

DOI: 10.7652/xjtuxb201407012

数字图像相关法中的优化插值滤波器

任茂栋¹, 梁晋¹, 唐正宗², 胡浩¹, 郭翔¹, 李磊刚¹

(1. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安; 2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 针对数字图像相关方法中的亚像素插值误差,在复频域内利用滤波器的传递函数分析了亚像素位置和图像频率对插值误差的影响,在此基础上设计了一种基于 B 样条插值核的优化插值滤波器。为使该滤波器能自适应于不同散斑图像,提出了一种利用图像的频谱分析获取滤波器中权值函数的方法,以 B 样条滤波器系数为非线性优化插值滤波器的迭代初值,解算出图像的最优滤波系数。在不考虑数字图像相关法中其他位移测量误差影响的情况下,通过平移和单向拉伸两个数值实验,证实所提滤波器可以明显减小亚像素插值误差,更好地满足了实验力学中对利用数字图像相关法进行高精度位移测量的需求。

关键词: 插值滤波器;数字图像相关;亚像素插值误差

中图分类号: TP391.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2014)07-0065-06

Optimized Interpolation Filter for Digital Image Correlation Methods

REN Maodong¹, LIANG Jin¹, TANG Zhengzong², HU Hao¹, GUO Xiang¹, LI Leigang¹

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: An optimized interpolation filter based on B-spline interpolation kernel is presented to solve the problem that there exists sub-pixel interpolation error in digital image correlation methods. The transfer function of the filter is used to analyze the influences of sub-pixel location and image frequency on interpolation error in the Fourier domain. A method is proposed to get a weight function of the filter by using the image spectrum analysis, so that the filter is adaptive to different speckle patterns. The filter coefficients of B-spline are used as initial value, and nonlinear iterations are performed for the interpolation filter to calculate optimal filter coefficients of the image. Numerical simulations with both the translation and the uniaxial tension test show that the proposed filter can well reduce the sub-pixel interpolation error and meet the requirements of experimental mechanics for using digital image correlation methods to achieve high precision in displacement measurement.

Keywords: recursive interpolation filter; digital image correlation; sub-pixel interpolation error

数字图像相关方法(DIC)最早由 Sutton 等人提出^[1],凭借其非接触、高精度、全场测量等优点,在实验力学领域得到了广泛应用^[2-3]。DIC 的实质是一种基于数字图像处理的变形测量技术,测量的基础

指标是物体变形前后的位移量,因此合适的位移场测量精度对于该方法的应用十分关键。

DIC 的位移测量误差主要分为两种:一种是系统误差,例如亚像素的插值误差^[4]和图像搜索方法

收稿日期: 2013-11-30。 作者简介: 任茂栋(1987—),男,博士生;梁晋(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51275389,51275378);江苏省科技创新资助项目(SBC201210069)。

网络出版时间: 2014-04-25

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20140425.0930.007.html>

误差^[5];另一种是随机误差,例如散斑图案的形式^[6]、光强的变化以及图像采集噪声等。其中,亚像素插值误差是系统误差的主要形式,Schreier 等人的研究表明,高阶的 B 样条插值方法可以减小插值误差,插值误差与插值方法、散斑图像的空间频率以及亚像素的位置有关^[4]。Baldi 等人对常见插值核进行了对比分析,并通过实验验证了各种插值核的优劣^[7]。尽管高阶插值核可以提高位移测量精度,但加大了计算量,而且不同的散斑图像对应不同的空间频率,因此采用同一种插值核进行插值计算显然是不合适的。

本文以 DIC 中的插值误差为研究的切入点,通过简要介绍 DIC 位移测量原理并分析影响插值误差的因素,提出了一种优化的插值滤波器。该滤波器通过在已有 B 样条插值滤波器的基础上,采用快速 B 样条变换^[8]的方法简化了 B 样条滤波系数的求解过程,并通过加入与图像频率相关的权值函数构建出一种自适应于不同散斑图像的优化目标函数,通过非线性的迭代求解,解算出优化滤波器的滤波系数。最后,通过实际的模拟实验验证了所提滤波器对于提高 DIC 位移测量精度的有效性。

1 数字图像相关方法

DIC 是一种基于灰度特征的图像匹配方法,图 1 为该方法的原理图。为求取 p 点在变形后的位移量,需首先在参考图像中,取以待匹配点 $p(x, y)$ 为中心,大小为 $(2M+1) \times (2M+1)$ 的参考子图像,通过一定的相关匹配算法,在变形图像中寻找与参考子图像相关性最强的以点 $p'(x', y')$ 为中心的变形子图像。在变形前后进行图像的相关匹配时,本文采用常用的低阶映射函数为

$$\begin{aligned} x' &= a_0 + a_1 x + a_2 y \\ y' &= b_0 + b_1 x + b_2 y \end{aligned} \quad (1)$$

令 $\boldsymbol{\eta} = [a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2]$ 为变形前后两点间的仿射变换系数。

函数 f, g 分别为点 p 和 p' 的灰度值,鉴于实际实验过程中不均匀光照和载荷的影响,采用简单、鲁棒的线性灰度变化模型来描述二者之间的灰度变化关系,以此来减小位移测量误差。该模型为

$$af(x, y) + b = g(x', y') \quad (2)$$

式中: a 为灰度变化比例系数; b 为灰度偏差值。根据式(2)构造的一个非线性优化目标函数为

$$E(\boldsymbol{\chi}) = \sum_{i=1}^j [af(x, y) + b - g(x', y')]^2 \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{\chi} = [\boldsymbol{\eta}, a, b]$ 为目标参数向量; j 是子区中的像素数。在迭代求解过程中,由于数字图像的离散性,所以 (x', y') 为非整数像素,需要用插值算法来计算灰度值。因此,要想实现高精度的 DIC 位移测量就必须获取一种好的灰度插值方法。

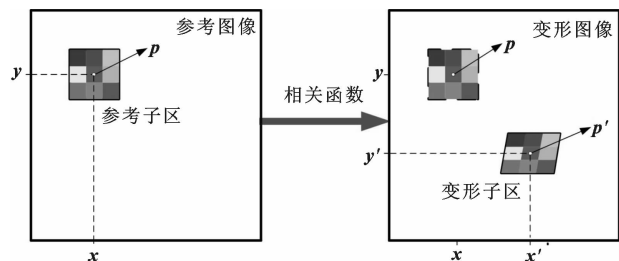


图1 数字图像相关方法原理图

2 优化插值滤波器

灰度插值的目的是根据离散的信号(像素点),通过一定的插值滤波器重建出连续的原始信号,然后再进行重采样,获取信号上任意位置处的灰度信息。任何的插值滤波器^[9]都可写成如下所示的一种卷积操作形式

$$g(\mathbf{x}) = \sum_{m,n} g(\mathbf{x}_{m,n}) h(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{m,n}) \quad (4)$$

式中: $g(\mathbf{x}_{m,n})$ 为已知整像素位置处的灰度;插值滤波器 $h(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{m,n})$ 满足 $\sum_{m,n} h(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{m,n}) = 1$ 。文中讨论的插值滤波器都具有对称性和可分性,所谓可分性是指在图像的两个维度上具有相同的插值滤波器形式,因此只需讨论一维方向即可。

为获得一种高精度的插值滤波器,先借助滤波器在复频域中的传递函数来分析插值误差的影响因素。

2.1 滤波器相差

若要求亚像素位置 ϵ 处的灰度值,可在离散的采样点(像素点)中由插值滤波器重建一个连续函数 $f'(x - \epsilon)$,那么 $f'(0)$ 的值就是在点 ϵ 处的灰度值。在复频域中,由相移性质可知,存在一个理想传递函数 $\hat{h}_{\text{ideal}} = \exp(-i\epsilon\pi k)$ 满足 $\hat{f}' = \exp(-i\epsilon\pi k)\hat{f}$ 。理想传递函数本身会产生一个线性相移,该相移将函数由亚像素位置移动到整像素位置。理论上,任意一种插值滤波器都存在一个传递函数 $\hat{h}_{\text{real}}$,该插值滤波器的相位误差可表示为

$$\Delta\phi = \arctan\left(\frac{\text{Im}\hat{h}_{\text{real}}(k, \epsilon)}{\text{Re}\hat{h}_{\text{real}}(k, \epsilon)}\right) - \epsilon\pi k \quad (5)$$

对应的位置误差为

$$\Delta = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\Delta\phi}{\pi k} \quad (6)$$

式中: $k=2/\lambda$ 为图像的空间频率。

下面以线性插值滤波器为例,介绍位置误差函数的求解过程。考虑对称因素,本文将亚像素位置 ϵ 的坐标原点设在两个采样点的中心,那么线性插值核为 $[1/2-\epsilon, 1/2+\epsilon]$,对应的传递函数形式为

$$\hat{h}_{\text{real}} = \cos(\pi k/2) + 2i\epsilon \sin(\pi k/2) \quad (7)$$

对应的位置误差为

$$\Delta = \frac{1}{\pi k} \arctan\left(\frac{2\epsilon \sin(\pi k/2)}{\cos(\pi k/2)}\right) - \epsilon \quad (8)$$

图 2a 和 2b 分别为线性插值滤波器的位置误差 Δ 和振幅衰减 $|\hat{h}_{\text{real}}|$ 随着亚像素位置 ϵ 和波数 k 的变化情况。从图 2 可以看出:在整像素位置 ($\epsilon = \pm 0.5$) 处不存在插值误差;在中间位置 ($\epsilon = 0$ 像素) 处位置误差为 0、振幅衰减最大;当亚像素位置 ϵ 固定时,随着波数 k 的增大,位置误差和振幅衰减变大。当 $k=0.75$ 时,线性滤波器的位置误差接近 0.13 像素,由此产生的名义应变^[4]误差(位置误差曲线斜率)约为 40%,采用三次多项式滤波器时的位置误差和名义应变误差分别约为 0.08 像素和 30%。由此可知,图像的空间频率、亚像素位置以及插值滤波器类型都会影响亚像素插值误差,常见的低阶多项式插值滤波器不能很好地满足 DIC 算法的高精度位移测量的需求。

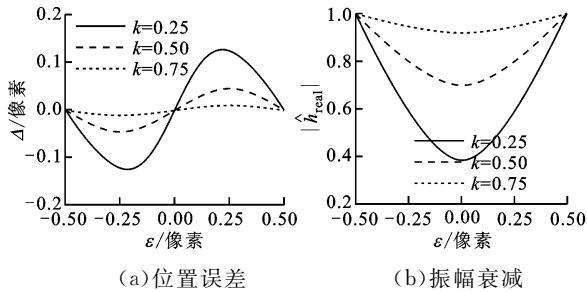


图 2 线性滤波器的位置误差和振幅衰减

2.2 优化插值滤波器设计

2.2.1 滤波器目标函数 插值滤波器的设计同其他的滤波器设计一样,可将设计过程转化成一个数学模型的优化求解过程。由 2.1 节的分析可知,傅里叶空间中,在图像信号频率 k 固定的情况下,通过在相邻的两像素之间求取理想传递函数和插值滤波器传递函数之差的平方的最小值,可以得到一组优化的插值滤波系数。上述过程可由如下的优化数学模型表示

$$E_{\min}(\epsilon) = \int_{-0.5}^{0.5} |\hat{h}_{\text{real}}(k, \epsilon) - \hat{h}_{\text{ideal}}(k, \epsilon)|^2 d\epsilon \quad (9)$$

考虑到不同散斑图像频率的差异性和模型应用的灵活性,本文在上述优化模型中添加了一个权值函

数 $w(k)$,并提出了一种估算权值函数形式的方法。

由分析可知,插值误差与散斑图像的空间频率相关,因此用固定频率求得的滤波系数插值所有的散斑图像是不准确的。为使求得的滤波系数自适应于待插值图像,此处提出了一种利用图像幅值来近似估算权值函数形式的方法。由自然图像的尺度不变性可知,大多数自然图像的幅度谱在统计上呈现 $1/k^2$ 分布,因此首先将待插值散斑图像进行二维的傅里叶变换,计算出图像的频谱图,然后根据频谱图统计出图像上不同幅值所占的比例,并结合能量与频率之间的关系,确定出图像的频率分布曲线,最后将该曲线做归一化处理并利用高斯函数拟合获得权值函数 $w(k)$,如图 3 所示。

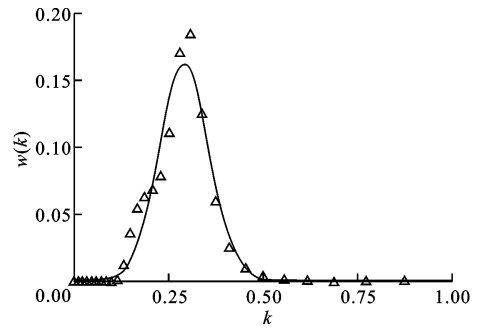


图 3 散斑图像的权值函数 $w(k)$ 曲线

因此,本文的优化插值滤波器的目标函数可表示为

$$E_{\min}(k, \epsilon) = \int_{-0.5}^{0.5} \int_0^1 w(k) |\hat{h}_{\text{real}}(k, \epsilon) - \hat{h}_{\text{ideal}}(k, \epsilon)|^2 dk d\epsilon \quad (10)$$

2.2.2 B 样条基优化滤波器设计 在利用 B 样条滤波器^[11]进行插值之前需要对图像进行递归滤波。下面以 $N(N=4)$ 系数 B 样条基优化插值滤波器为例,介绍该类滤波器的优化设计流程。

(1) 图像递归滤波。文献[8]的研究表明,复杂的 B 样条变换可被一种简单的递归滤波器替代。该滤波器的形式如下

$$g'_m = g_m + \alpha(g'_{m+1} - g_m) \quad (11)$$

在三次 B 样条中,滤波系数 $\alpha = 3^{1/2} - 2$ 。插值前,首先用式(11)对图像向前滤波求 g'_{m-1} ,然后向后滤波求 g'_{m+1} ,该滤波器对应的传递函数为

$$\beta(k) = \frac{1}{1 + \rho - \rho \cos(\pi k)} \quad (12)$$

式中: $\rho = 2\alpha/(1-\alpha)^2$ 。

(2) 确定优化 4 系数插值滤波器传递函数。根据三次 B 样条滤波器的插值核形式,可以优化 4 系数插值滤波器的插值核函数,形式如下

$$\begin{aligned} h_{1,4}(\epsilon) &= a_1\epsilon^2 + b_1 + c_1\epsilon + d_1\epsilon^3 \\ h_{2,3}(\epsilon) &= -a_1\epsilon^2 + \left(\frac{1}{2} - b_1\right) + c_2\epsilon + d_2\epsilon^3 \end{aligned} \quad (13)$$

式中： $a_1、b_1、c_1、c_2、d_1、d_2$ 为待定参数。由 B 样条滤波器的对称性和插值核函数的归一性可知，式(13)满足如下条件

$$\left. \begin{aligned} 2a_1 + 8b_1 &= 4c_1 + d_1 \\ 6a_1 + 24b_1 &= 4 - 4c_2 - d_2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

至此，插值核函数中只剩 $a_1、b_1、c_1、c_2$ 4 个独立参数。由方程(10)、(12)、(13)和(14)得到优化 4 系数插值滤波器的传递函数

$$\hat{h}_{\text{real}} = \beta(k)(A + iB) \quad (15)$$

式中： $A = (h_2 + h_3)\cos(\pi k/2) + (h_1 + h_4)\cos(3\pi k/2)$ ； $B = (h_3 - h_2)\sin(\pi k/2) + (h_4 - h_1)\sin(3\pi k/2)$ 。

(3)建立优化数学模型。根据 2.2.1 节中确定的权值函数和目标函数，建立优化 4 系数插值滤波器的目标函数

$$\int_{-0.5}^{0.5} \int_0^1 \omega(k) \left| \hat{h}_{\text{real}}(k, \epsilon) - \exp(i\epsilon\pi k) \right|^2 dk d\epsilon \longrightarrow 0 \quad (16)$$

对方程(16)进行非线性优化，计算时以三次 B 样条滤波器的插值核系数作为迭代初值，至此完成了优化 4 系数插值滤波器的设计。对于 N 取 6 或 8 时的优化 6 系数或优化 8 系数插值滤波器设计，同样按上述步骤完成。

表 1 列出了优化 4 系数插值滤波器在图 3b 所示权值函数 $\omega(k) = 0.162\exp(-(k - 0.29)/0.094)^2)$ 下的迭代计算结果。为便于比较，同时列出了三次多项式和三次 B 样条的滤波器系数。

表 1 常见的 4 系数滤波器迭代计算结果

插值类型	a_1	b_1	c_1	d_1
三次多项式	0.25	-0.062 5	-0.042	0.625
三次 B 样条	0.25	0.020 8	0.125	0.625
优化 4 系数	0.244	0.041 0	0.182	0.475

由表中数据绘出图 4 所示的 3 种不同插值滤波器的位置误差和振幅衰减随着亚像素位置 ϵ 变化的曲线，图中波数 $k = 0.75$ 。

一般来说，在 DIC 的位移测量过程中，插值核系数越多，插值精度越高，位移测量精度也会相应提高，但整体的运算量会随之增大。然而，从上面的分析及图 4 可知，在滤波系数 N 固定的情况下，不同的插值滤波器在插值精度和计算效率上有明显区别。在滤波系数同为 4 的情况下，优化 4 系数插值滤波器的位置误差和振幅衰减要小于三次多项式和

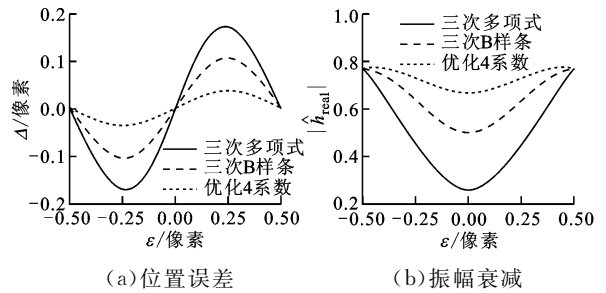


图 4 常见 4 系数滤波器的位置误差和振幅变化

三次 B 样条滤波器。在计算量上，相对三次 B 样条滤波器而言，优化 4 系数插值滤波器在每个像素点处只增加了 2 个乘法和 4 个加法。由此可知，优化 4 系数插值滤波器可以在不明显增加计算量的情况下，显著提高 DIC 方法中的亚像素插值精度。

3 数值模拟实验

数值模拟实验可以排除非插值因素(例如试件表面光强噪声和非理想加载条件等)导致的位移测量误差。下面用 2 个验证性数值实验来说明本文所提插值滤波器的有效性。

3.1 均匀位移

用黑白哑光漆在两平板试件表面分别制作 2 种颗粒大小不同的散斑图案，并经 CCD 相机采集后得到图 5a 和图 5b 所示的散斑图像 A 和 B。将图像 A、B 分别作为初始状态图像，根据复频域中的相移理论并结合傅里叶滤波器，生成 2 组等间隔的模拟散斑图像。预加位移 u 的范围是 0~1 个像素，相邻图像间的位移间隔是 0.05 像素，每组共有 21 张图像。

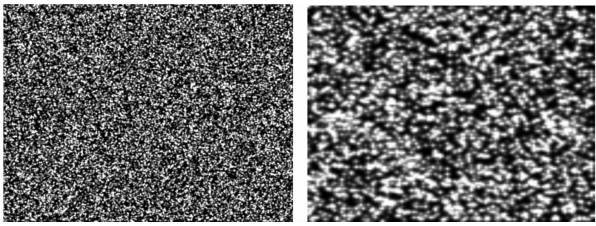
将 2 组(共 42 张)散斑图像分别导入到自主开发的 XJTUDIC 系统^[11]中，进行二维的位移场测量。计算时选取的子区大小为 15 像素×15 像素，相邻子区间隔为 13 像素，计算点数 n 为 900。实验中共采用了 5 种不同的滤波器进行位移场测量，测量结果以均值误差 Δu 的形式绘制成图 5c 和 5d。均值误差定义为

$$\Delta u = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i - u_r \quad (17)$$

式中： u_i 为第 i 个计算点的位移； u_r 为预加的真实亚像素位移。

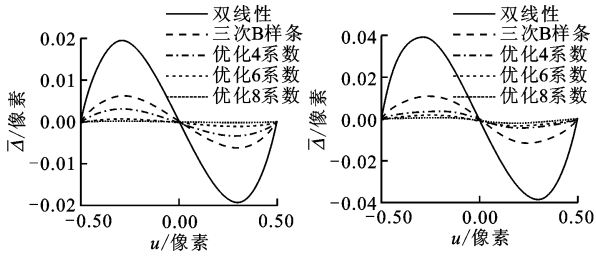
由图 5 可知：

(1)在 5 种插值滤波器当中，双线性滤波器的插值精度最差，最大偏差接近 1/25 像素，优化 4 系数的均值误差约为 1/200 像素，优化 8 系数的插值精度最高，几乎接近水平轴(误差为 0)；



(a) 散斑 A

(b) 散斑 B



(c) 散斑 A 的均值误差

(d) 散斑 B 的均值误差

图 5 散斑图像和 DIC 位移测量偏差

(2)在 3 种设计的优化滤波器中,随着滤波系数 N 的增大,位移测量的均值误差减小;

(3)在同一种滤波器下,不同类型的散斑图案会产生不同大小的位移均值误差,灰度梯度变化缓慢的 A 散斑图像具有较小的均值误差。

结果表明:不考虑其他位移测量误差影响,在均匀位移场条件下,优化插值滤波器可以获得较好的位移测量精度,当 N 大于 4 时,亚像素插值的均值误差小于 $1/200$ 像素。

3.2 应变实验

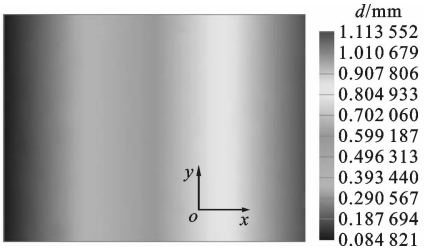
为进一步验证优化插值滤波器对非均匀性位移场的有效性,本文利用下式生成两幅具有均匀应变场的计算机仿真图像

$$I(x,y) = \sum_{i=1}^v I_i^0 \exp[-((x-x_i)^2 + (y-y_i)^2)/R^2] \quad (18)$$

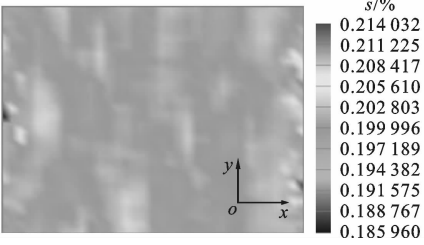
式中: (x_i,y_i) 表示第 i 个散斑颗粒的中心位置; v 为散斑颗粒的数目; R 为散斑颗粒半径; I_i^0 为第 i 个散斑颗粒中心的随机分布光强。实验中, $v=8\,000$, $R=1.5$,图像大小为 $600\text{ 像素}\times 600\text{ 像素}$,变形图像相对原始图像的应变大小为 2×10^{-3} 。

将生成的仿真图像在 XJTUDIC 系统下进行位移场和应变场计算,计算过程中子区大小 $25\text{ 像素}\times 25\text{ 像素}$,子区间隔为 15 像素 。图 6a 显示了 DIC 方法计算所得的变形图像的位移场色谱图,由图可知,实际计算结果跟预加的沿 x 方向均匀增加的位移场趋势吻合。同样,图 6b 说明了 DIC 方法在 x 方

向上的应变场(s)测量结果与真实应变的吻合性。



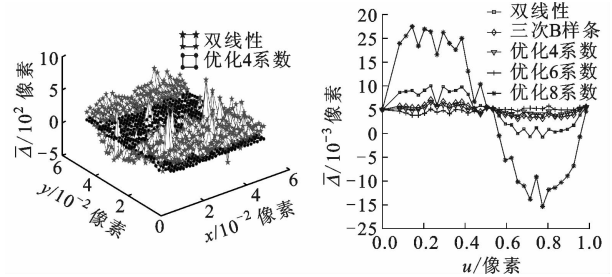
(a) 位移场色谱图



(b) 应变场色谱图

图 6 变形图像的全场计算结果

图 7a 显示了 2 种不同滤波器下的位移偏差曲面,从图中可以看出,相比线性滤波器,优化 4 系数插值滤波器不仅可以减小位移测量的误差,同时还可以有效地降低误差分布的随机性。将变形图像沿 x 轴方向等间隔的选取 30 列,每列对应 35 个点。由于计算时选取的子区间隔为 15 像素 ,所以相邻两列间的预加位移增量是 0.03 像素 。根据每列中的位移均值误差绘制图 7b 所示的均值误差曲线。图 7b 表明,在非均匀位移场条件下,尽管位移测量误差的波动性相比均匀位移场条件下变大,但采用优化的 4 系数滤波器仍然能够实现 $1/200\text{ 像素}$ 的位移测量精度。



(a) 位移偏差曲面

(b) x 方向均值误差

图 7 不同滤波器下的位移偏差

表 2 列出了利用 5 种常用的插值滤波器求得 的平均应变偏差和对应的标准差。由表中数据可知,在非均匀位移场条件下,采用优化插值滤波器($N>4$)进行插值后求得 的平均应变偏差和标准差分别 低于 10^{-5} 和 2.5×10^{-5} 。

表 2 不同插值滤波器对应的应变偏差和标准差

滤波器 类型	双 线 性	三 次 B 样 条	优 化 4 系 数	优 化 6 系 数	优 化 8 系 数
平均偏差 / 10^{-6}	34	13	8	6	5
标准差 / 10^{-6}	188	29	23	20	18

4 结 论

针对 DIC 方法中插值误差对位移测量精度的影响,提出一种基于 B 样条插值核的优化插值滤波器。通过在滤波器中添加一个权值函数,使得滤波器系数具有了自适应散斑图像的能力。2 个数值实验表明,在不考虑 DIC 方法中其他位移测量误差的前提下,本文插值滤波器可使 DIC 方法中的亚像素插值误差均值低于 1/200 像素,应变测量的均值误差和标准差分别小于 10^{-5} 和 2.5×10^{-5} 。理论分析和实验结果也进一步证明,本文插值滤波器可以在不显著增加计算量的情况下,明显减小亚像素插值误差,更好地满足实验力学中对 DIC 位移测量的高精度需求。

参考文献:

[1] UNSER M, ALDROUBI A, EDEN M. B-spline signal processing: part I theory [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(1): 821-832.

[2] 潘兵, 俞立平, 吴大方. 使用双远心镜头的高精度二维数字图像相关测量系统 [J]. 光学学报, 2013, 33(4): 105-115.

PAN Bing, YU Liping, WU Dafang. High-accuracy two-dimensional digital image correlation measurement system using a bilateral telecentric lens [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(4): 105-115.

[3] 史红健, 计宏伟, 何小元. 一种三维变形光学测量系统及微结构力学性能测试应用 [J]. 光学学报, 2011, 31(3): 135-140.

SHI Hongjian, JI Hongwei, HE Xiaoyuan. Optical 3D deformation measurement system and its application to investigation of mechanical behaviors of microstructure [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(3): 135-140.

[4] SCHREIE H W, BRAASCH J R, SUTTON M A. Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation [J]. Optical Engineering, 2000, 39(11): 2915-2921.

[5] PAN Bing, XIE Huimin, XU Boqin, et al. Performance of sub-pixel registration algorithms in digital image correlation [J]. Measurement Science and Tech-

nology, 2006, 17(6): 1615-1621.

[6] PAN Bing, QIAN Kemao, XIE Huimin, et al. On errors of digital image correlation due to speckle patterns [C] // International Conference on Experimental Mechanics 2008. Bellingham, WA, USA: SPIE, 2008: 73754-73757.

[7] BALDI A, BERTOLINO F. Systematic errors due to polynomial interpolation in digital image correlation: analysis of some interpolating kernels and experimental validation [C] // International Conference on Speckle Metrology. Bellingham, WA, USA: SPIE, 2012: 841306-841308.

[8] UNSER M, ALDROUBI A, EDEN M. Fast B-spline transforms for continuous image representation and interpolation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, 13(3): 277-285.

[9] THEVENAZ P T, UNSER M. Interpolation revisited [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2000, 19(7): 739-758.

[10] UNSER M, ALDROUBI A, EDEN M. B-spline signal processing: part II efficient design and applications [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(2): 834-848.

[11] TANG Zhengzong, LIANG Jin, GUO Cheng. Slant-axis digital image correlation method based on photogrammetry correction [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 157-165.

[本刊相关文献链接]

吴彬, 揭贵生, 王恒利, 等. 无隔离三相逆变器两种直流分量抑制策略对比. 2014, 48(6): 60-64. [doi: 10. 7652/xjtuxb201406011]

韩玉兰, 朱洪艳, 韩崇昭, 等. 多扩展目标的高斯混合概率假设密度滤波器. 2014, 48(4): 95-101. [doi: 10. 7652/xjtuxb201404017]

包献文, 卓放, 谭佩喧. 三相 LCL 型并网逆变器的模型分析及解耦控制. 2014, 48(2): 44-49. [doi: 10. 7652/xjtuxb201402008]

李实锋, 王玉林, 华宇, 等. 罗兰拟 C 信号的抗干扰快速检测方法. 2013, 47(10): 91-96. [doi: 10. 7652/xjtuxb2013 10016]

张晓艳, 孙建桥, 丁千. 五自由度机械臂的运动学分析及时滞控制. 2013, 47(10): 103-108. [doi: 10. 7652/xjtuxb201310018]

张鸿, 赵桐, 贺郁, 等. 一种低功耗跨导电阻电容型镜像抑制复数滤波器. 2013, 47(8): 80-86. [doi: 10. 7652/xjtuxb201308014]

(编辑 赵炜)