

DOI: 10.7652/xjtuxb201410003

方向提升小波变换域稀疏滤波的自然图像贝叶斯压缩感知

侯兴松¹, 张兰^{1,2}

(1. 西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安; 2. 青岛四方车辆研究所有限公司, 266031, 山东青岛)

摘要: 针对压缩感知(CS)重构算法在实际应用中自然图像的小波变换系数往往无法稀疏的问题, 提出了一种方向提升小波变换(DLWT)域稀疏滤波的自然图像贝叶斯压缩感知算法(DLWT-SF-TSW-BCS)。首先对自然图像进行方向提升小波变换得到小波变换系数;然后在随机测量之前利用稀疏滤波切除小系数,消除了小系数对大系数重构时的混叠干扰;最后结合小波树结构的贝叶斯压缩感知重构算法得到自然图像的重构图像。实验结果表明,与仅利用尺度间相关性的小波树结构的压缩感知重构算法相比,DLWT-SF-TSW-BCS 算法的重构峰值信噪比最大可提高 10 dB。

关键词: 图像;压缩感知;贝叶斯;方向提升小波变换;稀疏滤波;混叠;尺度间相关性

中图分类号: TN914.42 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2014)10-0015-07

A Bayesian Compressive Sensing Algorithm for Natural Images Based on Sparse Filtering in Directional Lifting Wavelet Transform Domain

HOU Xingsong¹, ZHANG Lan^{1,2}

(1. School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. CNR SiFang Rolling Stock Research Institute Co., Ltd., Qingdao, Shandong 266031, China)

Abstract: A Bayesian compressive sensing algorithm based on sparse-filtering in directional lifting wavelet transform (DLWT) domain for natural images (DLWT-SF-TSW-BCS) is proposed to overcome the problem that the wavelet coefficients of natural images are not sparse. The DLWT is applied to natural images to get wavelet coefficients. Then, sparse-filtering is used to cut off the small DLWT coefficients before random measurement, so that the interference of the small coefficients on the reconstruction of important coefficients is eliminated. Finally, the Bayesian compressive sensing algorithm with wavelet tree structure is employed to reconstruct the image. Experimental results show that the proposed algorithm significantly outperforms various other state-of-the-art CS reconstruction schemes. In particular, the peak signal-to-noise ratio increases 10 dB over the tree structured wavelet compressive sensing (TSW-CS) algorithm.

Keywords: image compressive sensing; Bayesian; directional lifting wavelet transform; sparse-filtering; tail-folding; interscale redundancy

抗混叠滤波^[1]在传统的 Nyquist-Shannon 采样无限带宽信号,而无限带宽频谱混叠^[2]是不可避免的。在混叠过程中,不仅仅丢失了全部高于 Nyquist 中十分重要,这是因为实际中碰到的信号一般都是

频率的频率分量,而且这些分量又当作较低的频率分量再次出现,这样的混叠破坏了低于 Nyquist 频率以下的频率分量的完整性。抗混叠滤波器通过抑制高于 Nyquist 频率的信号成分,去除了这些频率分量对低频信号的干扰,从而防止采样中引入信号的混叠。

类似的问题在压缩感知中同样存在,非带限信号在这里对应的是非稀疏信号或可压缩信号。压缩感知理论^[3]指出,只要待处理的信号是稀疏的或者在某个变换域内是稀疏的,那么就可以用一个与变换基不相关的观测矩阵将变换所得高维信号投影到一个低维空间上,然后通过求解一个优化问题就可以从这些少量的投影中重构出原信号,而自然图像一般是非稀疏的,有很多小系数存在。这些小系数会干扰大系数的重构,从而在压缩感知重构中引起混叠。为了缓解这种混叠问题,在压缩采样前,文献[4-5]引入了稀疏滤波。

稀疏滤波使基于 l_1 范数的压缩感知重构算法性能得到明显提高,如峰值信噪比性能平均可提高 3.7 dB。然而,文献[4-5]的 2 种算法存在如下缺陷:①与其他当下流行的稀疏方式,譬如多尺度几何分析^[6-7]相比,经过二维离散余弦变换(DCT)或者二维离散小波变换(DWT)后,仍有大量小系数需要通过稀疏滤波滤掉(滤掉这些系数也可能将包含在其中的有用信息滤掉);②基于 l_1 范数的压缩感知重构算法并没有利用小波系数之间的相关性。

本文首先采用方向提升小波变换(DLWT)作为自然图像的稀疏表示方式,然后在进行随机测量之前,对小波系数进行稀疏滤波,消除混叠干扰,最后结合小波系数尺度间相关性,提出了一种基于 DLWT 域稀疏滤波的自然图像贝叶斯压缩感知重构算法。由于使用高斯随机矩阵作为测量矩阵,高斯随机矩阵服从独立同分布,由高斯随机矩阵获得的测量值具有独立性和平等的重要性,因此本文算法可以应用于图像鲁棒编码传输。

1 压缩感知中的混叠问题描述

假设一个 S 维向量 f 表示的图像信号,它可以表示为 $S \times S$ 矩阵 Ψ 。设压缩感知测量模型为 $y = \Phi \Psi^T f = \Phi x$,其中 Φ 是一个 $N \times S$ 的随机矩阵($N \ll S$), $x = \Psi^T f$ 代表一个 S 维小波系数向量。假设在小波系数中只有 s 个大系数,而其他都是小系数。小波系数向量重写为 $x = x_s + x_e$,其中, x_s 表示 x 中 s 个大的小波系数, x_e 表示 x 中其余小的小波系数,

则有

$$y = \Phi x = \Phi x_s + \Phi x_e = \Phi x_s + n_e \quad (1)$$

式中: $n_e = \Phi x_e$ 。 x_e 在文献[2,8]中称为小波系数的尾巴, x_e 对大系数 x_s 的重构所造成的干扰也被称为噪声混叠或者尾部混叠^[2]。文献[9]指出,无论是稀疏信号还是可压缩信号,这种混叠干扰都是存在的,但是对于可压缩信号而言这种混叠干扰更严重。因此,本文在 DLWT 稀疏表示的基础上,使用稀疏滤波来进一步稀疏化原始信号,消除小系数的混叠干扰,并结合小波树结构的压缩感知重构算法^[9]实现图像信号的重构。

2 稀疏滤波贝叶斯压缩感知重构算法

本文在 DLWT 稀疏表示域下,为了减少混叠噪声,提出了一种基于稀疏滤波的贝叶斯压缩感知重构算法(DLWT-SF-TSW-BCS),如图 1 所示。

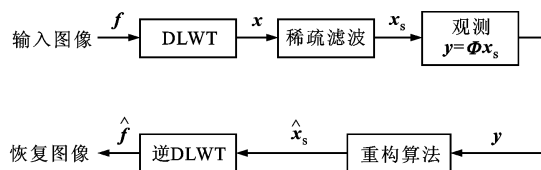


图1 DLWT-SF-TSW-BCS 方案框图

首先,对输入图像 f 进行小波变换,得到小波系数向量 x 。然后,利用稀疏滤波对小波系数进行排序,保留一定百分比的小波系数,得到系数向量 x_s 。对 x_s 进行观测,得到观测向量 y 。再利用重构算法^[10]从 y 中得到重构值 $\hat{x}_s$ 。最后,对 $\hat{x}_s$ 进行逆小波变换得到重构图像 $\hat{f}$ 。

2.1 DLWT 稀疏表示

传统的压缩感知方案^[3-4,9]采用 DWT 或者 DCT 作为图像的稀疏表示,这些稀疏表示没有考虑到图像的几何结构,因而稀疏表示能力有限。因此,本文使用 DLWT^[12-13]作为图像的稀疏表示,以减少小系数的能量。

图 2a 给出了一幅大小为 256×256 像素的标准灰度测试图像 Barbara 及其 DLWT 变换图;DLWT 可以自适应地选择方向和空间分割,因此它具有更好的稀疏表示能力。

通过观察 Barbara 图像的 DLWT 和 DWT 小波系数幅度图(使用 B9/7 滤波器进行了 3 级小波变换),可以得知 DLWT 可以更有效地减少小系数的能量。另外,本文采用 K 项非线性逼近性能来比较 DWT 和 DLWT 的可压缩性能,即对测试图像 Barbara 按照幅度大小保留相同 K 个 DLWT 和



图 2 Barbara 的 DLWT 系数与二叉树分割以及最优方向图

DWT 系数来重构图像所得到的峰值信噪比,如图 3 所示。从图 3 可以看出,DLWT 的 K 项逼近性能优于 DWT 的 K 项逼近性能。例如 $K=20\ 000$ 时,DLWT 的重构峰值信噪比比 DWT 高 1.25 dB。这意味着,DLWT 可以更好地将能量聚集在少量大系数上。

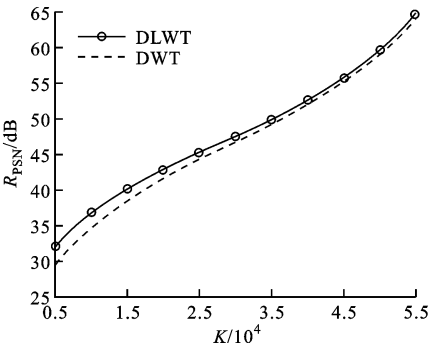


图 3 DLWT 和 DWT 的 K 项非线性逼近性能

2.2 稀疏滤波

尽管 DLWT 稀疏表示可以加强可压缩性,但是 DLWT 小波系数仍然有很多小系数。为了进一步减少混叠效应,本文算法中使用稀疏滤波来消除小系数的混叠干扰。稀疏滤波是一种基于幅值排序来保留大系数的方法。具体为:图像经过小波变换后,将小波系数按照幅度从大到小排序,并记录每一个系数在原始小波系数向量中的位置,然后保留一定百分比的大系数,并将这些系数放回原位置,其余的小系数置零。

稀疏滤波中一个重要问题是如何确定具体保留

多少小波系数。在采样率一定时,确定具体保留多少大系数并非易事。一方面,如果保留的系数过少,虽然可以精确恢复这部分系数,但是由于保留的系数过少,图像重构质量不高;另一方面,如果保留的系数过多,超出了重构算法的重构能力,保留的系数就不能精确恢复,图像的重构质量也不高。本文使用一种类似穷搜索的方法来确定在不同采样率下保留小波系数的个数,其主要思想是在迭代过程中不断地缩小保留百分比所在的区间,最终找到满足给定搜索精度的系数保留百分比。本文统计了 5 组 (Building, People, Sar, Field 和 Mixture) 尺寸为 128×128 像素共 50 幅测试图像 (如图 4 所示),在不同采样率下保留小波系数的百分比 H ,以 Building 组中的第 7 幅图像 (命名为 07,如图 5 所示) 为例在采样率 10% 下进行说明。

首先,对图像进行粗搜索,搜索精度为 1%,本文 DLWT-SF-TSW-BCS 算法的重构峰值信噪比如表 1 所示,由此找到最大的峰值信噪比点。然后,进行细搜索,搜索精度为 0.1%,本文 DLWT-SF-TSW-BCS 算法的重构峰值信噪比如表 2 所示,进一步找到最大的峰值信噪比点,相应地便确立了保留小波系数百分比。

表 1 对 07 图像粗搜索时本文算法的峰值信噪比结果

$H/\%$	1	2	3	4
峰值信噪比/dB	13.5	20.94	20.85	20.32

表 2 对 07 图像细搜索时本文算法的峰值信噪比结果

$H/\%$	2.2	2.4	2.6	2.8
峰值信噪比/dB	21.35	21.75	22.14	22.05

本文测试了 10% 至 40% 共 4 个采样率下,50 幅 128×128 像素的图像,统计了每一图像每一采样率下本文算法的保留小波系数百分比 H ,发现当采样率为 10% 时, H 在 2%~3% 范围内图像重构质量最高;当采样率为 20% 时, H 在 5%~8% 范围内图像重构质量最高;当采样率为 30% 时, H 在 10%~14% 范围内图像重构质量最高;当采样率为 40% 时, H 在 15%~20% 范围内图像重构质量最高。由于

$$\left. \begin{aligned} K &= \text{length}(\mathbf{x})H \\ M &= \text{length}(\mathbf{x})p_{\text{er}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

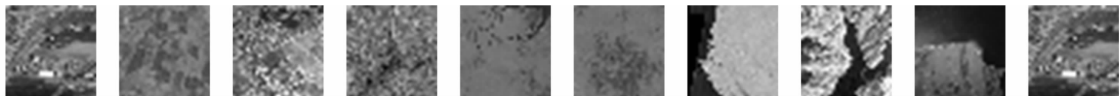
式中 K 为保留小波系数的个数, $\mathbf{x}$ 代表小波系数向量, $\text{length}(\mathbf{x})$ 表示求 $\mathbf{x}$ 的维度, p_{er} 代表采样率,因



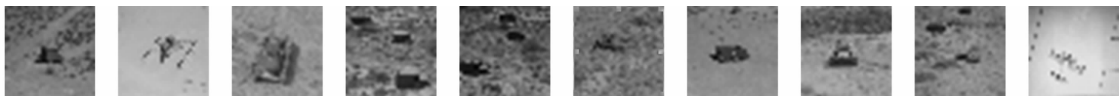
(a) 10 幅自然图像组成的 Building 测试组



(b) 10 幅自然图像组成的 People 测试组



(c) 10 幅自然图像组成的 Sar 测试组



(d) 10 幅自然图像组成的 Field 测试组



(e) 10 幅自然图像组成的 Mixture 测试组

图 4 5 组 128×128 像素的测试图像图 5 128×128 像素的示例图像 07

此,通过式(2)便可以将保留小波系数的个数与压缩感知测量值的个数联系起来,即

$$K = \frac{M}{p_{er}} H \quad (3)$$

结合上述在每一采样率下保留小波系数百分比的统计结果,可知保留小波系数的个数 K 在 $M/5 \sim M/2$ 区间时图像重构质量最高。

3 仿真结果和分析

为了验证稀疏表示、稀疏滤波和尺度间相关性这 3 个方面对本文算法性能的影响,以本文算法 DLWT-SF-TSW-BCS 为基础,在其他因素不变的前提下,分别用 DWT 替换 DLWT、去除稀疏滤波、去

除小波系数间的相关性,得到 3 种用于比较的基准重构算法,分别命名为 DWT-SF-TSW-BCS、DLWT-TSW-BCS 和 DLWT-SF-IID-BCS 算法。其次,本文算法也与当今流行的 5 种典型的图像 CS 算法 TSW-CS^[10]、RRTV-NL^[14]、MARX^[15]、MS-BCS-SPL^[16] 和 ASBL^[17] 做了对比。TSW-CS 是一种典型的利用小波系数统计相关性的贝叶斯压缩感知算法;RRTV-NL 是一种重加权的全变差和非局部稀疏归一化的压缩感知算法;MARX 是近期发展起来的比较有竞争力的一种方法;基于平滑滤波的块压缩感知重构算法 MS-BCS-SPL 提供了一种多尺度算法;ASBL 是一种基于 l_0 范数自适应学习的稀疏基的图像压缩感知重构算法。

本文使用 B9/7 滤波器进行 3 级小波变换,使用高斯随机矩阵作为压缩感知中的观测矩阵。

3.1 本文算法与基准重构算法的性能比较

对图 4 中的 5 组测试图像分别求峰值信噪比结果的平均值。表 3 给出了图 4 中的测试图像在不同采样率下,4 种算法 DLWT-SF-TSW-BCS、DWT-SF-TSW-BCS、DLWT-TSW-BCS 和 DLWT-SF-IID-CS 的平均峰值信噪比(R_{PSN})结果。

表 3 4 种 CS 重构算法对 5 组测试图像重构的平均峰值信噪比

测试图像	采样率/%	R_{PSN}/dB			
		本文算法	DWT-SF-TSW-BCS	DLWT-TSW-BCS	DLWT-SF-IID-BCS
Building	10	25.03	22.94	22.36	23.81
	20	29.18	27.80	25.25	26.48
	30	32.30	31.45	27.39	27.90
	40	34.93	34.13	29.51	31.19
People	10	26.44	24.26	23.75	25.01
	20	31.34	29.18	27.14	28.55
	30	34.83	33.23	29.52	29.94
	40	37.71	35.74	32.06	33.29
Sar	10	24.77	23.62	23.17	24.13
	20	27.51	26.44	24.96	26.21
	30	29.53	28.38	26.25	27.20
	40	31.29	30.33	27.51	29.38
Field	10	28.19	26.72	25.92	27.20
	20	32.40	30.95	28.61	29.92
	30	34.55	33.89	30.85	31.30
	40	36.24	35.67	32.24	33.92
Mixture	10	27.19	25.33	24.37	25.68
	20	31.85	30.17	27.84	29.36
	30	35.24	34.16	30.26	30.81
	40	38.06	37.28	32.48	34.22

从表 3 可以看出,对于 5 组 128×128 像素测试图像,本文算法均获得了最好的重构峰值信噪比效果。峰值信噪比的增益是由 DLWT 稀疏表示、稀疏滤波和尺度间相关性这 3 个方面带来的。

由 DLWT 稀疏表示带来的峰值信噪比增益可以从 DLWT-SF-TSW-BCS 和 DWT-SF-TSW-BCS 的差别中得到。从表 3 可知,在 10%到 40%采样率下,本文算法相对 DWT-SF-TSW-BCS 算法最大可以提高峰值信噪比 2.18 dB。

尽管 DLWT 稀疏表示可以减少小系数,但仍然有很多小系数存在,这也就干扰了大系数的重构,因此本文加入了稀疏滤波进一步解决小系数干扰问题,从而提高图像的重构性能。本文算法与 DLWT-TSW-BCS 算法之间的平均峰值信噪比差异可以反映稀疏滤波带给重构算法的增益。从表 3 可知,在 10%到 40%采样率下,本文算法相对 DLWT-TSW-BCS 算法最大可提高峰值信噪比 5.65 dB。

从表 3 可知,与 DLWT-SF-IID-BCS 相比,在 10%到 40%采样率下,本文算法最大可提高峰值信噪比 4.89 dB。这是因为本文算法在重构图像时利

用了小波系数尺度间的相关性。

3.2 本文算法与代表性重构算法的性能比较

本文采用 256×256 像素的标准测试图像 Lena 和 Barbara(如图 6 所示),对比了本文算法与其他当今流行的 5 种算法的重构质量,本文直接使用文献[14]中提供的 2 种算法 RRTV-NL 和 MARX 的实验结果。ASBL 的结果是按照文献[17]提供的代码默认参数通过实验得到的。TSW-CS 算法中的 Haar 小波滤波器用 B9/7 滤波器代替,其他参数不变。表 4 给出了在 10%到 40%采样率下,不同 CS 算法的重构峰值信噪比结果。

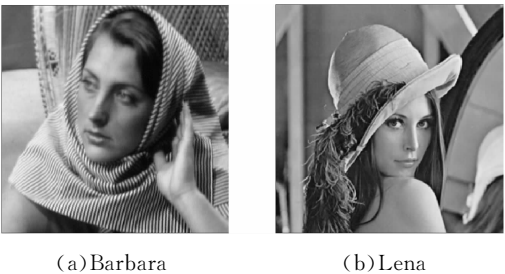


图 6 256×256 像素测试图像

表 4 本文算法与流行的 CS 重构算法的峰值信噪比

测试图像	采样率/%	R _{PSN} /dB					
		本文算法	RRTV-NL	MARX	MS-BCS-SPL	ASBL	TSW-CS
Lena	10	29.61	29.56	29.30	27.89	26.86	24.05
	20	34.89	34.08	33.36	30.92	30.31	27.38
	30	39.00	36.69	36.09	33.54	33.19	30.57
	40	41.97	39.19	38.24	34.88	35.62	33.80
Barbara	10	26.31	24.75	24.14	23.57	26.73	22.08
	20	32.14	31.86	30.18	24.92	31.61	23.69
	30	35.63	35.23	33.73	26.98	34.73	25.63
	40	38.41	37.42	35.98	28.03	37.16	29.41

从表 4 可以看出,本文算法的重构质量是最好的。与原始的 TSW-CS 相比,本文算法重构峰值信噪比最大可提高 10.00 dB;与 RRTV-NL 相比,本文算法重构峰值信噪比最大可提高 2.78 dB;与 MARX 相比,本文算法重构峰值信噪比最大可提高 3.73 dB;与 MS-BCS-SPL 相比,本文算法重构峰值信噪比最大可提高 10.38 dB;与 ASBL 相比,本文算法重构峰值信噪比最大可提高 6.35 dB。

图 7 和图 8 给出了在采样率为 10%时,本文算

法及当今流行的 5 种 CS 算法的重构 Barbara 和 Lena 图像。可以看出,其他 5 种当今流行的重构算法在重构图像中产生了一些模糊阴影及噪声,而本文算法可以更自然地重构图像。



图 7 不同 CS 重构算法在采样率 10%下的重构 Barbara 图像

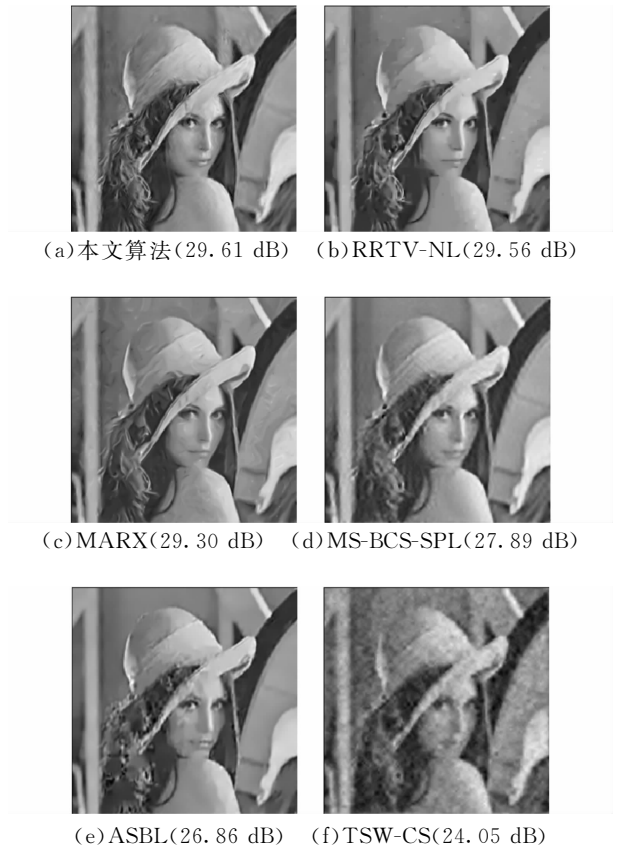


图 8 不同 CS 重构算法在采样率 10%下的重构 Lena 图像

4 结 论

本文利用方向提升小波变换(DLWT)作为自然图像的稀疏表示,并且为了消除小系数对大系数重构时的混叠干扰,在对小波系数进行观测前对其进行稀疏滤波。在此基础上提出了一种基于方向提升

小波变换域稀疏滤波的贝叶斯压缩感知重构算法。实验结果表明,与当前流行的图像压缩感知重构算法相比,本文算法取得了明显的性能提升。由于压缩感知测量值的民主性,本文算法可以应用于图像的鲁棒编码传输。

参考文献:

- [1] LATHI B P. Linear systems and signals [M]. 2nd ed. Oxford, UK: Oxford University Press, 2004.
- [2] DAVENPORT M A, LASKA J N, TREICHLER J R, et al. The pros and cons of compressive sensing for wideband signal acquisition: noise folding versus dynamic range [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(9): 4628-4642.
- [3] 石光明, 刘丹华, 高大化, 等. 压缩感知理论及其研究进展 [J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070-1081.
SHI Guangming, LIU Danhua, GAO Dahua, et al. Advances in theory and application of compressive sensing [J]. Electronic Transaction, 2009, 37(5): 1070-1081.
- [4] MANSOUR H, YILMAZ O. Adaptive compressed sensing for video acquisition [C]// Proceedings of the 37th International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2012: 3465-3468.
- [5] QUAN L, XIAO S, DU J, et al. A threshold-based coefficients cutting method for compressive imaging [C]// Proceedings of the 7th International Conference on Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 274-277.
- [6] LIU Y, NGAN K N. Weighted adaptive lifting-based wavelet transform for image coding [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(4): 500-511.
- [7] HOU X S, YANG J, JIANG G F, et al. Complex SAR image compression based on directional lifting wavelet transform with high clustering capability [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(1): 527-538.
- [8] NEEDELL D, TROPP J A. CoSaMP: iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(3): 301-321.
- [9] DAVIES M, GUO C. Sample-distortion functions for compressed sensing [C]// Proceedings of 49th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 902-908.

- [10] HE L H, CARIN L. Exploiting structure in wavelet-based Bayesian compressive sensing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(9): 3488-3497.
- [11] CANDES E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing [J]. Comptes Rendus de l'Academie des Sciences, 2008, 346(9/10): 589-592.
- [12] 侯兴松, 张兰, 肖琳. 合成孔径雷达图像的贝叶斯压缩感知重构算法 [J]. 西安交通大学学报, 2013, 47(8): 74-79.
HOU Xingsong, ZHANG Lan, XIAO Lin. A reconstruction algorithm with Bayesian compressive sensing for synthetic aperture radar images [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2013, 47(8): 74-79.
- [13] HOU Xingsong, ZHANG Lan, GONG C, et al. SAR image Bayesian compressive sensing exploiting the interscale and intrascale dependencies in directional lifting wavelet transform domain [J]. Neurocomputing, 2014, 133: 358-368.
- [14] DONG W, YANG X, SHI G. Compressive sensing via reweighted TV and nonlocal sparsity regularization [J]. Electronics Letters, 2013, 49(3): 184-186.
- [15] WU X, DONG W, ZHANG X, et al. Model-assisted adaptive recovery of compressed sensing with imaging applications [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(2): 451-458.
- [16] FOWLER J E, MUM S, TRAMEL E W. Multiscale block compressive sensing with smoothed projection landweber reconstruction [C]// Proceedings of 19th European Signal Processing Conference. Barcelona, Spain: EURASIP, 2011: 564-568.
- [17] ZHANG J, ZHAO C, ZHAO D, et al. Image compressive sensing recovery using adaptively learned sparsifying basis via L0 minimization [J]. Signal Processing, 2014, 103: 114-126.

[本刊相关文献链接]

侯兴松, 张兰, 肖琳. 合成孔径雷达图像的贝叶斯压缩感知重构算法. 2013, 47(8): 74-79. [doi:10.7652/xjtuxb201308013]
侯兴松, 孙锦强. 利用小波系数上下文建模的 Bayesian 压缩感知重建算法. 2013, 47(6): 12-17. [doi:10.7652/xjtuxb201306003]
任茂栋, 梁晋, 唐正宗, 等. 数字图像相关法中的优化插值滤波器. 2014, 48(7): 65-70. [doi:10.7652/xjtuxb201407012]
靳峰, 冯大政. 利用空间序列描述子的快速准确的图像配准算法. 2014, 48(6): 19-24. [doi:10.7652/xjtuxb201406004]

(编辑 刘杨)