

DOI: 10.7652/xjtuxb201501020

新的柔性结合部法向接触刚度和接触阻尼方程

田红亮¹, 赵美云², 郑金华¹, 赵春华¹, 赵新泽¹, 方子帆¹, 朱大林¹

(1. 三峡大学机械与动力学院, 443002, 湖北宜昌;

2. 三峡大学水电机械设备设计与维护湖北省重点实验室, 443002, 湖北宜昌)

摘要: 以修正分形几何学理论和赫兹法向接触力学方程为基础, 推导出了柔性结合部法向接触刚度与阻尼方程。假设峰元顶端的曲率半径为变量, 提出了一种全新的求导函数而非偏导函数的求解方法, 建立了单峰元与平面接触的法向接触刚度方程。数值模拟表明: 峰元承担的法向弹性载荷与其顶端的变形量之间符合非线性幂函数凹弧关系; 降低表面粗糙度或增加法向接触载荷都将增大实际接触面积; 当表面粗糙轮廓分形维数在较小范围内时, 实际接触面积随着表面粗糙轮廓分形维数的增加而增大, 而当表面粗糙轮廓分形维数在较大范围内时, 实际接触面积随着表面粗糙轮廓分形维数的增加而变小; 降低表面粗糙度或增加表面粗糙轮廓分形维数与法向接触载荷皆将增加法向接触刚度; 法向接触阻尼随着表面粗糙轮廓分形维数的增加先减小后增大; 当表面粗糙轮廓分形维数小于临界值时, 法向接触阻尼随着分形粗糙度的增大而增大, 而当表面粗糙轮廓分形维数超过转折点时, 法向接触阻尼随着分形粗糙度的增大而减小; 当法向接触载荷增大时, 法向接触阻尼略微减小。

关键词: 柔性结合部; 法向接触刚度; 法向接触阻尼; 分形几何学理论

中图分类号: TH113.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2015)01-0118-09

New Equations of Normal Contact Stiffness and Damping for Flexible Joint Interface

TIAN Hongliang¹, ZHAO Meiyun², ZHENG Jinhua¹, ZHAO Chunhua¹,
ZHAO Xinze¹, FANG Zifan¹, ZHU Dalin¹

(1. College of Mechanical and Power Engineering, China Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002, China;

2. Hubei Key Laboratory of Hydroelectric Machinery Design and Maintenance, China Three Gorges University,
Yichang, Hubei 443002, China)

Abstract: Equations of normal contact stiffness and damping for flexible joint interface were built up following the modified fractal geometry theory and Hertz normal contact mechanics expression. Supposing the curvature radius at the tip of the asperity is a variable, a completely new calculating method of differential function, not partial differentiable function, was established to solve the normal contact stiffness equation when an asperity contacted a plane. The digital simulation reveals that there is a nonlinear power function concave arc relationship between asperity's normal elastic load and its tip deformation. The real contact area may increase by reducing the surface roughness or increasing the normal contact load. The real contact area

收稿日期: 2014-06-20。 作者简介: 田红亮(1973—), 男, 博士, 副教授。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51275273); 三峡大学水电机械设备设计与维护湖北省重点实验室开放基金资助项目(2012KJX02); 三峡大学博士科研启动基金资助项目(KJ2012B013)。

网络出版时间: 2014-10-23

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20141023.1634.008.html>

increases with the fractal dimension of a surface in the smaller fractal dimension of a surface rough profile, while decreases with the fractal dimension of a surface in the larger fractal dimension of a surface rough profile. The normal contact stiffness will increase by reducing the surface roughness or increasing the fractal dimension of a surface rough profile and the normal contact load. The normal contact damping decreases at first and then increases with the increase of the fractal dimension of a surface rough profile. When the fractal dimension of a surface rough profile is less than the critical value, the normal contact damping increases with the fractal roughness. When the fractal dimension of a surface rough profile exceeds the turning point, the normal contact damping will decrease with the fractal roughness. As the normal contact load increases, the normal contact damping decreases slightly.

Keywords: flexible joint interface; normal contact stiffness; normal contact damping; fractal geometry theory

在机械结构中,切削加工后的 2 个零件或部件之间相互接触、工作时传递载荷的区域通常称为柔性结合部。一个柔性结合部可含有 1 个或多个结合面,结合面既能为平面,亦能为曲面。柔性结合部及其性质对整个机床的振动特性有着重要的影响。例如,机床总柔度的 40%~60%和总阻尼的 90%以上都来源于柔性结合部,因此在机床动态设计中,要建立准确的机床动力学模型就必须考虑柔性结合部的动态特性。一般情况下,柔性结合部的动态特性能够用柔性结合部的接触刚度及阻尼来表达。田红亮等虽然在宏微观机制上定性或定量地阐述了许多因素对柔性结合部法向接触刚度^[1-8]、切向接触刚度^[9-11]、静摩擦系数^[12-17]、假想材料参数^[18-19]、统计理论参数^[20]的影响作用,但均未涉及柔性结合部的接触阻尼。柔性结合部的接触阻尼和能量耗散直接相关。能量耗散是一个多部件、多层次的系统问题,未来能量耗散指标有可能会成为评价机床产品质量的一个新指标。现有文献大多仅通过试验来研究柔性结合部接触阻尼的影响因素,但关于理论模型方面的分析尚不多见,对柔性结合部的接触阻尼鲜有确定的公认研究结果。

本文以 2 个切削加工的粗糙表面相互接触组成的柔性机械结合部为考察对象,利用赫兹法向接触力学方程和修订分形几何学理论对柔性结合部的法向接触刚度进行建模分析,进而准确估计柔性结合部的法向接触阻尼。

1 分形几何学理论的修订

在全体实数的定义域内,所有点连续、到处不可微分且具备统计学自相似性的 Weierstrass-Mandelbrot 分形函数为

$$z(x) = G^{D-1} \sum_{n=n_1}^{+\infty} \frac{\cos(2\pi\gamma^n x)}{\gamma^{(2-D)n}}, \quad 1 \leq D \leq 2 \quad (1)$$

式中: x 为轮廓位移坐标; G 为分形粗糙度; D 为表面粗糙轮廓分形维数; n 为频率指数; n_1 为最低频率的初始项; γ 为大于 1 的常数。

由式(1)可得峰元顶端的变形量^[21]

$$\delta = G^{D-1} \frac{1}{\gamma^{(2-D)n}} = G^{D-1} \left(\frac{1}{\gamma^n} \right)^{2-D} = G^{D-1} a^{1-0.5D} \quad (2)$$

式中: a 为峰元接触点面积,且满足

$$a^{1/2} = \frac{1}{\gamma^n} \quad (3)$$

由式(2)可得赫兹峰元顶端的曲率半径^[22]

$$R = \frac{a}{\pi\delta} = \frac{a^{0.5D}}{\pi G^{D-1}} \quad (4)$$

可见,式(4)不同于文献[21]中的 $R = a^{D/2} / \pi^2 G^{D-1}$ 。

峰元发生弹-塑性变形转化的临界变形量

$$\delta_c = \left(\frac{\pi H}{2E} \right)^2 R \quad (5)$$

式中: E 为复合弹性模量; H 为较软材料的硬度。可见,式(5)不同于文献[21]中的式(2): $\delta_c = (H/2E)^2 a^{D/2} / G^{D-1}$ 。

将式(4)代入式(5)得

$$\delta_c = \left(\frac{\pi^{1/2} H}{2E} \right)^2 \frac{a^{0.5D}}{G^{D-1}} \quad (6)$$

可见,式(6)不同于文献[21]中的式(2): $\delta_c = (H/2E)^2 a^{D/2} / G^{D-1}$ 。

式(2)除以式(6)得

$$\frac{\delta}{\delta_c} = G^{2(D-1)} \left(\frac{2E}{\pi^{1/2} H} \right)^2 / a^{D-1} = \left(\frac{a_c}{a} \right)^{D-1} \quad (7)$$

式中: a_c 为临界接触点面积,并且有

$$a_c = G^2 \left(\frac{2E}{\pi^{1/2} H} \right)^{2/(D-1)} \quad (8)$$

可见,式(8)不同于文献[21]中的式(3): $a_c = G^2(2E/H)^{2/(D-1)}$ 。

有高低峰元接触受到其他峰元接触的影响,因此对于峰元的描述,除半径外还应有高度参数,如峰高、峰高间距、两表面间距、峰与表面间的距离^[20]。在实际接触面积的计算中,先接触峰元的接触面积随接触的继续发展由小变大,随后又有新的峰元进入接触。峰元接触点面积 a 的分布密度函数^[14]为

$$n(a) = 0.5Da_L^{0.5D}a^{-1-0.5D}, \quad 0 \leq a \leq a_L \quad (9)$$

式中: a_L 为最大接触点面积。

由式(9)可得柔性结合部的实际接触总面积^[11]

$$A_r = \int_0^{a_L} an(a)da = \frac{D}{2-D}a_L \quad (10)$$

峰元承受的垂直于柔性结合部的法向弹性载荷

$$P_e(\delta) = \frac{4}{3}ER^{1/2}\delta^{1.5} \quad (11)$$

将式(4)和式(2)代入式(11)得

$$P_e(a) = \frac{4}{3\pi^{1/2}}EG^{D-1}a^{1.5-0.5D} \quad (12)$$

可见,式(12)不同于文献[21]中的式(4): $P_e(a) = 4\pi^{1/2}EG^{D-1}a^{(3-D)/2}/3$ 。

峰元承受的垂直于柔性结合部的法向塑性载荷

$$P_p(a) = Ha \quad (13)$$

设 $a_L > a_c$,则柔性结合部的接触总载荷

$$P(a_L > a_c) = \int_{a_c}^{a_L} P_e(a)n(a)da + \int_0^{a_c} P_p(a)n(a)da = \frac{4}{3\pi^{1/2}}EG^{D-1} \int_{a_c}^{a_L} a^{1.5-0.5D}n(a)da + H \int_0^{a_c} an(a)da \quad (14)$$

将式(9)代入式(14)得

$$P(A_r > A_{rc}) = \begin{cases} \frac{2D}{3\pi^{1/2}(1.5-D)}EG^{D-1}a_L^{0.5D}(a_L^{1.5-D} - a_c^{1.5-D}) + \frac{D}{2-D}Ha_L^{0.5D}a_c^{1-0.5D}, & D \neq 1.5 \\ E\left(\frac{G}{\pi}\right)^{1/2}a_L^{0.75}\ln\frac{a_L}{a_c} + 3Ha_L^{0.75}a_c^{0.25}, & D = 1.5 \end{cases} \quad (15)$$

式中: $A_{rc} = \frac{D}{2-D}a_c$ 为实际临界接触面积。

根据式(10)得

$$a_L = \frac{2-D}{D}A_r \quad (16)$$

将式(16)代入式(15)得

$$P(A_r > A_{rc}) =$$

$$\begin{cases} \frac{2D}{3\pi^{1/2}(1.5-D)}EG^{D-1}\left(\frac{2-D}{D}A_r\right)^{0.5D} \cdot \left[\left(\frac{2-D}{D}A_r\right)^{1.5-D} - a_c^{1.5-D}\right] + \frac{D}{2-D}H \cdot \left(\frac{2-D}{D}A_r\right)^{0.5D}a_c^{1-0.5D}, & D \neq 1.5 \\ E\left(\frac{G}{\pi}\right)^{1/2}\left(\frac{A_r}{3}\right)^{0.75}\ln\frac{A_r}{3a_c} + 3H\left(\frac{A_r}{3}\right)^{0.75}a_c^{0.25}, & D = 1.5 \end{cases} \quad (17)$$

由式(17)可得归一化接触总载荷

$$P^*(A_r^* > A_{rc}^*) = \frac{P(A_r > A_{rc})}{EA_a} =$$

$$\begin{cases} \frac{2D}{3\pi^{1/2}(1.5-D)}(G^*)^{D-1}\left(\frac{2-D}{D}A_r^*\right)^{0.5D} \cdot \left[\left(\frac{2-D}{D}A_r^*\right)^{1.5-D} - (a_c^*)^{1.5-D}\right] + \frac{H}{E}(A_r^*)^{0.5D}\left(\frac{D}{2-D}a_c^*\right)^{1-0.5D}, & D \neq 1.5 \\ \left(\frac{G^*}{\pi}\right)^{1/2}\left(\frac{A_r^*}{3}\right)^{0.75}\ln\frac{A_r^*}{3a_c^*} + \frac{H}{E}(A_r^*)^{0.75}(3a_c^*)^{0.25}, & D = 1.5 \end{cases} \quad (18)$$

式中: $A_r^* = \frac{A_r}{A_a}$,其中 A_a 为名义接触面积;

$$A_{rc}^* = \frac{A_{rc}}{A_a} = \frac{D}{2-D}a_c^*; \quad G^* = \frac{G}{A_a^{1/2}};$$

$$a_c^* = \frac{a_c}{A_a} = \left(\frac{2E}{\pi^{1/2}H}\right)^{2/(D-1)}(G^*)^2。$$

2 柔性结合部的法向接触刚度

由式(2)得

$$a = G^{(1-D)/(1-0.5D)}\delta^{1/(1-0.5D)} \quad (19)$$

将式(19)代入式(12)得

$$P_e(\delta) = \frac{4}{3\pi^{1/2}}EG^{(1-D)/(2-D)}\delta^{(3-D)/(2-D)} \quad (20)$$

法向弹性载荷对峰元顶端变形量的一阶导函数,即为单峰元与平面接触的法向接触刚度

$$k_n(\delta) = \frac{dP_e(\delta)}{d\delta} = \frac{4(3-D)}{3\pi^{1/2}(2-D)}EG^{(1-D)/(2-D)}\delta^{1/(2-D)} \quad (21)$$

将式(19)代入式(21)得^[23-24]

$$k_n(a) = \frac{4(3-D)}{3\pi^{1/2}(2-D)}Ea^{1/2} \quad (22)$$

由式(22)可得柔性结合部的法向接触总刚度

$$K_n(a_L > a_c) = \int_{a_c}^{a_L} k_n(a)n(a)da = \frac{4(3-D)}{3\pi^{1/2}(2-D)}E \int_{a_c}^{a_L} a^{1/2}n(a)da \quad (23)$$

将式(9)代入式(23)得

$$K_n(A_r > A_{rc}) = \begin{cases} \frac{4D(3-D)}{3\pi^{1/2}(2-D)(1-D)} E a_L^{0.5D} (a_L^{0.5-0.5D} - a_c^{0.5-0.5D}), & D \neq 1 \\ \frac{4}{3\pi^{1/2}} E a_L^{1/2} \ln \frac{a_L}{a_c}, & D = 1 \end{cases} \quad (24)$$

可见,式(24)不同于文献[21]中的式(8)。

将式(16)代入式(24)得

$$K_n(A_r > A_{rc}) = \begin{cases} \frac{4D(3-D)}{3\pi^{1/2}(2-D)(1-D)} E \left(\frac{2-D}{D} A_r \right)^{0.5D} \cdot \\ \left[\left(\frac{2-D}{D} A_r \right)^{0.5-0.5D} - a_c^{0.5-0.5D} \right], & D \neq 1 \\ \frac{4}{3\pi^{1/2}} E A_r^{1/2} \ln \frac{A_r}{a_c}, & D = 1 \end{cases} \quad (25)$$

由式(25)可得归一化接触总刚度

$$K_n^*(A_r^* > A_{rc}^*) = \frac{K_n(A_r > A_{rc})}{E A_a^{1/2}} = \begin{cases} \frac{4D(3-D)}{3\pi^{1/2}(2-D)(1-D)} \left(\frac{2-D}{D} A_r^* \right)^{0.5D} \cdot \\ \left[\left(\frac{2-D}{D} A_r^* \right)^{0.5-0.5D} - (a_c^*)^{0.5-0.5D} \right], & D \neq 1 \\ \frac{4}{3\pi^{1/2}} (A_r^*)^{1/2} \ln \frac{A_r^*}{a_c^*}, & D = 1 \end{cases} \quad (26)$$

3 柔性结合部的法向接触阻尼

固体受外力作用而变形,在变形过程中外力所做的功将转变为储存于固体内的能量,当外力逐渐减小时,变形逐渐恢复,固体又将释放出储存的能量而做功。固体在外力作用下因变形而储存的能量称为应变能。

由式(4)得

$$a = \pi R \delta \quad (27)$$

将式(27)代入式(13)得

$$P_p(\delta) = \pi H R \delta \quad (28)$$

由式(28)可得峰元压缩时的塑性应变能

$$w_p = \int_0^\delta P_p(\delta) d\delta = \pi H R \int_0^\delta \delta d\delta = \frac{\pi}{2} H R \delta^2 \quad (29)$$

将式(27)代入式(29)得

$$w_p = \frac{1}{2} H a \delta \quad (30)$$

将式(2)代入式(30)得

$$w_p(a) = \frac{1}{2} H G^{D-1} a^{2-0.5D} \quad (31)$$

按照式(31)可得柔性结合部的塑性总应变能

$$W_p = \int_0^{a_c} w_p(a) n(a) da = \frac{1}{2} H G^{D-1} \int_0^{a_c} a^{2-0.5D} n(a) da \quad (32)$$

将式(9)代入式(32)得

$$W_p = \frac{D}{4(2-D)} H G^{D-1} a_L^{0.5D} a_c^{2-D} \quad (33)$$

由式(11)可得峰元压缩时的弹性应变能

$$w_e = \int_0^\delta P_e(\delta) d\delta = \frac{4}{3} E R^{1/2} \int_0^\delta \delta^{1.5} d\delta = \frac{8}{15} E R^{1/2} \delta^{2.5} \quad (34)$$

将式(27)代入式(34)得

$$w_e = \frac{8}{15\pi^{1/2}} E a^{1/2} \delta^2 \quad (35)$$

将式(2)代入式(35)得

$$w_e(a) = \frac{8}{15\pi^{1/2}} E G^{2D-2} a^{2.5-D} \quad (36)$$

根据式(36)可得柔性结合部的弹性总应变能

$$W_e = \int_{a_c}^{a_L} w_e(a) n(a) da = \frac{8}{15\pi^{1/2}} E G^{2D-2} \int_{a_c}^{a_L} a^{2.5-D} n(a) da \quad (37)$$

将式(9)代入式(37)得

$$W_e = \begin{cases} \frac{8D}{15\pi^{1/2}(5-3D)} E G^{2D-2} a_L^{0.5D} (a_L^{2.5-1.5D} - a_c^{2.5-1.5D}), & D \neq \frac{5}{3} \\ \frac{4}{9\pi^{1/2}} E G^{4/3} a_L^{5/6} \ln \frac{a_L}{a_c}, & D = \frac{5}{3} \end{cases} \quad (38)$$

从阻尼的产生机理可知,用损耗的振动能量和总的振动能量的比值来作为衡量阻尼的指标是完全符合阻尼物理本质的。能量法能更为直观和普遍地分析结构的阻尼特性,由定义可得结构阻尼损耗因子的计算公式。本文以塑性应变能的大小为法向阻尼计算的依据。其实,在材料变形过程中,除了塑性变形(主要在法向发生)外,迟滞现象(在法向和切向均存在)、变形过程中的摩擦生热(仅在切向出现)等也都耗散能量。式(33)除以式(38)可得柔性结合部的结构阻尼损耗因子

$$\eta = \frac{W_p}{W_e} = \begin{cases} \frac{15\pi^{1/2}(5-3D)}{32(2-D)} \frac{H}{E} \frac{a_c^{2-D}}{G^{D-1} (a_L^{2.5-1.5D} - a_c^{2.5-1.5D})}, & D \neq \frac{5}{3} \\ \frac{45\pi^{1/2}}{16} \frac{H}{E} \frac{a_c^{1/3}}{G^{2/3} \ln(a_L/a_c)}, & D = \frac{5}{3} \end{cases} \quad (39)$$

将式(16)代入式(39)得

$$\eta = \begin{cases} \frac{15\pi^{1/2}(5-3D)}{32(2-D)} \frac{H}{E} a_c^{2-D} \cdot \\ \left\{ G^{D-1} \left[\left(\frac{2-D}{D} A_r \right)^{2.5-1.5D} - a_c^{2.5-1.5D} \right] \right\}^{-1}, & D \neq \frac{5}{3} \\ \frac{45\pi^{1/2}}{16} \frac{H}{E} \frac{a_c^{1/3}}{G^{2/3} \ln(A_r/5a_c)}, & D = \frac{5}{3} \end{cases} \quad (40)$$

式(40)可改写为

$$\eta = \begin{cases} \frac{15\pi^{1/2}(5-3D)}{32(2-D)} \frac{H}{E} (a_c^*)^{2-D} \left\{ (G^*)^{D-1} \cdot \right. \\ \left. \left[\left(\frac{2-D}{D} A_r^* \right)^{2.5-1.5D} - (a_c^*)^{2.5-1.5D} \right] \right\}^{-1}, & D \neq \frac{5}{3} \\ \frac{45\pi^{1/2}}{16} \frac{H}{E} \frac{(a_c^*)^{1/3}}{(G^*)^{2/3} \ln(A_r^*/5a_c^*)}, & D = \frac{5}{3} \end{cases} \quad (41)$$

令粗糙表面所在的基体虚拟材料^[21]的质量为 m , 则柔性结合部的法向接触阻尼^[25]

$$c_n = \eta(mK_n)^{1/2} \quad (42)$$

由式(42)可知, 如此推理得出的柔性结合部的法向接触阻尼不仅与基体的质量有关, 而且与损耗因子、法向接触刚度均相关, 由此显示出这3个参数的重要性。式(42)通过简单的运算即可获得法向接触阻尼, 而不是通过定积分的方法得到, 故本文将文献[21]中法向接触阻尼的符号 C_n 改写为 c_n , 后文也将文献[21]中归一化法向接触阻尼的符号 C_n^* 改换成 c_n^* 。

由式(26)得

$$K_n = EA_a^{1/2} K_n^* \quad (43)$$

将式(43)代入式(42)得

$$c_n = (mEA_a^{1/2})^{1/2} \eta (K_n^*)^{1/2} \quad (44)$$

由式(44)可得归一化接触阻尼为

$$c_n^* = \frac{c_n}{(mEA_a^{1/2})^{1/2}} = \eta (K_n^*)^{1/2} \quad (45)$$

将式(41)和式(26)代入式(45)得

$$c_n^* = \frac{5(9\pi)^{0.25}(5-3D)}{16(2-D)} \frac{H}{E} (a_c^*)^{2-D} \cdot \\ \left\{ \frac{D(3-D)}{(2-D)(1-D)} \left(\frac{2-D}{D} A_r^* \right)^{0.5D} \cdot \right. \\ \left. \left[\left(\frac{2-D}{D} A_r^* \right)^{0.5-0.5D} - (a_c^*)^{0.5-0.5D} \right] \right\}^{1/2} \cdot \\ \left\{ (G^*)^{D-1} \left[\left(\frac{2-D}{D} A_r^* \right)^{2.5-1.5D} - (a_c^*)^{2.5-1.5D} \right] \right\}^{-1}, \\ D \neq 1, \quad D \neq \frac{5}{3} \quad (46a)$$

$$c_n^* = \frac{5(9\pi)^{0.25}}{8} \frac{Ha_c^*}{E} \frac{[(A_r^*)^{1/2} \ln(A_r^*/a_c^*)]^{1/2}}{A_r^* - a_c^*}, \quad D=1 \quad (46b)$$

$$c_n^* = \frac{15(900\pi)^{0.25}}{8} \frac{H}{E} \frac{(a_c^*)^{1/3}}{(G^*)^{2/3} \ln(A_r^*/5a_c^*)} \cdot \\ \left\{ \left(\frac{A_r^*}{5} \right)^{5/6} [(a_c^*)^{-1/3} - \left(\frac{A_r^*}{5} \right)^{-1/3}] \right\}^{1/2}, \quad D = \frac{5}{3} \quad (46c)$$

4 工程柔性结合部数值仿真与讨论

两配对灰铸铁 HT250 柔性结合部的参数为: 较软材料的硬度 $H=9$ GPa, 复合弹性模量 $E=130$ GPa。

4.1 柔性结合部的一次加载过程

当 $G=1.36 \times 10^{-11}$ m 时, 由式(20)表示的峰元法向弹性载荷和峰元顶端变形量之间的关系见图1。图1表明, 单峰元承担的法向弹性载荷和单峰元顶端的变形量之间满足非线性幂函数凹弧关系。

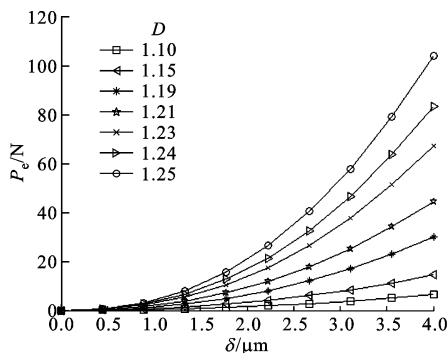


图1 柔性结合部的一次加载结果

4.2 实际接触面积的演化规律

图2给出了实际接触面积的变化情况, 其中图2a~2c的前提条件都是: 柔性结合部在恒定归一化法向接触载荷的作用下。从图2a~2d可以看出, 接触表面越粗糙, 实际接触面积就越小。从图2a和2b可以看出, 当 $D < 1.5$ 时, 随着表面粗糙轮廓分形维数的增加, 实际接触面积增大。从图2a和2c可以看出, 当 $D > 1.5$ 时, 随着表面粗糙轮廓分形维数的增加, 实际接触面积减小。图2d反映, 当法向接触载荷增大时, 实际接触面积随之增大。

4.3 法向接触刚度的演化规律

图3给出了法向接触刚度的变化情况。由图3a和3b可发现, 法向接触刚度随着表面粗糙轮廓分形维数的增大而不断增大。图3a~3c反映, 接触表面越粗糙, 法向接触刚度就越小。文献[26]为了使悬臂梁模型在测试中尽量避免和其他结构的耦合, 设计了一种刚性框架试验装置。由图3c可见, 当法

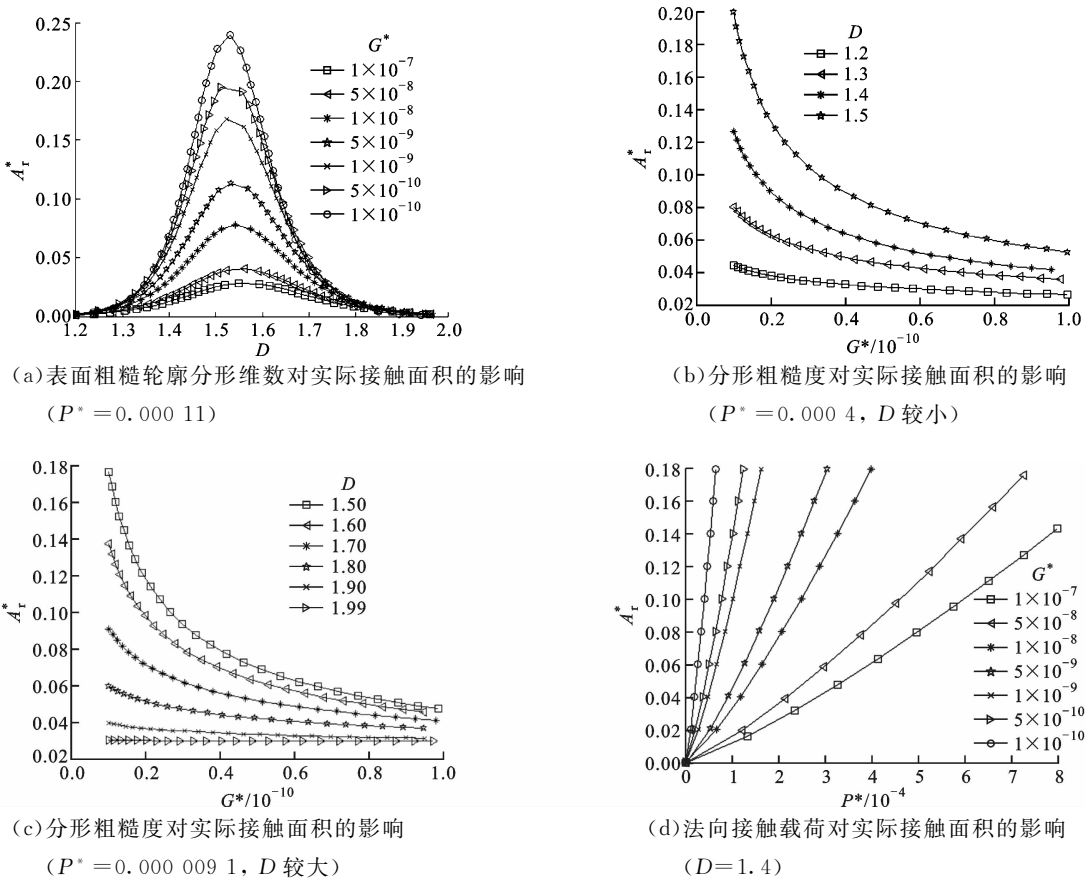


图 2 不同参数对实际接触面积的影响

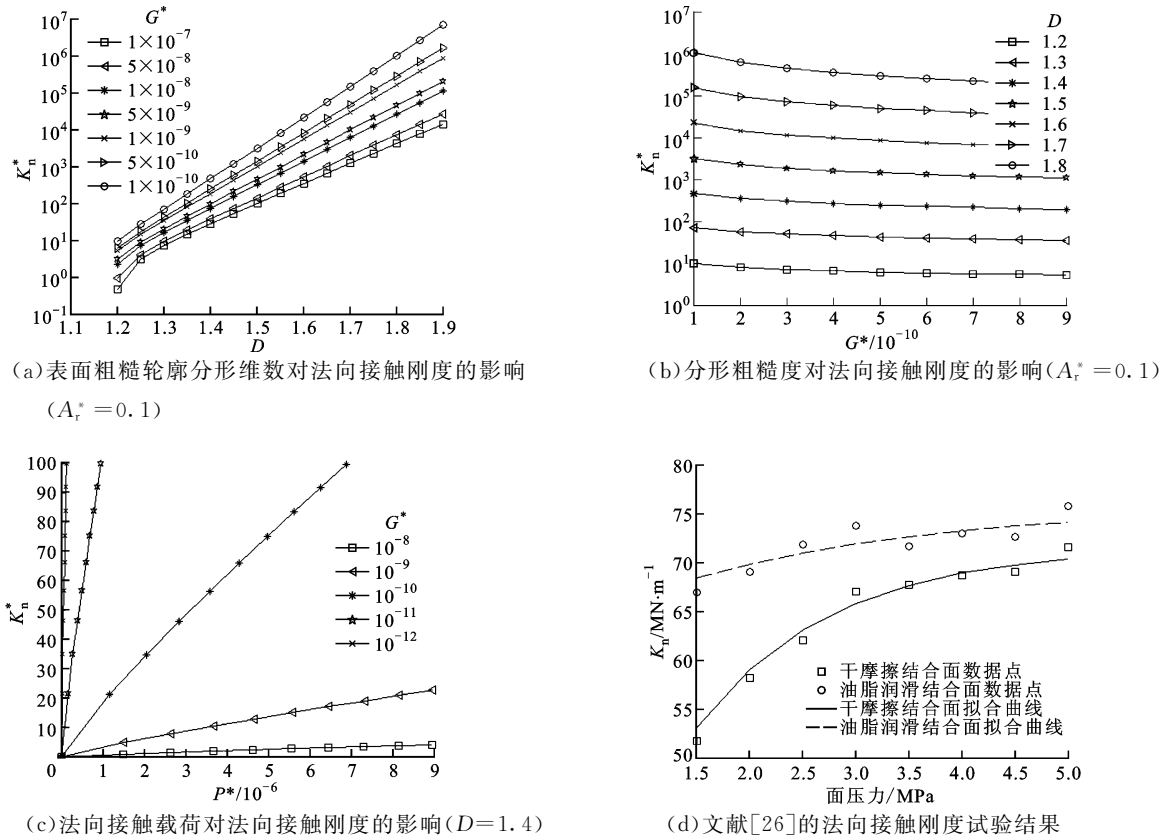


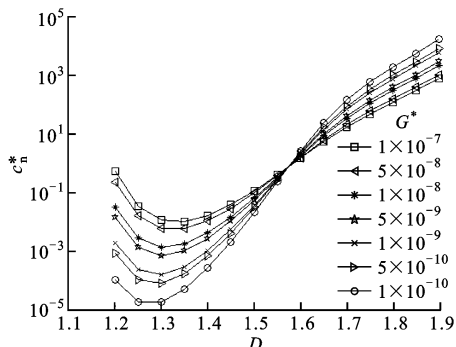
图 3 不同参数对法向接触刚度的影响

向接触载荷增加时,法向接触刚度随之增大,这与文献[26]的干摩擦结合部试验数据点及其拟合曲线(如图3d所示)是一致的。

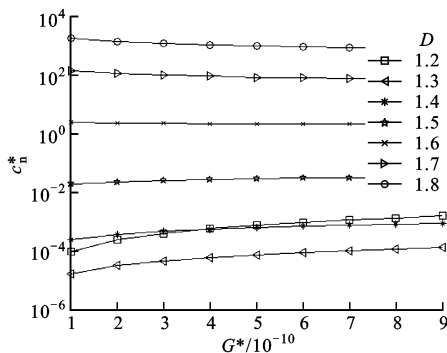
4.4 法向接触阻尼的演化规律

图4给出了法向接触阻尼的变化情况,其中图4a针对的是一定的实际接触面积。从图4a和4b中可看出,法向接触阻尼随着表面粗糙轮廓分形维数的增大先减小后增大,最小值位于 $D=1.3$ 附近。从图4a~4c中可看出,分形粗糙度对法向接触阻尼的影响与表面粗糙轮廓分形维数的大小有关,在 D

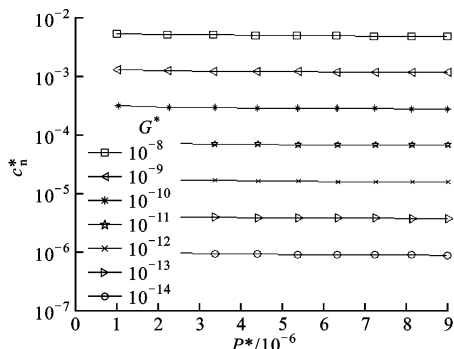
$=1.55$ (与文献[21]略有不同)附近出现拐点,当 $D < 1.55$ 时,法向接触阻尼随着分形粗糙度的增大而增大,当表面粗糙轮廓分形维数继续增大至满足 $D > 1.55$ 时,呈现出分形粗糙度越大,法向接触阻尼反而减小的现象。从图4c中可看出,当法向接触载荷增大时,法向接触阻尼呈略微减小的趋势,这和文献[26]的干摩擦结合部试验数据点及其拟合曲线的第二阶段(见图4d)相一致。上述结果表明,文献[21]的结论“法向载荷对接触阻尼的影响可忽略不计”并不合理。



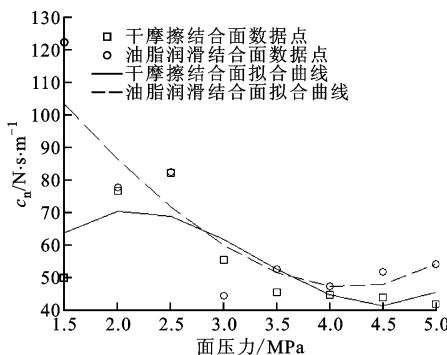
(a) 表面粗糙轮廓分形维数对法向接触阻尼的影响 ($A_r^* = 0.1$)



(b) 分形粗糙度对法向接触阻尼的影响 ($A_r^* = 0.1$)



(c) 法向接触载荷对法向接触阻尼的影响 ($D=1.4$)



(d) 文献[26]的法向接触阻尼试验结果

图4 不同参数对法向接触阻尼的影响

5 结论

(1)峰元承担的法向弹性载荷与其顶端的变形量之间符合非线性幂函数凹弧关系。

(2)接触表面越粗糙,实际接触面积就越小。当表面粗糙轮廓分形维数在较小范围内时,随着表面粗糙轮廓分形维数的增加,实际接触面积增大;当表面粗糙轮廓分形维数在较大范围内时,随着表面粗糙轮廓分形维数的增加,实际接触面积减小。当法向接触载荷增大时,实际接触面积随之增大。

(3)法向接触刚度随着表面粗糙轮廓分形维数的增大而不断增大。接触表面越粗糙,法向接触刚

度越小。当法向接触载荷增加时,法向接触刚度随之增大。

(4)法向接触阻尼随着表面粗糙轮廓分形维数的增大先减小后增大。分形粗糙度对法向接触阻尼的影响与表面粗糙轮廓分形维数的大小有关:当表面粗糙轮廓分形维数小于拐点值时,法向接触阻尼随着分形粗糙度的增大而增大;当表面粗糙轮廓分形维数超过拐点值时,呈现出分形粗糙度越大,法向接触阻尼反而减小的现象。当法向接触载荷增大时,法向接触阻尼略微减小。

(5)尽管本文对柔性结合部法向接触刚度与阻尼方程进行了一定研究,但是后续还有大量值得进

一步深入研究的内容。首先,可以考虑峰元顶端的曲率半径为变量,从而推导出峰元顶端曲率半径与其变形量之间的内在关系;其次,根据峰元顶端曲率半径与其变形量之间的内在关系,对阻尼方程进行改进。

参考文献:

- [1] 田红亮,钟先友,秦红玲,等. 依据各向异性分形几何理论的固定结合部法向接触力学模型[J]. 机械工程学报, 2013, 49(21): 108-122.
TIAN Hongliang, ZHONG Xianyou, QIN Hongling, et al. Normal contact mechanics model of fixed joint interface adopting anisotropic fractal geometrical theory [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49 (21): 108-122.
- [2] 田红亮,钟先友,赵春华,等. 区分弹性与塑性变形的结合面法向校正模型[J]. 机械工程学报, 2014, 50 (17): 107-123.
TIAN Hongliang, ZHONG Xianyou, ZHAO Chunhua, et al. Normal revised model of joint interface distinguishing elastic and plastic deformation [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(17): 107-123.
- [3] 陈保家,李力,田红亮,等. 基于性能退化的刀具可靠性评估[J]. 三峡大学学报:自然科学版, 2013, 35 (6): 87-91.
CHEN Baojia, LI Li, TIAN Hongliang, et al. Performance degradation-based reliability estimation for cutting tools [J]. Journal of China Three Gorges University: Natural Sciences, 2013, 35(6): 87-91.
- [4] 田红亮,赵春华,朱大林,等. 金属材料结合部法向刚度修正与实验验证[J]. 农业机械学报, 2012, 43 (6): 207-214.
TIAN Hongliang, ZHAO Chunhua, ZHU Dalin, et al. Modification of normal and tangential stiffness for joint interface with metallic material and experimental validation [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(6): 207-214.
- [5] 田红亮,朱大林,秦红玲,等. 结合部法向载荷解析修正与定量实验验证[J]. 农业机械学报, 2011, 42 (9): 213-218.
TIAN Hongliang, ZHU Dalin, QIN Hongling, et al. Modification of normal load's analytic solutions for joint interface and quantitative experimental verification [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(9): 213-218.
- [6] 田红亮,赵春华,朱大林,等. 整个螺栓结合部的法向连接刚度及试验验证[J]. 西安交通大学学报, 2012, 46(9): 31-36.
TIAN Hongliang, ZHAO Chunhua, ZHU Dalin, et al. Analysis and validation on normal connection dynamic stiffness of bolted joint interface ensemble [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2012, 46(9): 31-36.
- [7] 田红亮,朱大林,秦红玲. 固定接触界面法向静弹性刚度[J]. 应用力学学报, 2011, 28(3): 318-322.
TIAN Hongliang, ZHU Dalin, QIN Hongling. Normal static elastic stiffness of fixed contact interface [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2011, 28 (3): 318-322.
- [8] 田红亮,赵春华,方子帆,等. 微动结合部的一次加载过程[J]. 振动与冲击, 2014, 33(13): 40-52.
TIAN Hongliang, ZHAO Chunhua, FANG Zifan, et al. One loading process of fretting joint interface [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(13): 40-52.
- [9] 田红亮,赵春华,方子帆,等. 基于各向异性分形理论的结合面切向刚度改进模型[J]. 农业机械学报, 2013, 44(3): 257-266.
TIAN Hongliang, ZHAO Chunhua, FANG Zifan, et al. Improved model of tangential stiffness for joint interface using anisotropic fractal theory [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(3): 257-266.
- [10] 田红亮,方子帆,朱大林,等. 固定接触界面切向静弹性刚度问题研究[J]. 应用力学学报, 2011, 28(5): 458-464.
TIAN Hongliang, FANG Zifan, ZHU Dalin, et al. Investigation on tangential static elastic stiffness of fixed contact interface [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2011, 28(5): 458-464.
- [11] 田红亮,陈从平,方子帆,等. 应用改进分形几何理论的结合部切向刚度模型[J]. 西安交通大学学报, 2014, 48(7): 46-52.
TIAN Hongliang, CHEN Congping, FANG Zifan, et al. Tangential stiffness model for joint interface adopting the revised fractal geometric theory [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2014, 48(7): 46-52.
- [12] 田红亮,刘芙蓉,方子帆,等. 结合部静摩擦因数修正与定量实验验证[J]. 农业机械学报, 2013, 44 (10): 282-293.
TIAN Hongliang, LIU Furong, FANG Zifan, et al. Correction of static friction coefficient for joint interface and quantitative test confirmation [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(10): 282-293.
- [13] 田红亮,赵春华,方子帆,等. 金属材料表面静摩擦学特性的预测研究:理论模型[J]. 振动与冲击,

- 2013, 32(12): 40-44, 66.
- TIAN Hongliang, ZHAO Chunhua, FANG Zifan, et al. Predication investigation on static tribological performance of metallic material surfaces: theoretical model [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(12): 40-44, 66.
- [14] 田红亮, 刘芙蓉, 赵春华, 等. 金属材料表面静摩擦学特性的预测研究: 实验佐证 [J]. 振动与冲击, 2014, 33(1): 209-220.
- TIAN Hongliang, LIU Furong, ZHAO Chunhua, et al. Prediction of static friction performance of metallic material surfaces with experimental proof [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(1): 209-220.
- [15] 田红亮, 赵春华, 方子帆, 等. 基于各向异性分形几何理论的摩擦非线性数学模型 [J]. 振动与冲击, 2013, 32(23): 135-144.
- TIAN Hongliang, ZHAO Chunhua, FANG Zifan, et al. Mathematical model of nonlinear friction based on anisotropic fractal geometric theory [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(23): 135-144.
- [16] 田红亮, 赵春华, 方子帆, 等. 基于修正分形理论的结合面静摩擦模型 [J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2013, 41(11): 71-75.
- TIAN Hongliang, ZHAO Chunhua, FANG Zifan, et al. Static frictional model for joint interface using revised fractal theory [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2013, 41(11): 71-75.
- [17] 田红亮, 朱大林, 秦红玲. 结合面静摩擦因数分形模型的建立与仿真 [J]. 应用力学学报, 2011, 28(2): 158-162.
- TIAN Hongliang, ZHU Dalin, QIN Hongling. Fractal model of static friction coefficient of joint interface and its simulation [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2011, 28(2): 158-162.
- [18] 田红亮, 刘芙蓉, 方子帆, 等. 引入各向同性虚拟材料的固定结合部模型 [J]. 振动工程学报, 2013, 26(4): 561-573.
- TIAN Hongliang, LIU Furong, FANG Zifan, et al. Immovable joint surface's model using isotropic virtual material [J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(4): 561-573.
- [19] TIAN Hongliang, LI Bin, LIU Hongqi, et al. A new method of virtual material hypothesis-based dynamic modeling on fixed joint interface in machine tools [J]. Elsevier International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2011, 51(3): 239-249.
- [20] 田红亮, 方子帆, 赵春华, 等. 依据修正 GW 理论的结合部法向接触研究 [J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2014, 42(6): 38-42, 47.
- TIAN Hongliang, FANG Zifan, ZHAO Chunhua, et al. Normal contact of joint interface using revised GW theory [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2014, 42(6): 38-42, 47.
- [21] 尤晋闽, 陈天宁. 结合面法向动态参数的分形模型 [J]. 西安交通大学学报, 2009, 43(9): 91-94.
- YOU Jinmin, CHEN Tianning. Fractal model for normal dynamic parameters of joint surfaces [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(9): 91-94.
- [22] 田红亮, 方子帆, 朱大林. 赫兹点接触 133 年 [J]. 三峡大学学报: 自然科学版, 2014, 36(2): 88-97.
- TIAN Hongliang, FANG Zifan, ZHU Dalin. 133 years of Hertz point contact [J]. Journal of China Three Gorges University: Natural Sciences, 2014, 36(2): 88-97.
- [23] JIANG Shuyun, ZHENG Yunjian, ZHU Hua. A contact stiffness model of machined plane joint based on fractal theory [J]. ASME Journal of Tribology, 2010, 132(1): 1-7.
- [24] 兰国生, 张学良, 丁红钦, 等. 基于分形理论的结合面改进接触模型 [J]. 农业机械学报, 2011, 42(10): 217-223, 229.
- LAN Guosheng, ZHANG Xueliang, DING Hongqin, et al. Modified contact model of joint interfaces based on fractal theory [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(10): 217-223, 229.
- [25] 田红亮, 刘芙蓉, 朱大林. 4 种 NET 欧拉-伯努利直梁的动力学特性 [J]. 三峡大学学报: 自然科学版, 2013, 35(4): 85-93.
- TIAN Hongliang, LIU Furong, ZHU Dalin. Dynamic properties of four NET Euler-Bernoulli straight beam [J]. Journal of China Three Gorges University: Natural Sciences, 2013, 35(4): 85-93.
- [26] 尤晋闽, 陈天宁. 悬臂梁平面结合面参数的识别技术研究 [J]. 西安交通大学学报, 2008, 42(11): 1323-1326.
- YOU Jinmin, CHEN Tianning. Parameters identification for joint surfaces of cantilever beam [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2008, 42(11): 1323-1326.

(编辑 葛赵青)