

DOI: 10.7652/xjtuxb201407022

考虑粗糙表面接触的连接面黏滑摩擦建模

徐超, 王东

(西北工业大学航天学院, 710072, 西安)

摘要: 基于 Kragelsky-Demkin 粗糙接触理论和 Iwan 迟滞非线性模型,建立了一种考虑界面粗糙度参数的连接界面非线性力学模型。首先建立了连接界面恢复力分布与表面粗糙度参数之间的关系,导出了临界滑移力的分布密度函数;然后结合连续 Iwan 迟滞非线性唯象模型,导出了连接界面切向载荷与切向相对位移之间的关系,以及界面单位周期能量耗散与切向振荡载荷幅值之间的关系;最后研究了粗糙度参数对界面宏观力学行为的影响。结果表明:建立的模型能够直接反映界面宏观力学响应与表面粗糙度参数之间的关系;连接界面切向恢复力与相对位移之间为非线性关系,切向连接刚度随相对位移增大而减小;激励幅值相同时,表面粗糙度参数越大,则切向连接刚度越大,单位周期的能量耗散越小;当激励幅值不足以引起宏观滑动时,单位周期能量耗散与激励幅值之间为幂函数关系。

关键词: 机械结构;粗糙表面;黏滑摩擦;能量耗散

中图分类号: O343.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2014)07-0131-05

Stick-Slip Friction Modeling of Structural Joint Interface Considering Rough Contact

XU Chao, WANG Dong

(School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, 710072, China)

Abstract: A novel joint interface nonlinear model considering rough contact is presented. The model is based on Kragelsky-Demkin rough contact mechanics and Iwan hysteretic model. First, the relationship of interface restoration force distribution with the surface roughness parameters is established, and the probability distribution density of local critical slip force is derived from the Kragelsky-Demkin rough contact mechanics. Then, adopting Iwan continuous hysteretic model, the relationship between interface tangential loading and relative displacement, as well as the relationship between energy dissipation per unit period and amplitude of tangential oscillating loading, is built. Finally, the effects of roughness parameters on the interface tangential stiffness and energy dissipation are investigated. It is shown that the proposed model can directly express the relationship between interface macro-mechanics and surface roughness; the tangential restoring force is a nonlinear function of interface relative displacement, and the tangential contact stiffness decreases with the increase of relative displacement; the larger the surface roughness, the higher the tangential contact stiffness and the smaller the frictional energy dissipation; the energy dissipation per unit period is a power function of the amplitude of tangential loading.

Keywords: mechanical structure; rough interface; stick-slip friction; energy dissipation

收稿日期: 2013-11-07。 作者简介: 徐超(1979—),男,副教授。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11372246)。

网络出版时间: 2014-04-15

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20140415.1152.003.html>

机械工程结构中广泛使用了螺纹、螺栓法兰、包带和楔环等连接装配形式。在振动环境下,连接界面上存在着复杂的多尺度、多物理场和非线性的物理行为。受这些行为支配,连接结构的动力学响应行为异常复杂,可能出现共振频率漂移、模态耦合、超谐波响应等现象^[1]。连接界面的非线性力学建模对复杂装配结构的动力学分析、设计、优化和健康监测等问题至关重要。同时,由于连接界面力学行为的复杂性以及对连接界面进行直接实验观测的困难,也使连接界面的力学建模成为非常具有挑战性的科学问题^[2]。

搭接连接是工程中最常见的连接形式。在这种连接形式中,被连接件受到垂直于结合面的法向载荷作用而发生接触,接触面上存在着非均匀分布的接触压力。连接件受到切向载荷作用时,相对运动受到界面摩擦反力的约束。若假设接触面的摩擦系数处处相同,显然结合面上各处抵抗切向相对运动的能力并不相同,在接触压力大的区域,临界滑动摩擦力较大,而在接触压力小的区域,临界滑动摩擦力较小。因此,随着切向载荷的增大,结合界面上发生相对滑移的区域不断增大,作用力和相对位移关系表现出软化非线性特征。在往复振荡载荷下,发生相对滑移和黏着固定的区域交替演化,力和位移的关系形成迟滞回线,而迟滞回线包围的面积表征了振动过程中的能量耗散。在传统的机械动力学问题研究中,一般都忽略了界面的非线性本质,采用等效的线性刚度和阻尼元件模拟连接界面,模型参数利用实验结果标定得到^[3-5]。然而,由于界面力学行为固有的非线性特点,在某种实验条件下标定的模型参数往往不适用于实验条件范围外的情况。

连接界面的非线性力学建模在近年来受到了越来越多的关注^[5-12]。连接界面的非线性力学建模方法主要可以分为“自下而上”和“自上而下”两大类。前者从分析结合面的多尺度物理行为入手,从微、纳尺度开始逐步利用物理规律建立界面的力学模型;后者则利用连接结构的宏观动力学响应,采用系统辨识理论和方法给出结合面的力学模型。“自下而上”的建模方法一般从“工程表面是绝对粗糙的”假设入手,首先分析粗糙表面微凸体的接触行为,进而结合统计分析或分形的思想,推导出界面的非线性力学模型。对结合面的法向接触模型已有较多研究,例如 GW 模型、CEB 模型、JG 模型、KD 模型、分形模型等^[13],但“自下而上”的结合面切向摩擦建模受制于对摩擦机理的认识还很不充分,所以研究成

果不多。“自上而下”的建模方法着重于利用数学模型复现结构的非线性动力学现象,因而所建立的模型多是“唯象”的。最简单的界面摩擦唯象模型当属经典库仑摩擦模型,但是该模型只能反映界面非黏即滑的现象,无法考虑界面的跨尺度滑移过程。后来陆续发展了改进的库仑模型、LuGre 模型、Valanis 模型、Iwan 模型等^[14],然而由于此类模型多是唯象的,所以模型参数往往缺少明确的物理意义,无法反映出表面粗糙度参数对宏观力学行为的影响。

Iwan 模型最早被用于描述土木工程结构的弹性迟滞行为^[15]。后来,Segalman 等通过定义连接界面临界滑移力的分布密度函数,将该模型推广用于连接界面黏滑摩擦建模^[8],但对分布密度函数的物理意义,特别是模型参数与结合面形貌参数之间的关系并未给出。本文利用 Kragelsky-Demkin (KD)粗糙接触理论,假设微凸体切向接触满足库仑摩擦定律,推导出了界面临界滑移力应满足的概率密度函数形式;然后,采用 Iwan 模型的推导思路,将导出的考虑粗糙接触的临界滑移力分布密度函数应用于 Segalman 的 Iwan 模型,建立了连接界面切向恢复力与相对位移之间的关系,并进一步研究了粗糙表面接触参数对切向黏滑摩擦行为的影响。

1 KD 粗糙接触理论

不失一般性,考虑一粗糙表面与光滑刚性表面的接触问题(如图 1 所示),可以视作连接件法向受

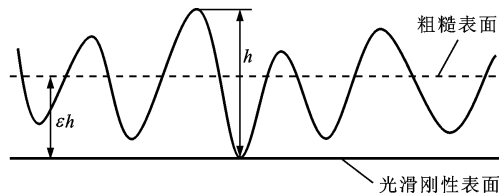


图 1 粗糙表面与光滑表面的接触示意图

到预紧力作用而与刚性平面发生接触形成的连接副。根据 KD 粗糙接触理论^[16-17],假定接触名义平面上覆盖着凹凸不平的半径均为 r 的球状微凸体,并且用与高度相关的相对变量来描述界面粗糙度特性,有

$$\phi(\epsilon) = \frac{n_r(\epsilon)}{n_c} \quad (1)$$

式中: n_c 是整个接触面上的微凸体总数; $n_r(\epsilon)$ 是高度为 ϵh 的微凸体数量,其中 ϵ 是相对高度, h 为所有微凸体高度的最大值。

式(1)给出了不同高度微凸体的分布函数,且满足归一化的条件,即当相对高度 $\epsilon=1$ 时,有 $\phi(1)=$

1. 对式(1)求导,可得微凸体的分布密度函数为

$$dn_r(\epsilon) = n_c \phi'(\epsilon) d\epsilon \quad (2)$$

需要说明的是,与粗糙接触力学中的经典 GW 模型^[18]相比,KD 粗糙接触理论采用以相对高度作为随机变量的分布函数形式,这将带来数学计算上的方便。与 GW 模型类似,KD 模型也假设每个球状微凸体与光滑表面的法向接触满足赫兹接触方程,那么每个微凸体上的法向接触力

$$N_i = \frac{4}{3} E_* r^{1/2} h^{3/2} (\epsilon - \xi)^{3/2} \quad (3)$$

式中: ξ 为法向接近量; $E_* = E/(1-\nu^2)$ 为等效弹性模量,其中 E 为弹性模量, ν 为泊松比。

对式(3)在整个接触面上积分,可得界面法向总接触力

$$N = \frac{4}{3} E_* r^{1/2} h^{3/2} \int_0^\epsilon (\epsilon - \xi)^{3/2} n_c \phi'(\xi) d\xi \quad (4)$$

2 临界滑移力概率密度函数

KD 粗糙接触理论给出了界面法向接触力学行为的描述,这里进一步假设当接触的微凸体存在切向相对滑移趋势时,摩擦力服从库仑定律,即微凸体上的摩擦力

$$F_i^* = f N_i; \quad F_{\max} = f N \quad (5)$$

式中: f 为界面摩擦系数,这里假设在接触面上处处相等; $F_{\max}$ 为接触界面上的总摩擦力。定义实际接触面积为 A_c ,则界面上的平均摩擦力

$$q_{\max} = F_{\max}/A_c \quad (6)$$

将式(2)~式(5)代入式(6),可得

$$q_{\max} = \frac{4}{3} E_* r^{1/2} h^{3/2} f \frac{n_c}{A_c} \int_0^\epsilon (\epsilon - \xi)^{3/2} \phi'(\xi) d\xi \quad (7)$$

引入新的变量以简化切向力的表达式。定义

$$\left. \begin{aligned} q^* &= Q_* (\epsilon - \xi)^{3/2} \\ Q_* &= \frac{4}{3} E_* r^{1/2} h^{3/2} f \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

求解出 ξ ,可得

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \epsilon - \left(\frac{q^*}{Q_*} \right)^{2/3} \\ d\xi &= -\frac{4}{3} Q_*^{-2/3} (q^*)^{-1/3} dq^* \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

将式(9)代入式(7),可得

$$q_{\max} = \frac{4}{3} Q_*^{-2/3} \frac{n_c}{A_c} \int_0^{q_{\max}^*} q^* \phi'(\xi(q^*)) (q^*)^{-1/3} dq^* \quad (10)$$

显然,当 $\xi=0$ 时有

$$q_{\max}^* = \frac{4}{3} E_* f r^{1/2} h^{3/2} \epsilon^{3/2} \quad (11)$$

成立,表示接触面上每个微凸体都贡献切向作用力时平均摩擦力的值,即界面上最大的平均摩擦力。

类比式(7)和式(10),可以得到以新变量 q^* 定义的概率密度函数

$$\rho(q^*) = \begin{cases} \frac{4}{3} Q_*^{-2/3} \frac{n_c}{A_c} \phi'(\xi(q^*)) (q^*)^{-1/3}, & 0 < q^* < q_{\max}^* \\ 0, & q^* \geq q_{\max}^* \end{cases} \quad (12)$$

KD 粗糙接触理论中采用幂函数形式的粗糙分布函数,即

$$\phi(\epsilon) = \epsilon^\chi \quad (13)$$

式中: χ 是表征接触表面几何形貌的粗糙度参数,与加工方法和表面光洁度有关,可通过表面形貌测量等方法获得,文献[16]中给出了与典型加工方法对应的 χ 值。

将式(13)代入式(12),可得

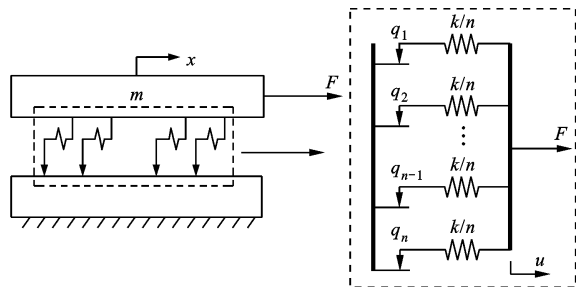
$$\rho(\tilde{q}^*) = \begin{cases} \frac{4}{3} \frac{1}{q_{\max}^*} \frac{n_c}{A_c} \epsilon^\chi \chi (1 - (\tilde{q}^*)^{2/3})^{\chi-1} (\tilde{q}^*)^{-1/3}, & 0 < \tilde{q}^* < 1 \\ 0, & \tilde{q}^* \geq 1 \end{cases} \quad (14)$$

式中: ϵ 的取值范围为 $0 \sim 1$; $\tilde{q}^* = q^*/q_{\max}^*$ 是量纲为 1 的临界滑移力。式(14)表明,结合面临界滑移力的分布密度函数与粗糙度形貌参数直接相关,且服从幂函数分布形式,幂指数反映表面形貌的影响。

3 连接面黏滑摩擦模型

3.1 Iwan 模型

在图 2 所示的搭接连接系统模型中,下连接件固定,上连接件考虑为一维运动的刚体, u 、 q 分别为结合面的相对位移和对应的非线性迟滞恢复力,连接界面的柔性采用 Iwan 模型描述。



(a) 搭接结构

(b) Iwan 模型

图 2 搭接连接及相应的 Iwan 界面模型

如图 2b 所示,Iwan 模型采用由 n 个弹簧滑块

单元并联组成的子系统来描述结合面的多尺度黏滑摩擦行为。子系统中每个线性弹簧的刚度都为 k_i , 但每个滑块的临界滑移力 q_i 并不相同。当系统切向受载时, 临界滑移力小的滑块先发生滑动, 随着相对位移增大, 越来越多的滑块发生滑移, 直至全部滑块都发生滑移, 即结合界面出现了宏观相对滑动。因此, 该模型可以较好地复现出连接界面上复杂的跨尺度黏滑摩擦过程。

考虑 Iwan 模型的连续形式, 取 $n \rightarrow \infty$, 则 q_i 需定义成分布密度函数的形式(表达式并不唯一)。Segleman 等定义这样的分布密度函数形式为^[8]

$$\rho(\varphi) = R\varphi^\chi [H(\varphi) - H(\varphi - \varphi_{\max})] + S\delta(\varphi - \varphi_{\max}) \quad (15)$$

式中: R 为幂级数项的系数; S 为宏观滑移阶跃项系数, 无物理意义; φ 为量纲为 1 的临界滑移位移; H 为 Heaviside 函数; δ 为单位脉冲函数; $\varphi_{\max}$ 为与宏观滑移力对应的相对位移。

比较式(15)和式(14)可知: 式(15)的参数缺乏明确的物理意义, 且没有反映表面形貌的影响; 式(15)和式(14)的分布密度函数都具有幂函数形式, 但在 $\varphi = \varphi_{\max}$ 或 $\tilde{q}^* = 1$ 时, 式(14)的值为 0, 而式(15)的函数为单位脉冲函数。

根据 Iwan 模型的结构形式, 当其在切向受到单调载荷作用时, 恢复力的表达式为

$$F(u) = \int_0^{ku} q\varphi(q) dq + ku \int_{ku}^{\infty} \varphi(q) dq \quad (16)$$

若切向载荷为往复振荡载荷, 则可以应用 Masing 准则^[19](如图 3 所示), 得到加载段和卸载段切向力与切向相对位移之间的关系

$$F_d(u) = F_0 - 2F\left(\frac{u_0 - u}{2}\right) \quad (17)$$

$$F_l(u) = -F_0 + 2F\left(\frac{u_0 + u}{2}\right) \quad (18)$$

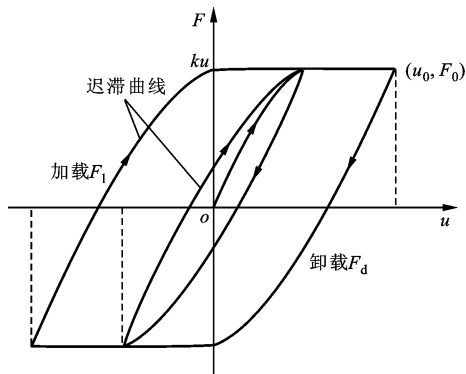


图3 迟滞曲线 Masing 映射准则

式中: $F_d(u)$ 表示卸载段恢复力; $F_l(u)$ 表示加载段恢复力。

3.2 连接面黏滑摩擦建模

Segalman 将式(15)带入式(16)~(18), 推导出了四参数形式的连接面黏滑摩擦模型。借鉴这一思路, 本文将式(14)作为 Iwan 模型滑块上临界分布力的密度函数同样代入到式(16)中, 可得切向恢复力

$$F(\tilde{q}_0^*) = \int_0^{\tilde{q}_0^*} \tilde{q}^* \rho(\tilde{q}^*) d\tilde{q}^* + \tilde{q}_0^* \int_{\tilde{q}_0^*}^1 \rho(\tilde{q}^*) d\tilde{q}^* \quad (19)$$

式中: $\tilde{q}_0^*$ 是量纲为 1 的局部切向滑移力, 相当于 $k_i u$ 。由于接触面微凸体接触状态的不同, 接触面上同时存在黏、滑状态, 式(19)中前半部分即表示处于黏着状态的所有微凸体贡献的恢复力, 后半部分表示发生滑动的所有微凸体贡献的恢复力, 界面上总的切向力就是这 2 部分恢复力之和。

根据式(17)~(19), 可求得振荡载荷下迟滞回线的面积, 即单位周期的能量耗散, 表达式为

$$D(\tilde{q}_0^*) = 4 \int_0^{\tilde{q}_0^*} \rho(\tilde{q}^*) \tilde{q}^* (\tilde{q}_0^* - \tilde{q}^*) d\tilde{q}^* \quad (20)$$

由式(19)和式(20)可知, 这里推导的连接界面切向力和能量耗散的表达式既能描述界面上的跨尺度黏滑摩擦行为, 又直接包含了表面粗糙度参数, 因而本文模型较之文献[8]中的 Iwan 模型具有更明确的物理意义。

4 粗糙度参数对界面力学行为的影响

将式(14)代入式(19)和式(20)中, 不难发现难以进行显式积分, 因此这里采用数值积分的方法计算激励幅值和周期的能量耗散, 并研究粗糙度参数 χ 对界面力学行为的影响。

对式(19)和式(20)进行正则化处理, 利用切向恢复力和能量耗散最大值, 将恢复力和能量耗散范围限定在 $[0, 1]$ 区间内, 采用数值积分方法计算不同粗糙度参数下恢复力与相对位移的关系曲线, 结果如图 4 所示。由图 4 可知: 随着相对位移的增大, 对应的摩擦力也增大, 当达到发生宏观滑移临界位移值后, 摩擦力便不再发生变化, 此时的摩擦力即为界面刚好发生宏观滑动时的临界滑移力; 切向力随相对位移非线性变化, 曲线斜率逐渐变小, 表示界面切向刚度随位移增大而减小, 体现出软化非线性特性, 表明本文导出的模型能够反映连接界面的刚度非线性特性。

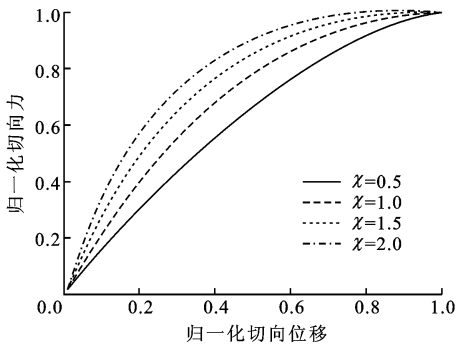


图 4 不同粗糙参数下切向力与位移的关系

粗糙度参数 χ 对切向力-相对位移关系有重要影响。 χ 表征界面上微凸体分布的不规则性; χ 越大,则同一接触接近量下发生接触的微凸体数量越多,因而切向接触刚度也越大。

对式(20)进行数值积分,计算不同 χ 值、不同切向力幅值下的单位周期能量耗散规律,并将结果绘于对数坐标中,如图 5 所示。

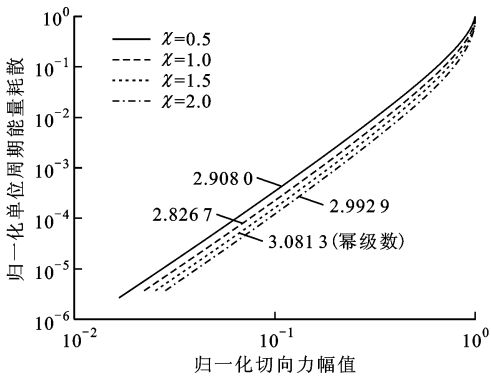


图 5 不同 χ 值下单位周期能量耗散与切向力幅值的关系

由图 5 可知,本文计算的单位周期能量耗散与激励载荷幅值之间的关系,在切向力幅值远小于发生宏观滑动的临界摩擦力时具有明显的幂级数关系。进一步计算不同 χ 值下的幂级数值,可知在 3.0 附近,这与文献[20]的实验结果以及文献[8]中 Iwan 模型的预测结果一致,从而说明本文所推导的模型也能反映出界面切向迟滞运动的特性。当激励力幅值增大到接近临界宏观滑移力时,单位周期能量耗散与激励幅值之间的幂级数迅速增大,表明允许粗糙表面发生宏观滑动可能增加界面的耗能能力,但在一般机械工程结构中,连接界面发生宏观相对运动往往意味着结构失效,是不希望发生的情况。进一步研究 χ 对单位周期能量耗散规律的影响可知, χ 值越大,相同激励幅值下的能量耗散就越小,说明随表面粗糙程度增大,界面的能量耗散能力减

小。这是因为表面粗糙度越大,表面形貌就越不规则,导致切向刚度增大,相同条件下处于黏着状态的微凸体数量增多,而发生滑动的微凸体数量减少,因此滑动微凸体耗散的能量也就越少。

5 结 论

本文基于 KD 粗糙接触理论和库伦摩擦假设,建立了连接界面摩擦力与表面粗糙度参数之间的关系,导出了界面临界滑移力的分布密度函数,并进一步结合连续 Iwan 迟滞非线性模型,建立了一种考虑粗糙接触的连接界面黏滑摩擦模型。获得的主要结论如下:

- (1)导出的连接界面黏滑摩擦模型能直接反映界面宏观力学响应与表面粗糙度参数之间的关系;
- (2)连接界面切向恢复力与相对位移之间为非线性关系,切向连接刚度随相对位移增大而减小,表现出软化非线性特性;
- (3)在相同激励幅值下,表面粗糙度参数越大,则切向连接刚度值也越大,而单位周期的能量耗散越小;
- (4)在切向力幅值小于宏观临界滑移力的情况下,单位周期能量耗散与切向激励力幅值之间为幂函数关系。

本文从 KD 粗糙接触理论出发导出的界面非线性模型(式(19)和式(20)),由于积分函数不能够显式积分,还不能直接获得解析的参数模型。进一步研究可考虑对被积函数采用泰勒级数展开,从而获得近似解析解;或者应用其他形式的粗糙度描述函数,仍采用本文的推导思路,建立显含粗糙度参数的解析模型。

参考文献:

[1] SEGALMAN D J, GREGORY D L, STARR M J, et al. Handbook on dynamics of jointed structures [M]. Albuquerque, New Mexico, USA: Sandia National Laboratories, 2009.

[2] URBACH M, KLAFTER J, GOURDON D, et al. The nonlinear nature of friction [J]. Nature, 2004, 430(6999): 525-528.

[3] AHMADIAN H, MOTTERSHEAD J E, JAMES S, et al. Modelling and updating of large surface-to-surface joints in the AWE-MACE structure [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20(4): 868-880.

(下转第 140 页)