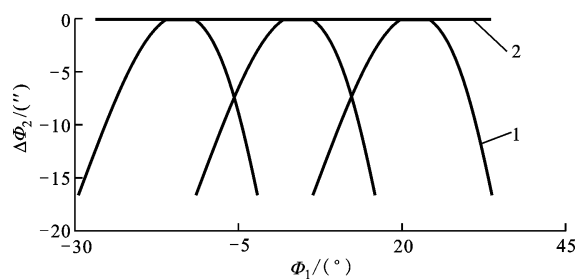


图6 最优个体D的修形曲面

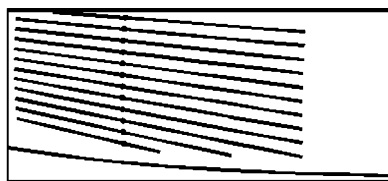


1: 最优个体D; 2: 未修形

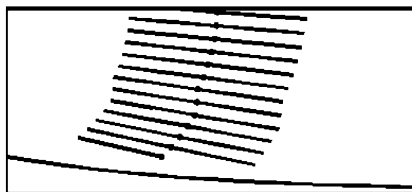
图7 标准安装面齿轮副的几何传动误差

大轮齿面内端,见图8a,而修形最优个体D的接触印痕位于大轮齿宽中部,接触迹线与齿根成一定角度的倾斜,见图8b。

由图9~图11可知,当存在较小安装误差,例如在轴向位移误差 $\Delta q=0.170$ mm、偏置误差 $\Delta E=$

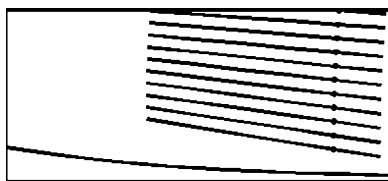


(a) 未修形

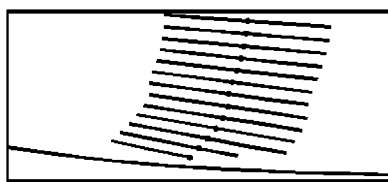


(b) 最优个体D

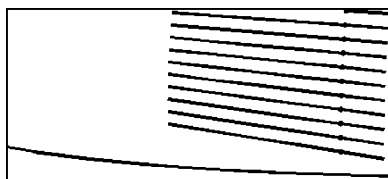
图8 标准安装面齿轮副的接触印痕



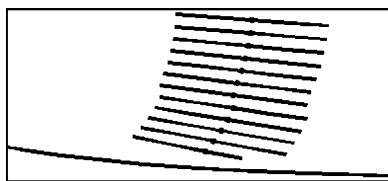
(a) 未修形



(b) 最优个体D

图9 轴向位移误差 $\Delta q=0.170$ mm时的接触印痕

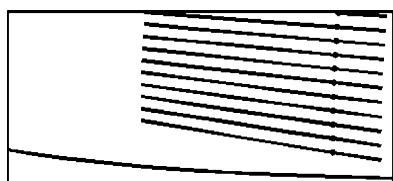
(a) 未修形



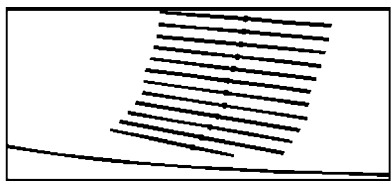
(b) 最优个体D

图10 偏置误差 $\Delta E=0.274$ mm时的接触印痕

0.274 mm、轴夹角误差 $\Delta\gamma=0.066^\circ$ 时,未修形面齿轮副的接触印痕和接触迹线外移至大轮齿面外端,而修形最优个体D的接触印痕虽外移,但仍大致位于大轮齿宽附近,可见优化后有效降低了面齿轮副



(a)未修形



(b)最优个体D

图11 轴夹角误差 $\Delta\gamma=0.066^\circ$ 时的接触印痕

的安装误差敏感性。

在标准安装条件下承载 $110\text{ N}\cdot\text{m}$ 时,最优个体D和未修形面齿轮副对应的承载传动误差见图12,其误差波动幅值分别为 $7.97''$ 和 $16.99''$,减小了53%,而表2中最优个体A、B、C的承载传动误差波动幅值分别减小了59%、57%和55%,可见优化修形参数后明显减小了承载传动误差的波动幅值。

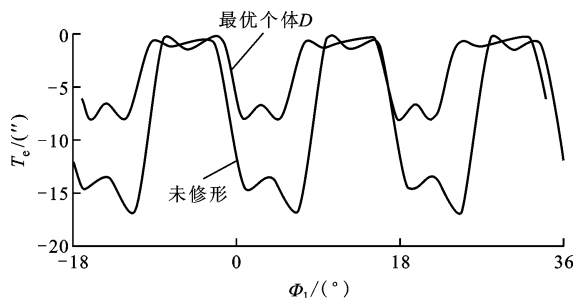


图12 标准安装面齿轮副的承载传动误差

4 结论

(1)设计了由2段抛物线与1段直线组成的小轮齿廓、齿向修形曲线,并将拟合得到的修形曲面与理论齿面叠加构造出修形齿面;提出采用NSGA-II算法,以修形曲线的7个参数为优化变量,使抛物线几何传动误差曲线两端对称、接触印痕限制在齿宽中部、承载传动误差波动幅值最小的小轮拓扑修形多目标优化设计方法,并且编制了相应的Matlab程序。

(2)在算例给定的条件下,由NSGA-II算法得到了小轮修形曲线参数的Pareto最优解集,在实际工程应用时可对3个目标取不同的权重,从中挑选出满意的个体,例如要求承载传动误差波动幅值最小时,可选最优个体A。

(3)优化修形参数后获得了对称的抛物线几何传动误差、位于大轮齿宽中部的接触印痕以及与齿根倾斜的接触迹线,并大幅度减小了承载传动误差的波动,从而可有效降低安装误差敏感性和齿轮副的振动、噪声。

参考文献:

- [1] BOSSLER R B. Offset face gear transmission; US 5178028 [P]. 1993-01-12.
- [2] GABICINI M, GUIGGIANI M, PUCCIO F D. Geometry and kinematics of face gears mating with a helical involute pinion [C] // Proceedings of the 11th World Congress in Mechanism and Machine Science, Beijing, China; China Machine Press, 2004: 3-10.
- [3] LEWICKI D G, SLAUGHTER S C, FILLER R R, et al. Torque splitting by a concentric face gear transmission [R]. Hampton, VA, USA: NASA Technical Reports Server, 2002: 1-17.
- [4] BARONE S, BORGIANNI L, FORTE P. Evaluation of the effect of misalignment and profile modification in face gear drive by a finite element meshing simulation [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2004, 126: 916-924.
- [5] 张会会. 非正交面齿轮传动设计研究 [D]. 济南: 山东大学, 2012: 1-5.
- [6] 胡锡文, 戴先葵, 彭先龙, 等. 面齿轮齿面均匀腐蚀后性能分析 [J]. 机械传动, 2014, 38(10): 151-154. HU Xiwen, DAI Xiankui, PENG Xianlong, et al. Meshing performance analysis for face gear with flank of even corrosion [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2014, 38(10): 151-154.
- [7] ZANZI C, PEDRERO J I. Application of modified geometry of face gear drive [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(27): 3047-3066.
- [8] 彭先龙, 方宗德, 胡锡文. 构造拓扑修形齿面的面齿轮传动主动设计 [J]. 航空动力学报, 2014, 29(5): 1216-1222. PENG Xianlong, FANG Zongde, HU Xiwen. Active design of face gear drive for modifying ease-off topology flank [J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(5): 1216-1222.
- [9] 郭辉. 面齿轮滚齿加工方法及其啮合性能研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2009: 95-103.
- [10] 崔伟, 唐进元, 丁撼. 小轮等半径圆弧齿向修形与齿廓修形的面齿轮啮合性能分析[J/OL]. 机械工程学报. [2016-08-12]. <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2187.TH.20160321.1531.006.html>.

- CUI Wei, TANG Jinyuan, DING Han. Meshing analysis of face gear drive based on pinion equal radius arc longitudinal modified and profile modified [J/OL]. Journal of Mechanical Engineering. [2016-08-12]. <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2187.TH.20160321.1531.006.html>.
- [11] 蒋进科, 方宗德, 苏进展. 宽斜齿轮多目标修形优化设计 [J]. 西安交通大学学报, 2014, 48(8): 91-97.
JIANG Jinke, FANG Zongde, SU Jinzhan. Multi-objective optimal and modified design for wide helical gear [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2014, 48(8): 91-97.
- [12] CATMULL E, CLARK J. Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes [J]. Computer-Aided Design, 1978, 10(6): 350-355.
- [13] 方宗德. 齿轮轮齿承载接触分析(LTCA)的模型和方法 [J]. 机械传动, 1998, 22(2): 1-3.
FANG Zongde. Model and approach for loaded tooth contact analysis (LTCA) of gear drives [J]. Journal of Mechanical Transmission, 1998, 22(2): 1-3.
- [14] 付学中, 方宗德, 李建华, 等. 偏置面齿轮的碟形砂轮磨齿及啮合性能 [J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2016, 44(7): 77-82.
FU Xuezhong, FANG Zongde, LI Jianhua, et al. Grinding and meshing performance of offset face gear modified with disk wheel [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2016, 44(7): 77-82.
- [15] 崔逊学. 多目标进化算法及其应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2006: 2-18.
- [16] DEB K, KALYANMOY D. Multiobjective optimization using evolutionary algorithms [M]. Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001: 5-20.
- [17] DEB K, MEMBER A, PRATAP A, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.

(编辑 葛赵青)

(上接第 50 页)

- [10] KNOT D G, THOLE K A. Computational predictions of endwall film-cooling for a first stage vane [C] // ASME Turbo Expo 2003, Collocated with the 2003 International Joint Power Generation Conference. New York, USA: ASME, 2003: 163-173.
- [11] SUNDARAM N, THOLE K A. Bump and trench modifications to film-cooling holes at the vane-endwall junction [J]. ASME Journal of Turbomachinery, 2007, 130(4): 786-791.
- [12] 王钊, 张丽, 朱惠人. 叶栅通道端壁气膜冷却的换热数值仿真 [J]. 计算机仿真, 2011, 28(9): 50-54.
WANG Zhao, ZHANG Li, ZHU Hui ren. Numerical simulation of endwall heat transfer in a turbine cascade [J]. Computer Simulation, 2011, 28(9): 50-54.
- [13] 戴斌, 陈榴, 戴初. 叶栅端壁气膜孔布局与冷却效果数值分析 [J]. 工程热物理学报, 2013(8): 1429-1433.
DAI Bin, CHEN Liu, DAI Ren. Numerical study on the endwall cooling effects of film-hole allocations [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2013(8): 1429-1433.
- [14] GIEL P W, THURMAN D R, FOSSEN G J V, et al. Endwall heat transfer measurements in a transonic turbine cascade [J]. ASME Journal of Turbomachinery, 1996, 120(2): V004T09A014.
- [15] 何坤, 晏鑫, 李军, 等. 燃气透平叶栅端壁传热特性的数值研究 [J]. 工程热物理学报, 2014(8): 1503-1507.
HE Kun, YAN Xin, LI Jun, et al. Numerical investigations on heat transfer characteristic of gas turbine cascade endwall [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2014(8): 1503-1507.
- [16] LEVCHENYA A M, SMIRNOV E M. CFD-analysis of 3D flow structure and endwall heat transfer in a transonic turbine blade cascade: effects of grid refinement [EB/OL]. [2016-11-06]. <http://hotlinks.ru/private/wehsff07/wehsff2007paper.pdf>.
- [17] FRIEDRICHS S. Endwall film-cooling in axial flow turbines [D]. Cambridge, UK: University of Cambridge, 1997.

(编辑 赵炜 苗凌)