

DOI: 10.7652/xjtuxb201312007

粒子群优化的隐空间光滑支持向量机算法

梁锦锦¹, 吴德²

(1. 西安石油大学理学院, 710065, 西安; 2. 西安电子科技大学计算机学院, 710071, 西安)

摘要: 针对隐空间支持向量机求解约束凸二次规划存在训练时间长、计算复杂的问题, 提出粒子群优化的隐空间光滑支持向量机算法(PSO-HSSVM)。该算法通过隐函数将训练样本映射至隐空间, 且对隐函数没有正定性限制; 在隐空间中以熵函数近似松弛向量的加函数, 导出光滑可微的无约束凸二次规划; 引入共轭梯度法求解光滑模型, 并采用粒子群优化算法选取最优参数。数值实验表明, PSO-HSSVM 算法可拓宽光滑支持向量机的核函数范围, 而其训练精度和训练时间与光滑支持向量机的相当; PSO-HSSVM 算法可将隐空间支持向量机的训练精度提高 2.14%, 而其训练时间仅为隐空间支持向量机的 9.5%。

关键词: 隐空间; 支持向量机; 熵函数; 粒子群优化; 共轭梯度法

中图分类号: TP301 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)12-0038-05

A Hidden Space Smooth Support Vector Machine with Particle Swarm Optimization

LIANG Jinjin¹, WU De²

(1. School of Mathematical Sciences, Xi'an Shiyu University, Xi'an 710065, China;

2. School of Computer Sciences, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A hidden space smooth support vector machine with particle swarm optimization (PSO-HSSVM) algorithm is proposed to solve problems of long training time and computing complex in using hidden space support vector machine (HSSVM) to solve constrained convex quadratic programs. The proposed algorithm transforms the input data to a hidden space using a hidden function, and has no any restriction on the positive definiteness of the hidden function. The entropy function is employed to approximate the plus function of the slack vector, and a smooth differentiable unconstrained convex quadratic program is derived. The conjugate gradient (CG) algorithm is used to solve the smooth model, and the particle swarm optimization (PSO) algorithm is used to give the optimal parameters. Experiments show that the PSO-HSSVM enlarges the usable kernels of smooth support vector machine (SSVM), and its accuracy and training time are similar to those of SSVM; The PSO-HSSVM improves the accuracy of HSSVM by 2.14%, and the training time is only 9.5% that of HSSVM.

Keywords: hidden space; support vector machine; entropy function; particle swarm optimization; conjugate gradient

支持向量机(support vector machine, SVM)由 Vapnik 等基于结构风险最小化原则提出^[1], 具有选

收稿日期: 2013-06-18。 作者简介: 梁锦锦(1983—), 女, 博士, 讲师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61373174); 陕西省教育厅专项科研计划资助项目(2010JK773); 西安石油大学博士专项科研基金资助项目(YS29030903)。

网络出版时间: 2013-09-22

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20130922.0933.003.html>

择参数少、推广能力强和全局最优等特点而吸引国内外学者研究。有关 SVM 的研究主要分为 3 大类:标准支持向量机、隐空间支持向量机和光滑支持向量机。标准支持向量机可用于图像中的人脸识别,拓宽了其应用领域^[2],引入粒度支持向量机可提高训练速度^[3],构造结构双参支持向量机,可提高训练精度^[4]。这类 SVM 采用核函数实现线性算法的非线性化,虽未增加计算复杂度但却限定核函数对称正定,即满足 Mercer 条件,这在一定程度限制了支持向量机的应用。

隐空间支持向量机(hidden space support vector machine, HSSVM)解决了上述不足^[5-6]:通过一簇隐函数将输入空间的样本映射至隐空间,进而利用最优超平面算法;将训练表述为一个约束凸二次规划,并利用对偶技术求得全局最优解。隐空间支持向量机取消了对核函数正定性的限制,拓宽了可用核函数的范围,从而得到广泛应用^[7-8]。然而,训练隐空间支持向量机需要求解一个约束凸二次规划,保证了解的全局最优性,却不能引入有效的无约束优化算法求解,计算较为复杂。

针对支持向量机求解约束凸二次规划的问题,Mangasarian 等引入熵函数使得不可微的规划变得光滑可微,构造光滑支持向量机(smooth support vector machine, SSVM)模型,进而采取快速求解算法以降低计算复杂度^[9]。已有学者在文献[9]的基础上,运用不同的光滑函数导出相应模型^[10-12],但这些光滑模型作为 SVM 的变体,仍摆脱不了对核函数正定性的限制。因此,本文结合 HSSVM 无需核函数正定和 SSVM 目标函数强凸且无限可微的优点,构造粒子群优化的隐空间光滑支持向量机算法(PSO-HSSVM)。PSO-HSSVM 在隐空间中用熵函数近似非负约束中松弛变量的加函数,导出无约束凸二次规划;引入共轭梯度法求全局最优解,并利用 PSO 选取最优参数。数值实验表明,PSO-HSSVM 比 HSSVM 的分类精度略优或等同,而其训练时间和支持向量数目却比后者的要少得多;PSO-HSSVM 拓宽了 SSVM 的可用核函数范围,而其分类精度、测试精度、训练时间和迭代次数与后者基本一致。

1 隐空间光滑支持向量机

1.1 隐空间简介

给定 m 维空间 $\mathbf{R}^m$ 中由 l 个独立同分布样本 $\mathbf{x}_i$ 构成的集合 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_l\}$ 。定义由实值函数

$\{\varphi_i(\mathbf{x}) \mid i=1, 2, \dots, d\}$ 构成的 d 维列向量 $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) = [\varphi_1(\mathbf{x}), \varphi_2(\mathbf{x}), \dots, \varphi_d(\mathbf{x})]^T$, 则向量 $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x})$ 将原 m 维空间 $\mathbf{R}^m$ 的点 $\mathbf{x}$ 映射为 d 维空间 $\mathbf{R}^d$ 的点 $\mathbf{z}$, 即

$$\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{z} = [\varphi_1(\mathbf{x}), \varphi_2(\mathbf{x}), \dots, \varphi_d(\mathbf{x})]^T \quad (1)$$

这里 $\{\varphi_i(\mathbf{x})\}$ 所起的作用类似前向神经网络中的隐单元,故而被成为隐函数,并称空间 $\mathbf{Z} = \{\mathbf{z} \mid \mathbf{z} = [\varphi_1(\mathbf{x}), \varphi_2(\mathbf{x}), \dots, \varphi_d(\mathbf{x})]^T, \mathbf{x} \in \mathbf{X}\}$ 为隐空间。取对称函数 $k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = k(\mathbf{y}, \mathbf{x})$ 为隐函数,相应的隐空间 $\mathbf{Z}$ (维数为 l) 如下

$$\mathbf{Z} = \mathbf{z} \mid \mathbf{z} = [k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}), k(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}), \dots, k(\mathbf{x}_l, \mathbf{x})]^T \quad (2)$$

1.2 隐空间支持向量机

记 $\mathbf{T} = \{(\mathbf{x}_1, y_1), (\mathbf{x}_2, y_2), \dots, (\mathbf{x}_l, y_l)\}$ 为二分类训练集, $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^m$ 为训练样本, $y_i \in \{1, -1\}$ 为类别指标。假定全体样本通过核函数 $k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 映射到如下隐空间

$$\mathbf{T}_z = \{(\mathbf{z}_1, y_1), (\mathbf{z}_2, y_2), \dots, (\mathbf{z}_l, y_l)\}^T \quad (3)$$

式中: $\mathbf{z}_i = [k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_i), k(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_i), \dots, k(\mathbf{x}_l, \mathbf{x}_i)]^T$ 为 l 维空间 $\mathbf{R}^l$ 中的点。

记 $C > 0$ 为惩罚参数, $\xi_i > 0$ 为松弛变量;隐空间支持向量机 HSSVM 根据结构风险最小化原则,在最大化分类间隔和最小化经验风险之间取得折中。HYSSVM 的训练即为求解如下凸二次规划

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \frac{C}{2} \sum_{i=1}^l \xi_i^2 \\ \text{s. t.} \quad & y_i (\mathbf{w}^T \mathbf{z}_i + b) \geq 1 - \xi_i \\ & \xi_i \geq 0, i = 1, \dots, l \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{w} \in \mathbf{R}^l$ 是分类超平面的权重向量; $b \in \mathbf{R}$ 是分类超平面的阈值。传统隐空间支持向量机将上述规划转化为对偶规划,求出最优解进而构造最优分类超平面 $\mathbf{w}^T \mathbf{z} + b = 0$ ^[5]。

HSSVM 的常用核函数包括以下几种。

(1) 多项式核

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{x}^T \mathbf{y} + 1)^q, q \in \mathbf{N} \quad (5)$$

(2) 径向基核

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2}{\sigma^2}\right), \sigma \in \mathbf{R} \quad (6)$$

(3) Sigmoid 核

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \tanh(p_1 \mathbf{x}^T \mathbf{y} + p_2), p_1, p_2 \in \mathbf{R} \quad (7)$$

(4) 紧支撑核

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} \cos(p \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2), \\ p \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2 \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ 0, \quad \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

这里,多项式核和径向基核为正定的核函数,而 Sigmoid 核和紧支撑核为非正定的核函数。

1.3 隐空间光滑支持向量机算法

定义 D 为以向量 $Y=[y_1, y_2, \dots, y_l] \in \mathbf{R}^l$ 的各分量为对角元的对角矩阵, e 为所有分量均为 1 的列向量($e=[1, 1, \dots, 1] \in \mathbf{R}^l$), 并将 z_i 表述为矩阵形式 $A=[z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_l]$, 则非负约束的松弛向量 $\xi=[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_l]$ 可表述为如下形式

$$\xi = \max[e - D(Aw + be), 0] = [e - D(Aw + be)]_+ \quad (9)$$

式中: $[x]_+ = \max(x, 0)$ 为加函数运算。

隐空间支持向量机可表述为下列无约束规划

$$\min \frac{1}{2} w^T w + \frac{C}{2} \| [e - D(Aw + be)]_+ \|^2 \quad (10)$$

定义熵函数

$$P_\beta(x) = x + \beta^{-1} \ln(e + \exp(-\beta x)) \quad (11)$$

式中: $\beta > 0$ 为光滑因子。

文献[9]证明了当 $\beta \rightarrow +\infty$ 时, 可用松弛向量 ξ 的熵函数 $P_\beta(\xi)$ 来近似代替 ξ 的加函数 ξ_+ , 隐空间光滑支持向量机(hidden space smooth support vector machine, HSSVM)可表示为

$$\min \frac{1}{2} w^T w + \frac{C}{2} \| P_\beta(e - D(Aw + be)) \|^2 \quad (12)$$

定理 1 规划式(12)为凸二次规划。

证明 引入变量 $\alpha = [w^T, b]^T$, $Q = DA$, $Y = De$, $t = e - D(Aw + be)$, $v = \exp(-\beta t)$ 和 $M = (I + \beta \text{diag}(v)) \text{diag}(P_\beta(t))$, 计算得到规划式(12)的梯度和海塞矩阵

$$\nabla F_\beta(\alpha) = \begin{bmatrix} w \\ 0 \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} -Q^T \\ -Y^T \end{bmatrix}.$$

$$\text{diag}(P_\beta(t)) \text{diag}(e + v)^{-1} e \quad (13)$$

$$\nabla^2 F_\beta(\alpha) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} -Q^T \\ -Y^T \end{bmatrix}.$$

$$\text{diag}(e + v)^{-2} M [-Q \quad -Y] \quad (14)$$

显见, 海塞矩阵 $\nabla^2 F_\beta(\alpha)$ 半正定, 从而原规划为凸二次规划, 且存在唯一全局最优解。

1.4 算法实现

以粒子群优化算法(particle swarm optimization, PSO)选取隐空间光滑支持向量机 HSSVM 的最优参数, 得到 PSO-HSSVM 算法。PSO-HSSVM 的实质是求解无约束的光滑可微模型, 可采用如下共轭梯度法求解, 具体步骤如下:

- (1) 取初始点 $\alpha_1 \in \mathbf{R}^n$, 允许误差 $\epsilon > 0$;
- (2) 若 $\| \nabla F(\alpha_1) \| \leq \epsilon$, 则算法停止, 输出 $\alpha^* \approx$

α_1 , 否则执行步骤 3;

- (3) 令 $z_1 = -\nabla F(\alpha_1)$, $k := 1$;

$$(4) \text{ 计算 } \lambda_k = -\frac{g_k^T z_k}{z_k^T Q z_k};$$

- (5) 令 $\alpha_{k+1} = \alpha_k + \lambda_k z_k$, 计算 $g_{k+1} = \nabla F(\alpha_{k+1})$;

(6) 若 $\| g_{k+1} \| \leq \epsilon$, 则算法停止, 输出 $\alpha^* \approx \alpha_{k+1}$, 否则执行步骤 7;

(7) 若 $k = n$, 则令 $\alpha_1 := \alpha_{n+1}$, 转至步骤 3, 否则执行步骤 8;

(8) 计算 $\beta_k = \frac{g_{k+1}^T Q z_k}{z_k^T Q z_k}$, 更新 $z_{k+1} = -g_{k+1} + \beta_k z_k$, 令 $k := k+1$, 转至步骤 4。

1.5 参数设置

本节拟采用 PSO 选取最优参数, 以避免传统交叉验证法需多次训练而耗时长的问题。

PSO 是模仿鸟群、鱼群寻找食物的社会性行为而建立的。每个备选解成为一个粒子, 多种粒子共存, 合作寻优。初始化一群随机粒子(候选解), 粒子根据自身经验和相邻子群的最佳经验向更好的位置飞行, 通过迭代找到最优解。

速度 v_{id} 和位置 x_{id} 的更新方程分别为

$$v_{id}(t+1) = \omega v_{id}(t) + c_1 \alpha(p_{id}(t) - x_{id}(t)) + c_2 \beta(p_{gd}(t) - x_{id}(t)) \quad (15)$$

$$x_{id}(t+1) = x_{id}(t) + v_{id}(t+1) \quad (16)$$

式中: c_1, c_2 为学习因子; α 和 β 为随机数; p_{id} 为个体极值, 即粒子本身找到的最优解; p_{gd} 为全局极值, 即整个种群目前找到的最优解。

PSO 以下列几种方式设置参数:

(1) 将待优化惩罚参数和核参数组合为一个粒子, 取值均大于 0, 种群规模 $N=20$, 最大迭代次数 $T_{\max}=100$;

(2) 适应度函数 f 设置为 $f=10\% \times A_1 + 90\% \times A_2$, 其中 A_1 和 A_2 依次为训练样本和测试样本的精度;

(3) 取 $c_1=c_2=2$, v_{id} 的最大变化幅度为 0.2, 惯性权值 ω 以线性方式减少

$$\omega = \omega_{\max} - T(\omega_{\max} - \omega_{\min})/T_{\max} \quad (17)$$

式中: T 为当前迭代次数; $\omega_{\max}=0.9$; $\omega_{\min}=0.4$ 。

2 数值实验

为验证粒子群优化隐空间光滑支持向量机(PSO-HSSVM, 简记为 P-H)的性能, 在基准数据集上分别对比隐空间支持向量机(HSSVM, 简记为 H)和光滑支持向量机(SSVM, 简记为 S)的分类表

现。所有实验均在 CPU 为 P4,3.06 GHz、内存为 0.99 GB 的 PC 机上进行,所有程序均采用 Matlab7.01 编写,所有训练和测试数据在代入训练和测试之前均被映射到区间 $[-1,1]$ 。

首先,对比 PSO-HSSVM 和 SSVM 的分类性能。为便于比较,对 2 种算法均采用对称正定的径向基核函数,并依次使用 PSO 和十重交叉验证法进行参数寻优。表 1 给出基准数据集上的训练和测试

表 1 PSO-HSSVM 和 SSVM 的分类性能

数据集	参数寻优	训练精度/%		测试精度/%		平均迭代次数		时间/s	
		P-H	S	P-H	S	P-H	S	P-H	S
Ionosphere (351×34)	PSO	93.10	92.83	88.29	87.61	4.9	5.0	2.81	2.77
	交叉验证	92.87	92.75	87.89	88.04	5.0	5.3	7.23	7.21
Breast Cancer (699×9)	PSO	97.17	97.22	97.19	96.97	2.9	3.1	6.67	6.67
	交叉验证	96.97	97.20	97.01	97.08	3.1	2.9	16.4	15.6

其次,对比 PSO-HSSVM 与 HSSVM 的分类表现。实验在含 768 个样本的 8 维 Pima Indians diabetes 数据集上进行,其中正类样本 500 个,负类样本 268 个。随机抽取 300 个样本作为训练集,其余样本作为测试集;采用半正定的 Sigmoid 核函数进行实验,具体结果见表 2。

表 2 PSO-HSSVM 和 HSSVM 的分类性能

算法	支持向量数	训练精度/%	测试精度/%	时间/s
P-H	198	76.91	77.19	2.93
S	300	75.33	76.86	30.8

表 2 数据表明:

(1)PSO-HSSVM 在一定程度获得了稀疏性,其支持向量数为 198,而 HSSVM 不具任何稀疏性,其 300 个训练样本都成为了支持向量;

(2)PSO-HSSVM 的训练精度比 HSSVM 的高约 2.14%,而测试精度与 HSSVM 的相当;

表 4 不同算法的分类表现

数据集	核函数	平均精度/%			支持向量数			运行时间/s		
		P-H	S	H	P-H	S	H	P-H	S	H
Banana	径向基核	89.09	89.07	89.09	118	133	400	3.73	2.37	13.90
	紧支撑核	89.10		89.73	139		400	3.73		15.63
Waveform	径向基核	90.07	89.30	89.26	261	287	400	21.05	19.59	63.71
	紧支撑核	91.13		89.61	294		400	21.58		71.19
Iris	径向基核	96.67	96.67	96.49	22	31	50	0.46	0.46	2.62
	紧支撑核	97.85		96.67	26		50	0.31		2.68

注:平均精度代表训练和测试精度的平均值;运行时间为训练时间和测试时间的平均值。

精度、迭代次数和训练时间。由表 1 结果可得如下结论:

(1)PSO-HSSVM 与 SSVM 的训练和测试精度均较高,迭代次数也相当;

(2)对 2 种算法而言,采用 PSO 进行参数寻优的训练时间亦均比采用交叉验证进行参数寻优的训练时间要短。

(3)PSO-HSSVM 的训练时间为 2.93 s,而 HSSVM 的训练时间为 30.8 s,前者仅为后者的 9.5%。

上述结果验证了对隐空间支持向量机采用光滑技术,可以在保证分类精度的前提下,显著缩短训练时间,提高分类效率。

表 3 列出了 3 个分类基准数据集的特征,对多分类数据集,取其第一类为正类,其余类为负类。

表 3 分类数据集的特征

数据集	训练样本数	测试样本数	类别	特征数
Banana	400	4 900	2	2
Waveform	400	4 600	2	20
Iris	50	100	3	4

以表 3 数据集为例,对比 PSO-HSSVM、SSVM 和 HSSVM 的分类表现,结果如表 4 所示。由表 4 数据可得到以下结论。

(1)取正定的径向基核函数, PSO-HSSVM 的分类精度与 SSVM 和 HSSVM 的分类精度相当, 但光滑算法 PSO-HSSVM 和 SSVM 的训练时间要远远低于 HSSVM 的训练时间. 这说明采用求解无约束凸二次规划的高效共轭梯度法可以有效降低训练时间, 提高计算效率. 以 Waveform 数据集为例, PSO-HSSVM 比 SSVM 和 HSSVM 的分类精度分别高 0.77% 和 0.81%, 而光滑算法 PSO-HSSVM 和 SSVM 的分类时间分别为 21.05 s 和 19.59 s, 是 HSSVM 的 33.04% 和 30.74%。

(2)取对称非正定的紧支撑核函数, PSO-HSSVM 的分类精度与 HSSVM 的分类精度相当或略优, 而 SSVM 无法运行; PSO-HSSVM 的训练时间比 HSSVM 的训练时间显著降低, 且 PSO-HSSVM 的支持向量数比 HSSVM 支持向量的数要少. 以 Iris 数据集为例, PSO-HSSVM 的分类精度比 HSSVM 高 1.18%, 而训练时间是 0.31 s, 仅为 HSSVM 训练时间的 11.56%; PSO-HSSVM 的支持向量数是 26, 而 HSSVM 的支持向量数是 50。

3 结 论

隐空间支持向量机不限制隐函数满足正定性条件, 拓宽了支持向量机可用核函数的范围, 然而其需要求解一个约束凸二次规划, 计算复杂且所需训练时间较长. 光滑支持向量机采用熵函数近似加函数形式的松弛, 导出无约束的光滑可微模型, 进而引入高效的牛顿法或共轭梯度法求解, 然而其核函数需要满足 Mercer 条件, 也即对称正定性, 这使得很多性能优良的对称函数不能带入运算. 本文提出的确良粒子群优化隐空间光滑支持向量机 (PSO-HSSVM) 在隐空间中采用熵函数近似松弛向量的加函数, 并引入共轭梯度法求解. PSO-HSSVM 兼具 HSSVM 和 SSVM 的优点, 采用对称函数即可带入运算且可引入高效的无约束优化算法求解. 基准数据集上的数值实验表明, PSO-HSSVM 具有良好的分类精度和较短的训练时间. 下一步可考虑构造稀疏性算法, 以进一步提高运算效率。

参考文献:

- [1] VAPNIK V N. An overview of statistical learning theory [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1999, 10(3): 988-999.
- [2] YE Qixiang, HAN Zhenjun, JIAO Jianbin, et al. Human detection in images via piecewise linear support

vector machines [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(2): 778-789.

- [3] DING Shifei, QI Bingjuan. Research of granular support vector machine [J]. Artificial Intelligence Review, 2012, 38(1): 1-7.
- [4] PENG Xinjun, WANG Yifei, XU Dong. Structural twin parametric-margin support vector machine for binary classification [J]. Knowledge-Based Systems, 2013, 49(1): 63-72.
- [5] ZHANG Li, ZHOU Weida, JIAO Licheng. Hidden space support vector machines [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2004, 15(6): 1424-1434.
- [6] 王玲, 薄列峰, 刘芳, 等. 最小二乘隐空间支持向量机 [J]. 计算机学报, 2005, 28(8): 1302-1307.
WANG Ling, BO Liefeng, LIU Fang, et al. Least squares hidden space support vector machines [J]. Chinese Journal of Computers, 2005, 28(8): 1302-1307.
- [7] ZHANG Li, WANG Bangjun, LI Fanzhang, et al. Support vector novelty detection in hidden space [J]. Journal of Computational Information Systems, 2011, 7(15): 5581-5590.
- [8] CHENG Jun, XIE Can, BIAN Wei, et al. Feature fusion for 3D hand gesture recognition by learning a shared hidden space [J]. Pattern Recognition Letters, 2012, 33(4): 476-484.
- [9] LEE Y J, MANGASARIAN O L. SSVM: a smooth support vector machine for classification [J]. Computational Optimization and Applications, 2001, 22(1): 5-21.
- [10] QIN Chuandong, LIU Sanyang. Fuzzy smooth support vector machine with different smooth functions [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2012, 23(3): 460-466.
- [11] 张晓丹, 邵帅, 刘钦圣. 基于样条函数的光滑支持向量机模型 [J]. 北京科技大学学报, 2012, 34(6): 718-725.
ZHANG Xiaodan, SHAO Shuai, LIU Qinsheng. Smooth support vector machine model based on spline functions [J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2012, 34(6): 718-725.
- [12] SHEN Jindong, PENG Xiaojun. A new smooth support vector machine with 1-norm penalty term [J]. International Journal of Online Engineering, 2013, 9(4): 54-58.

(编辑 刘杨 武红江)