

DOI: 10.7652/xjtuxb201312014

上行正交频分多址接入系统快速盲频偏估计算法

周游, 郑娜娥, 胡捍英

(解放军信息工程大学信息工程学院, 450002, 郑州)

摘要: 为了提高上行正交频分多址接入(OFDMA)系统多用户频偏(CFO)估计收敛速度,提出了一种基于重复因子的快速盲 CFO 估计算法。在窄带信号的假设条件下,利用直线阵接收信号的自相关、互相关矩阵特征值完成波达方向(DOA)估计,进而根据 DOA 与子载波以及 CFO 的对应关系建立子空间,并利用子空间之间的正交性完成 CFO 估计;通过引入信号重复因子,以循环移位的方式重复使用同一 OFDMA 符号的数据,大大减少了建立子空间时所需要的 OFDMA 符号数。另外,以多项式求根代替一维搜索完成最终 CFO 的求解,使得算法性能不受搜索步长的限制。仿真结果表明,该算法在保证估计精度的同时,能够有效减少算法所需的符号数,当子载波数为 64、用户数为 4 时,在理想情况下所需符号数仅为原来的 1/10。

关键词: 正交频分多址接入;盲频偏估计;波达方向;子空间;重复因子

中图分类号: TN929.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)12-0077-07

A Fast Blind Carrier Frequency Offset Estimation Algorithm for Uplink Orthogonal Frequency Division Multiplexing Access Systems

ZHOU You, ZHENG Na'e, HU Hanying

(The Information System Engineering Institute, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: A fast blind carrier frequency offset (CFO) estimation algorithm based on repetition factor is proposed to accelerate the multi-user's CFO estimation for the uplink of orthogonal frequency division multiplexing access (OFDMA) systems. Under the hypothesis of narrow band signal, the direction of arrival (DOA) is estimated via the eigenvalues of the auto-correlation and cross-correlation matrixes of received signals from a uniform linear array, and subspaces are set up based on the relationship among DOA, subcarriers and CFO. The orthogonal property of the resulting subspaces is exploited to estimate the CFO. A repetition factor is introduced and data of the same OFDMA symbols are repeatedly used in a cyclic shift manner, so that the number of OFDMA symbols is greatly reduced. The rooting method is used to replace the one-dimensional search for calculating the CFO, which makes the performance of the algorithm independent of the searching step size. Simulation results show that the proposed algorithm reduces the OFDMA symbols exponentially and has a considerable performance. Theoretically, it can reduce the symbols to a tenth part of the original number when there exist 64 subcarriers and 4 users.

Keywords: orthogonal frequency division multiplexing access; blind carrier frequency offset estimation; direction of arrival; subspace; repetition factor

收稿日期: 2013-04-22。 作者简介: 周游(1986—),男,博士生;胡捍英(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家高技术研究发展计划资助项目(2012AA01A502,2012AA01A505)。

网络出版时间: 2013-10-17

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20131017.0814.009.html>

在正交频分复用接入 (OFDMA) 系统上行链路中,各用户收发器频率不同步以及多普勒频移等因素破坏了子载波之间的正交性,引入了自干扰和多址接入干扰,导致系统性能急剧下降^[1]。因此,精确的载波频偏 (CFO) 估计对于 OFDMA 系统具有十分重要的意义。与下行单一的 CFO 估计不同,OFDMA 系统上行链路需要完成多用户 CFO 的估计,增加了其难度和复杂度。

现有 OFDMA 系统 CFO 估计算法主要包括基于数据辅助的 CFO 估计^[2-4]和盲 CFO 估计^[5-12]两大类。其中后者由于无需数据辅助,能够提高带宽利用率而受到广泛关注。文献[5-7]采用交错式子载波分配方案使得信号在时域上表现出循环特性,进而利用该特性构造子空间,完成 CFO 估计。该类算法虽然性能较好,但是受子载波分配方案的限制,且要求有较长的循环前缀 (CP) 或者较多的虚拟子载波。文献[8]利用时域信号表现出的高斯特性建立对数似然函数,并通过使似然函数最大化完成 CFO 估计。该算法对循环前缀和虚拟子载波没有特殊要求,但仍然受子载波分配方案的限制。文献[9]利用多天线建立三线性模型,并利用三线性分解完成 CFO 盲估计,对于单用户 CFO 估计获得了较好的性能。文献[10]利用接收信号前后的高斯特性变化完成频偏盲估计,该算法在单用户时性能较好,当用于多用户时,需要各用户占用连续的子载波,且各用户之间需要留有一定的保护间隔,降低了系统的频带利用率。

文献[11-13]在信号满足窄带特性的假设条件下,利用接收端的直线阵完成 DOA 以及 CFO 估计,该算法不受子载波分配方案的影响,估计性能也较好,但是由于需要求解接收信号的自相关函数和互相关函数,完成一次估计需要统计大量的 OFDMA 符号,收敛速度较慢,限制了其实际应用。

针对上述算法存在的问题,本文对文献[11]算法进行了改进,提出一种基于重复因子的快速盲 CFO 估计算法。

1 OFDMA 系统模型

1.1 系统模型

假设系统中有 K 个用户同时向基站发送数据,每个用户配备一根发送天线。基站共有 M 根接收天线,组成一个直线阵列。用 θ_k 表征第 k 个用户的 DOA,并假设各用户 DOA 不同,模型如图 1 所示。

OFDM 信号通常被看作是宽带信号,主要是因

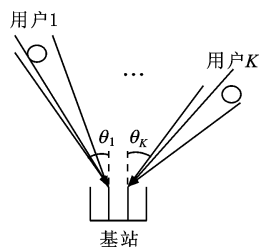


图 1 OFDMA 系统模型

为其带宽一般要大于信道的相关带宽。然而,以长期演进 (LTE) 信号为例,其最大带宽为 20 MHz,国内分配的频段为 2.6 GHz,比例小于 0.8%^[14],满足窄带信号的定义^[9,11]。因此,本文假设系统信号具有窄带特性。

1.2 基带系统模型

系统中总的载波数为 N ,子载波序号用集合 $D = \{0, \dots, N-1\}$ 表示,第 k 个用户所分配子载波用集合 $D_k = \{i_{k,0}, \dots, i_{k,N_k-1}\}$, $k=1, \dots, K$ 表示,其中 N_k 是第 k 个用户占用的子载波数。各用户占用的子载波互斥,且有 $\sum_{k=1}^K N_k = N_{\text{sum}} \leq N$ 。

用 $\mathbf{s}_{k,g} = [s_{k,g,0}, \dots, s_{k,g,N_k-1}]^T$ 表示第 k 个用户在第 g 个 OFDMA 符号中发送的频域数据,第 n 个 OFDMA 发送的 N 个符号用 $\mathbf{x}_{k,g} = [x_{k,g,0}, \dots, x_{k,g,N-1}]^T$ 表示,满足

$$x_{k,g,i} = \begin{cases} s_{k,g,p}, & i = i_{k,p} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

第 k 个用户到接收天线的信道冲激响应表示为

$$h_k(\tau) = \sum_{l=0}^{L_{k,h}} h_{k,l} \delta(\tau - \tau_{k,l}), \quad L_{k,h} \text{ 是信道阶数, } h_{k,l} \text{ 和 } \tau_{k,l} \text{ 分别表示第 } l \text{ 径的信道复增益和延迟。没有噪声时,第一根天线上收到的第 } k \text{ 个用户除去 CP 后的数据表示为 } \mathbf{r}_{k,g,1} = \exp\{2\pi j[(g-1)(N+G)+G]\epsilon_k/N\} \mathbf{A}(\epsilon_k) \mathbf{F}_k \mathbf{H}_k \mathbf{s}_{k,g}, \text{ 其中 } \epsilon_k \text{ 是第 } k \text{ 个用户的归一化频偏; } \mathbf{A}(\epsilon_k) = \text{diag}[1, \exp(j2\pi\epsilon_k/N), \dots, \exp(j2\pi(N-1)\epsilon_k/N)]; [\mathbf{F}_k]_{pq} = N^{-1/2} \exp(j2\pi p i_{k,q}/N), p=0, \dots, N-1, q=0, \dots, N_k-1; \mathbf{H}_k = \text{diag}[H_{k,0}, \dots, H_{k,N_k-1}], H_{k,p} = N^{-1/2} \sum_{l=0}^{L_{k,h}} h_{k,l} \exp(-j2\pi i_{k,p} l/N)。$$

假设 $\epsilon_k \in (-0.5, 0.5)$ 。令 $\mathbf{v}_{k,g} = \exp\{2\pi j[(g-1)(N+G)+G]\epsilon_k/N\} \mathbf{H}_k \mathbf{s}_{k,g}$,在所有用户时间同步的假设条件下,第一根天线上总的接收信号表示为

$$\mathbf{r}_{g,1} = \sum_{k=1}^K \mathbf{r}_{k,g,1} + \mathbf{w}_{g,1} = \mathbf{G}_1 \mathbf{V}_g + \mathbf{w}_{g,1} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{G}_1 = [\mathbf{A}(\epsilon_1) \mathbf{F}_1, \dots, \mathbf{A}(\epsilon_K) \mathbf{F}_K]$; $\mathbf{V}_g = [(\mathbf{v}_{g,1})^T, \dots, (\mathbf{v}_{g,K})^T]^T$ 。

$\cdots, (\mathbf{v}_{g,K})^T]^T; \mathbf{w}_{g,1}$ 中各元素是独立同步的复高斯白噪声, 满足 $\mathbf{w}_{g,1} \sim \text{CN}(\mathbf{0}, \sigma_w^2 \mathbf{I}_N)$ 。

在窄带信号的假设条件下, 第 $i \in \{1, \cdots, M\}$ 接收天线上的数据表示为

$$\mathbf{r}_{g,i} = \sum_{k=1}^K \mathbf{r}_{k,g,i} + \mathbf{w}_{g,i} = \mathbf{G}_i \mathbf{V}_g + \mathbf{w}_{g,i} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{r}_{k,g,i} = \exp(j2\pi d(i-1)\sin\theta_k/\lambda) \mathbf{r}_{k,g,1} = a_{k,i} \mathbf{r}_{k,g,1}$, 其中 d 和 λ 分别是接收天线间距和信号波长。

2 CFO 估计

为了便于后续推导基于重复因子的快速盲 CFO 估计算法, 下面首先简要介绍文献[11]中的 CFO 估计算法。

2.1 文献[11]CFO 估计算法简述

(1) 叠加第 $1 \sim M-1$ 和 $2 \sim M$ 上的接收数据^[14]

$$\begin{cases} \mathbf{z}_{1,g} = [(\mathbf{r}_{g,1})^T, \cdots, (\mathbf{r}_{g,M-1})^T]^T = \mathbf{A} \mathbf{V}_g + \mathbf{w}_{1,g} \\ \mathbf{z}_{2,g} = [(\mathbf{r}_{g,2})^T, \cdots, (\mathbf{r}_{g,M})^T]^T = \mathbf{A} \mathbf{\theta} \mathbf{V}_g + \mathbf{w}_{2,g} \end{cases} \quad (4)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{1,1} \mathbf{T} & \cdots & a_{K,1} \mathbf{T}_K \\ \vdots & & \vdots \\ a_{1,M-1} \mathbf{T}_1 & \cdots & a_{K,M-1} \mathbf{T}_K \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{T}_k = \mathbf{A}(\epsilon_k) \mathbf{F}_k$, $\mathbf{\theta} = \text{diag}([a_{1,2} \mathbf{I}_{N_1}, \cdots, a_{K,2} \mathbf{I}_{N_K}])$, $\mathbf{I}_{N_k}$ 是各项均为 1 的 N_k 维行向量。

(2) 计算 $\mathbf{z}_{1,g}$ 的自相关矩阵以及 $\mathbf{z}_{2,g}$ 和 $\mathbf{z}_{1,g}$ 互相关矩阵

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{z_1 z_1} = E[\mathbf{z}_1 \mathbf{z}_1^H] = \mathbf{A} \mathbf{R}_{\mathbf{V} \mathbf{V}} \mathbf{A}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I}_{(M-1)N} \\ \mathbf{R}_{z_2 z_1} = E[\mathbf{z}_2 \mathbf{z}_1^H] = \mathbf{A} \mathbf{\theta} \mathbf{R}_{\mathbf{V} \mathbf{V}} \mathbf{A}^H + \sigma_w^2 \mathbf{J}_{(M-1)N} \end{cases} \quad (6)$$

式中: $E[\cdot]$ 表示均值; H 表示共轭转置; $\mathbf{R}_{\mathbf{V} \mathbf{V}} = E[\mathbf{V} \mathbf{V}^H]$; $\mathbf{I}_{(M-1)N}$ 表示单位矩阵; $\mathbf{J}_{(M-1)N}$ 表示维数是 $(M-1)N \times (M-1)N$ 、对角线上的第 N 个斜对角线元素全部为 1 的方阵。

(3) 第 k 个用户的 DOA 估计结果可以表示为

$$\hat{\theta}_k = \arcsin(\lambda \text{angle}(\bar{a}_{k,2}) / (2\pi d)) \quad (7)$$

式中: $\bar{a}_{k,2}$ 是 $\mathbf{R}_{z_2 z_1} \mathbf{R}_{z_1 z_1}^+$ 重复了 N_k 次与第 k 个用户对应的特征值; $(\cdot)^+$ 和 $\text{angle}(\cdot)$ 分别表示矩阵的伪逆和复数的相位。

(4) 第 k 个用户的 CFO 估计可以通过 $\hat{\epsilon}_k =$

$\arg \min_{u \in (-0.5, 0.5)} J_k(u)$ 获得, 其中

$$J_k(u) = \sum_{q=0}^{N_k-1} \left\| \left(\sum_{i=1}^{M-1} \bar{a}_{k,i} (\mathbf{U}_{o,k,i})^H \right) \text{diag}(\mathbf{F}_{k,q}) \bar{\mathbf{A}}(u) \right\|_2^2 \quad (8)$$

式中: $\|\cdot\|_2$ 表示 $l-2$ 范数; $\mathbf{F}_{k,q}$ 表示 $\mathbf{F}_k$ 的第 q 列; $\bar{\mathbf{A}}(u) = [1, \exp(j2\pi u/N), \cdots, \exp(j2\pi(N-1)u/N)]^T$; $\mathbf{U}_{o,k,i}$ 是 $\mathbf{U}_{o,k}$ 的第 $(i-1)N+1$ 行到第 iN 行, $\mathbf{U}_{o,k}$ 是与 $\bar{a}_{k,2}$ 对应的 N_k 个特征向量组成的矩阵 $\mathbf{R}_k$ 的左零空间。

2.2 局限性

由矩阵理论可知, $\text{rank}(\mathbf{R}_{z_1 z_1}) = \text{rank}(\mathbf{R}_{z_2 z_1}) = N_{\text{sum}}$, $\text{rank}(\cdot)$ 表示矩阵的秩。计算相关矩阵时, 每增加一个 OFDMA 符号, 对秩的贡献最多为 1。要得到这 2 个矩阵可靠的统计特性, 至少需要 N_{sum} 个 OFDMA 符号。

另外, 文献[11]通过一维搜索的方式完成 CFO 估计, 虽然理论上能够获取最大似然解, 但实际中受限于搜索精度以及计算复杂度, 往往无法获取最佳估计值。

3 基于重复因子的快速盲 CFO 估计

3.1 重复因子的引入

为了加速秩的增长速度, 重新构造式(4)中的向量。通过重复使用同一个 OFDMA 符号, 以达到利用较少 OFDMA 符号就可以获取较为可靠的统计特性的目的。下面给出具体方法的推导。

用 $([x_1, \cdots, x_N]^T)_i$ 表示向量循环移位 i 个元素, 移位后的向量表示为 $[x_{N-i+1}, \cdots, x_N, x_1, \cdots, x_{N-i}]^T$ 。定义

$$\begin{cases} \mathbf{z}_{3,g} = [(\mathbf{z}_{1,g})_0, \cdots, (\mathbf{z}_{1,g})_{G-1}] \\ \mathbf{z}_{4,g} = [(\mathbf{z}_{2,g})_0, \cdots, (\mathbf{z}_{2,g})_{G-1}] \end{cases} \quad (9)$$

式中: G 为重复因子。根据式(4), 有以下等式成立

$$\begin{cases} \mathbf{z}_{3,g} = \mathbf{B}(\mathbf{I}_G \otimes \mathbf{V}_g) + \mathbf{w}_{3,g} \\ \mathbf{z}_{4,g} = \mathbf{B}(\mathbf{I}_G \otimes (\mathbf{\theta} \mathbf{V}_g)) + \mathbf{w}_{4,g} \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{B} = [\mathbf{A}, \mathbf{E}_1 \mathbf{A}, \cdots, \mathbf{E}_{G-1} \mathbf{A}]$; $\otimes$ 表示 Kronecker 积; $\mathbf{w}_{3,g}$ 和 $\mathbf{w}_{4,g}$ 是按照与式(9)相同方式分别对 $\mathbf{w}_{1,g}$ 和 $\mathbf{w}_{2,g}$ 循环移位并组合后得到的矩阵; $\mathbf{E}_i$ 是单位矩阵 $\mathbf{I}_{(M-1)N}$ 每一列循环移位 i 个元素后的矩阵。令 $\bar{\mathbf{B}}_k = [\mathbf{A}_k, \mathbf{E}_1 \mathbf{A}_k, \cdots, \mathbf{E}_{G-1} \mathbf{A}_k]$, $\bar{\mathbf{B}} = [\bar{\mathbf{B}}_1, \cdots, \bar{\mathbf{B}}_K]$, 容易看出 $\bar{\mathbf{B}}$ 是由 $\mathbf{B}$ 经过初等列置换得到的, $\bar{\mathbf{E}}$ 表示该置换矩阵, 有 $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{B} \bar{\mathbf{E}}$, 则式(10)等价于

$$\begin{cases} \mathbf{z}_{3,g} = \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{V}}_g + \mathbf{w}_{3,g} \\ \mathbf{z}_{4,g} = \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{\theta}} \bar{\mathbf{V}}_g + \mathbf{w}_{4,g} \end{cases} \quad (11)$$

式中: $\bar{\mathbf{V}}_g = \bar{\mathbf{E}}(\mathbf{I}_G \otimes \mathbf{V}_g)$; $\bar{\mathbf{\theta}} = \text{diag}([a_{1,2} \mathbf{I}_{N_1 G}, \cdots, a_{K,2} \mathbf{I}_{N_K G}])$ 。

当 $G \leq N+1, M > K$ 时, $\text{rank}(\bar{\mathbf{B}}_k) = N_k + G - 1$, 且从 $\mathbf{E}_1 \mathbf{A}_k, \cdots, \mathbf{E}_{G-1} \mathbf{A}_k$ 中各任意抽取一个列向量与 $\mathbf{A}_k$ 互不相关, 即它们一起组成了 $\bar{\mathbf{B}}_k$ 的一组基。

本文选取各矩阵的第一个向量,并定义矩阵 $\tilde{\mathbf{B}}_k = [\mathbf{A}_k, \mathbf{E}_1 \mathbf{A}_{k,1}, \dots, \mathbf{E}_{G-1} \mathbf{A}_{k,1}]$, $k=1, \dots, K$, $\mathbf{A}_{k,1}$ 表示 $\mathbf{A}_k$ 的第 i 列。定义矩阵 $\tilde{\mathbf{B}} = [\tilde{\mathbf{B}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{B}}_K]$, 由于 $\tilde{\mathbf{B}}_k$ 都是对应的 $\bar{\mathbf{B}}_k$ 一组基,一定存在矩阵 $\mathbf{D}$ 使得 $\bar{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{D}$ 和 $\bar{\mathbf{B}}\bar{\boldsymbol{\theta}} = \tilde{\mathbf{B}}\bar{\boldsymbol{\theta}}\mathbf{D}$, $\bar{\boldsymbol{\theta}} = \text{diag}([\alpha_{1,2} \mathbf{I}_{(N_1+G-1)}, \dots, \alpha_{K,2} \mathbf{I}_{(N_K+G-1)}])^{[16]}$, 从而式(11)可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{z}_{3,g} &= \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{D}\bar{\mathbf{V}}_g + \mathbf{w}_{3,g} \\ \mathbf{z}_{4,g} &= \tilde{\mathbf{B}}\bar{\boldsymbol{\theta}}\mathbf{D}\bar{\mathbf{V}}_g + \mathbf{w}_{4,g} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

3.2 CFO 估计

计算 $\mathbf{z}_3$ 的自相关矩阵及 $\mathbf{z}_4$ 和 $\mathbf{z}_3$ 的互相关矩阵

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_{\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3} &= E[\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3^H] = \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{V}}}\tilde{\mathbf{B}}^H + G\sigma_w^2\mathbf{I}_{(M-1)N} \\ \mathbf{R}_{\mathbf{z}_4\mathbf{z}_3} &= E[\mathbf{z}_4\mathbf{z}_3^H] = \tilde{\mathbf{B}}\bar{\boldsymbol{\theta}}\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{V}}}\tilde{\mathbf{B}}^H + G\sigma_w^2\mathbf{J}_{(M-1)N} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{V}}} = \mathbf{D}\mathbf{E}[\bar{\mathbf{V}}_g\bar{\mathbf{V}}_g^H]\mathbf{D}^H$, 当各用户发送的频域数据相互独立时,其是满秩矩阵; $\tilde{\mathbf{B}}$ 是列满秩的瘦矩阵。令 $\mathbf{R}_{\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3} = \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{V}}}\tilde{\mathbf{B}}^H$, $\mathbf{R}_{\mathbf{z}_4\mathbf{z}_3} = \tilde{\mathbf{B}}\bar{\boldsymbol{\theta}}\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{V}}}\tilde{\mathbf{B}}^H$, 容易得到^[9]

$$\mathbf{R}_{\mathbf{z}_4\mathbf{z}_3}\mathbf{R}_{\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3}^+\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{B}}\bar{\boldsymbol{\theta}} \quad (14)$$

由 $\bar{\boldsymbol{\theta}}$ 对角矩阵的特性可知, $\mathbf{R}_{\mathbf{z}_4\mathbf{z}_3}\mathbf{R}_{\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3}^+$ 的特征值就是 $\bar{\boldsymbol{\theta}}$ 对角线上的元素,且特征值 $\alpha_{k,2}$ 重复 $N_k + G - 1$ 次。假设 $\mathbf{R}_{\mathbf{z}_4\mathbf{z}_3}\mathbf{R}_{\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3}^+$ 的特征值对应第 k 个用户的特征值是 $\bar{\alpha}_{k,2}$, 仍然可以通过式(7)计算第 k 个用户的 DOA。

与 $\bar{\alpha}_{k,2}$ 对应的 $N_k + G - 1$ 个特征向量组成的矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}^{(k)}$ 与 $\tilde{\mathbf{B}}^{(k)}$ 具有相同的值域。对 $\tilde{\mathbf{R}}^{(k)}$ 进行 SVD 分解如下

$$\tilde{\mathbf{R}}^{(k)} = [\tilde{\mathbf{U}}_{s,k}, \tilde{\mathbf{U}}_{o,k}] \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\lambda}}_k \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{V}}_{s,k}^H \quad (15)$$

式中: $\tilde{\mathbf{U}}_{o,k}$ 是 $\tilde{\mathbf{R}}^{(k)}$ 的左零空间,维数是 $(M-1)N \times (M-1)N - (N_k + G - 1)$ 。从而有

$$\tilde{\mathbf{U}}_{o,k}\tilde{\mathbf{R}}^{(k)} = \tilde{\mathbf{U}}_{o,k}\tilde{\mathbf{B}}^{(k)} = \mathbf{0} \quad (16)$$

仅使用 $\tilde{\mathbf{B}}^{(k)}$ 中的 $\mathbf{A}_k$ 项,则式(16)可以转化为

$$\tilde{\mathbf{U}}_{o,k}\mathbf{A}_k = \mathbf{0} \quad (17)$$

对 $\tilde{\mathbf{U}}_{o,k}$ 采用与 $\mathbf{U}_{o,k}$ 相同的分割方法,并用 $\tilde{\mathbf{U}}_{o,k,i}$ 表示分割后的矩阵。建立代价函数

$$\tilde{J}_k(u) = \sum_{q=0}^{N_k-1} \left\| \left(\sum_{i=1}^{M-1} \tilde{a}_{k,i} \tilde{\mathbf{U}}_{o,k,i} \right) \text{diag}(\mathbf{F}_{k,q}) \bar{\mathbf{A}}(u) \right\|_2^2 \quad (18)$$

通过 $\hat{\epsilon}_k = \arg \min_{u \in (-0.5, 0.5)} \tilde{J}_k(u)$ 完成 CFO 估计。

3.3 多项式求根

为了使得算法不受搜索精度的影响,引入多项式

求根的方法完成 CFO 估计。令 $\boldsymbol{\Theta}_k = \sum_{q=0}^{N_k-1} \mathbf{\Pi}_{k,q}^H \mathbf{\Pi}_{k,q}$,

$$\mathbf{\Pi}_{k,q} = \sum_{i=1}^{M-1} \tilde{a}_{k,i} \tilde{\mathbf{U}}_{o,k,i}^H \text{diag}(\mathbf{F}_{k,q}), \text{式(18)可改写为}$$

$$\tilde{J}_k(u) = \bar{\mathbf{A}}(u)^H \boldsymbol{\Theta}_k \bar{\mathbf{A}}(u) \quad (19)$$

在不含噪声的情况下, $\tilde{J}_k(\epsilon_k) = 0$ 。定义 $\mathbf{Z} = [1, z, \dots, z^{N-1}]^T$, 当 $z = \exp(2\pi j\epsilon_k/N)$ 时,代价函数 $\tilde{J}_k(z) = \mathbf{Z}^H \boldsymbol{\Theta}_k \mathbf{Z}$ 的值为 0, 又因为 $z = \exp(2\pi j\epsilon_k/N)$ 在单位圆上,所以它也是 $\hat{J}_k(z) = \mathbf{Z}^{-1} \boldsymbol{\Theta}_k \mathbf{Z}$ 的根。将 $\hat{J}_k(z)$ 展开成 $\sum_{m=-N+1}^{N-1} a_m z^m$, $a_m = \sum_{j=i-m} [\boldsymbol{\Theta}_k]_{ij}$ 。 $\hat{J}_k(z)$ 共有 $2N-2$ 个根,标记为 z_i , $i=1, \dots, 2N-2$ 。令 $u_i = \text{angle}(z_i)N/(2\pi)$, 此时 ϵ_k 的估计值可以表示为

$$\hat{\epsilon}_k = \arg \min_{i \in \{1, 2, \dots, 2N-2\}} \tilde{J}_k(u_i) \quad (20)$$

3.4 快速盲 CFO 估计算法描述

现将快速盲 CFO 估计算法的步骤简述如下:

(1) 设定重复因子 G , 计算 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3}$ 和 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{z}_4\mathbf{z}_3}$;

(2) 对 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3}$ 进行特征值分解, 假设 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3} =$

$$\sum_{l=0}^{(M-1)N} \rho_l \mathbf{z}_l \mathbf{z}_l^H, \text{ 且有 } \rho_1 \geq \dots \geq \rho_{(M-1)N}, \text{ 利用 } G\sigma_w^2 = \sum_{l=N_{\text{sum}}+1}^{(M-1)N} \rho_l \text{ 完成噪声方差的估计;}$$

(3) 计算 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3}^+ = \sum_{l=1}^{N_{\text{sum}}+(G-1)K} \mathbf{z}_l \mathbf{z}_l^H / (\rho_l - G\sigma_w^2)$ 和

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{z}_4\mathbf{z}_3} = \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{z}_4\mathbf{z}_3} - G\sigma_w^2 \mathbf{J}_{(M-1)N};$$

(4) 对 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{z}_4\mathbf{z}_3}\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3}^+$ 进行特征分解, 对不同的特征值利用式(7)完成 DOA 估计;

(5) 对同一特征值对应的特征向量进行 SVD 分

解, 获取其左零空间的估计值 $\tilde{\mathbf{U}}_{o,k}$;

(6) 求解多项式 $\hat{J}_k(z)$ 的根;

(7) 利用式(20)完成 CFO 估计。

3.5 参数选择

为保证 $\text{rank}(\bar{\mathbf{B}}_k)$, 要求 $M > K$ 和 $G \leq (N+1) \cdot (M-1)$ 。同时, 为了保证 $\tilde{\mathbf{B}}$ 列满秩瘦矩阵的特性, 要求 $G < [(M-1)N - N_{\text{sum}}]/K + 1$ 。注意到 $N_{\text{sum}} \leq N$, 且有 $K \geq 1$, 因此重复因子只要满足 $G < [(M-1)N - N_{\text{sum}}]/K + 1$ 即可。

$\mathbf{R}_{\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3}$ 和 $\mathbf{R}_{\mathbf{z}_4\mathbf{z}_3}$ 的估计值通过 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3} = L_s^{-1} \sum_{i=g}^{g+L_s-1} \mathbf{z}_{3,i} \mathbf{z}_{3,i}^H$

和 $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{z}_4\mathbf{z}_3} = L_s^{-1} \sum_{i=g}^{g+L_s-1} \mathbf{z}_{4,i} \mathbf{z}_{3,i}^H$ 计算, 其中 L_s 表示用于估计的 OFDM 符号总数。易知 $\text{rank}(\mathbf{R}_{\mathbf{z}_3\mathbf{z}_3}) = \text{rank}(\mathbf{R}_{\mathbf{z}_4\mathbf{z}_3}) = N_{\text{sum}} + (G-1)K$ 。由于发送数据的独立性与随机性, 使得 $\mathbf{z}_{3,g}$ 和 $\mathbf{z}_{4,g}$ 中各列之间是互不相关的, 即每增加一个 OFDMA 符号, 对相关矩阵秩的贡献是 G 。不

含噪声时,仅需 $L_s = \lceil (N_{\text{sum}} + (G-1)K)/G \rceil$ 个符号即可达到较为理想的估计效果,其中 $\lceil \cdot \rceil$ 表示向上取整。因为要计算噪声功率,所以要求 $L_s G \geq (M-1)N$ 。理想情况下,本文算法达到收敛所需的 OFDMA 符号数为文献[11]算法的 $1/G$;实际中由于统计特性计算的需求以及噪声的存在,收敛速度低于 G 倍。需要指出的是,当 $G=1$ 时,本文算法退化为文献[11]算法。

3.6 算法复杂度分析

表 1 列出了本文与文献[11]2 种算法每一步的计算复杂度。本文算法在步骤 1、3 引入了一定的复杂度;文献[11]无步骤 6,其通过搜索的方式获取最终的估计值,如果步长过小,复杂度将高于本文算法。

表 1 2 种算法的复杂度对比

算法步骤	文献[11]算法	本文算法
1	$O[(M-1)N]^2)$	$O(G[(M-1)N]^2)$
2、4、5	$O[(M-1)N]^3)$	$O[(M-1)N]^3)$
3	$O(N_{\text{sum}}[(M-1)N]^2)$	$O((N_{\text{sum}} + (G-1)K)[(M-1)N]^2)$
6、7	与选择的步进相关	$O(KN^3)$

4 仿真实验验证

仿真参数选择 $N=64, L_{\text{CP}}=8, L_{k,h}=L_{\text{CP}}$,信道抽头系数按文献[17]中的方法产生; ϵ 在 $(-0.5, 0.5)$ 范围内以 0.001 为间隔均匀分布;数据符号采用 QPSK 调制;假设用户 DOA 可选集为 $\{-60^\circ, 20^\circ, -40^\circ, 30^\circ, 50^\circ, -80^\circ, 70^\circ, -10^\circ\}$,当用户数为 K 时,则按先后顺序从该集合中选择;每个用户占用的子载波数 $N_k = N/K$,子载波随机分配;算法性能用均方误差(MSE)表征。

仿真 1 快速算法的有效性。一次仿真结果如表 2 所示。仿真中不加噪声, $K=4, M=5$,各用户 CFO 分别为 $\{0.105, -0.086, 0.415, -0.023\}$,估计通过一维搜索完成。当 $L_s=6$ 时,取 $G=30$ 可以很好地

完成估计,而 $G=1$ 时只有当 $L_s=64$ 才能完成估计。
仿真 2 多项式求根与一维搜索 CFO 估计性能对比。仿真中选择 $L_s=40, K=4, M=5, G=7$,一维搜索时的步长分别选择 0.001 和 0.04,仿真结果如图 2 所示。从图中可以看出,多项式求根的性能比步长为 0.001 时的一维搜索性能略有损失,而远优于 0.04 时的性能,这进一步说明了多项式求根的有效性。之后的仿真中一律采用多项式求根的方法完成 CFO 估计。

仿真 3 重复因子 G 对算法性能的影响。仿真中选择 $L_s=40, K=4, M=5$ 。仿真结果如图 3 所示。从图中可以看出:本文算法的估计精度随 G 的增加而提高。当 $G=1$ 时,无法保证算法对 $\hat{\mathbf{R}}_{z_3 z_3}$ 和 $\hat{\mathbf{R}}_{z_4 z_3}$ 秩的要求,此时算法无法收敛;当 $G=2$ 时,虽然能够满足对 $\hat{\mathbf{R}}_{z_3 z_3}$ 和 $\hat{\mathbf{R}}_{z_4 z_3}$ 秩的要求,但无法保证噪声功率计算的要求; $G=7$ 时都能够得到满足,因此性能优于 $G=2$ 的。

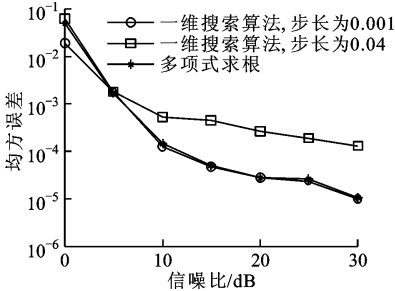


图 2 多项式求根与一维搜索算法的 CFO 性能对比

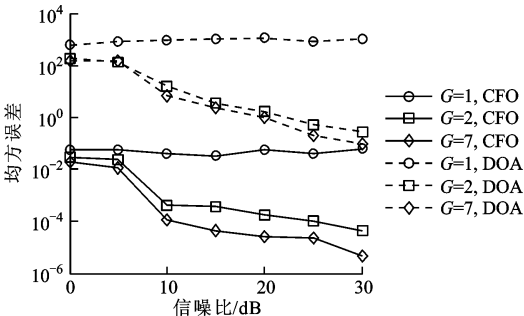


图 3 不同重复因子时本文算法的 CFO 和 DOA 估计性能

仿真 4 接收天线个数 M 对算法性能的影响。仿真中选择 $K=4, G=3, L_s=128$ 。仿真结果如图 4 所

表 2 不同参数时快速盲 CFO 估计算法的一次实验结果

L_s	G	所有用户 DOA 估计/(°)	所有用户归一化 CFO 估计
6	1	$\{-60, 20, -40, 30\}$	$\{-0.101, -0.5, 0.493, 0.302\}$
6	30	$\{-60, 20, -40, 30\}$	$\{0.105, -0.086, 0.415, -0.023\}$
63	1	$\{-59.6, 20.2, -40.4, 30\}$	$\{0.108, -0.083, 0.411, -0.028\}$
64	1	$\{-60, 20, -40, 30\}$	$\{0.105, -0.086, 0.415, -0.023\}$

示。从图中可以看出,在相同信噪比下,随着 M 的增加,算法性能逐渐变好。因为随着 M 的增加,提高了每经过一次循环移位数据秩增加 1 的概率,在相同样本数的条件下,提高了 $\hat{\mathbf{R}}_{z_3 z_3}$ 和 $\hat{\mathbf{R}}_{z_4 z_3}$ 的准确度,从而提升了 DOA 和 CFO 的估计精度。

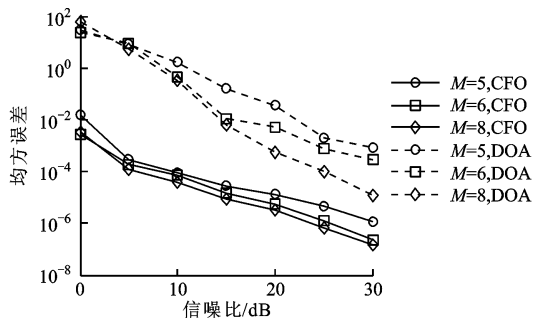


图 4 不同接收天线数时本文算法的 CFO 和 DOA 估计性能对比

仿真 5 用户个数 K 对算法性能的影响。仿真中选择 $M=9, G=3, L_s=180$ 。仿真结果如图 5 所示。从图中可以看出,随着 K 的减少,算法性能逐渐变好。因为随着 K 的增加,占用的子载波数减少,使得左零空间向量个数减少,降低了其抗噪声的性能。

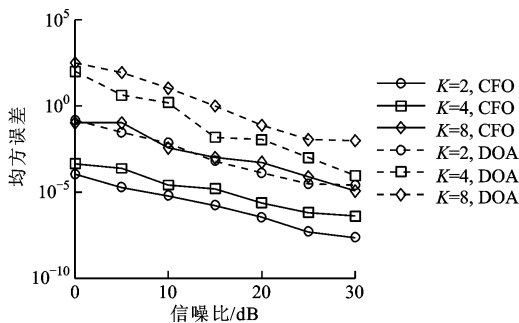


图 5 不同用户数 K 时本文算法的 CFO 和 DOA 估计性能对比

仿真 6 不同 L_s 和 G 的组合对算法性能的影响。仿真中选择 $K=4, M=5$, 并保证 $L_s G \geq 256$ 。仿真结果如图 6 所示。从图中可以看出,随着 L_s 的增大,算法性能逐渐变好,说明新数据对性能的贡献大于同一组数据循环移位后的贡献。因为新数据的随机性与独立性优于循环移位后数据,此时 $\hat{\mathbf{R}}_{z_3 z_3}$ 和 $\hat{\mathbf{R}}_{z_4 z_3}$ 的计算更加准确,从而得到了更精确的估计结果。

仿真 7 功率控制对算法性能的影响。仿真中选择 $K=4, M=5, G=2, L_s=128$; 各用户发射功率差别在 3 dB 内均匀分布,均值为 N_k 。仿真结果如图 7 所示。从图中可以看出,当功率控制不理想时,算法性能有所下降。主要是因为功率控制的不理想影响

了 $\mathbf{R}_{z_3 z_3}^+$ 和 $\mathbf{R}_{z_4 z_3}$ 的计算,使得 $\hat{U}_o^{(k)}$ 估计误差增大,最终导致 CFO 估计性能有所下降。

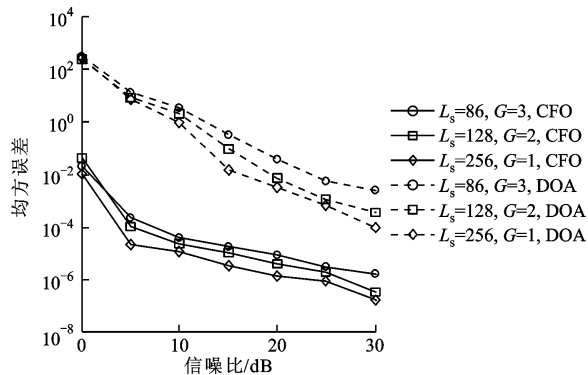


图 6 不同 L_s 和 G 时本文算法的 CFO 和 DOA 估计性能对比

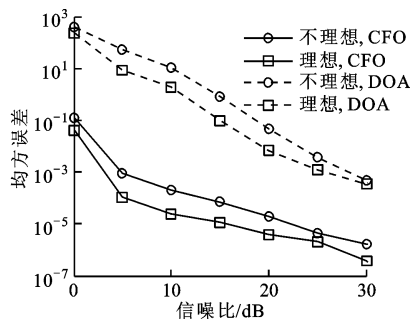


图 7 功率控制对本文算法的估计性能影响

5 结 论

本文针对 OFDMA 系统 CFO 盲估计所需符号个数多、收敛速度慢的问题,提出一种基于重复因子的 CFO 快速盲估计算法。通过重复使用同一接收数据,提高了数据利用率,大大减小了盲估计所需的符号个数。同时,通过多项式求根避免了 CFO 估计过程中的一维搜索,使得算法性能不受搜索步长的影响。仿真表明了算法的有效性,与已有算法相比,算法在保证估计性能的同时,能够有效减少估计所需符号个数,因而更适用于实际应用。

参考文献:

- [1] ZHANG Zhongshan, TELLAMBURA C. The effect of imperfect carrier frequency offset estimation on an OFDMA uplink [J]. IEEE Transactions on Communications, 2009, 57(4): 1025-1030.
- [2] SUN Pengfei, ZHANG Li. Low complexity pilot aided frequency synchronization for OFDMA uplink transmission [J]. IEEE Transactions on Wireless Communication, 2009, 8(7): 3758-3769.
- [3] WANG Zhongjun, XIN Yan, MATHEW G. Carrier-

- frequency offset estimation for OFDMA uplink with generalized subcarrier-assignment [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Communications, Piscataway, NJ, USA; IEEE, 2008: 3490-3494.
- [4] WANG Zhongjun, XIN Yan, MATHEW G. Iterative carrier-frequency offset estimation for generalized OFDMA uplink transmission [J]. IEEE Transactions on Wireless Communication, 2009, 8(3): 1373-1383.
- [5] ZHANG Weile, GAO Feifei, YIN Qinye, et al. Blind carrier frequency offset estimation for interleaved OFDMA uplink [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(7): 3616-3627.
- [6] 赵林婧, 李建东, 吕卓, 等. 基于 ML 和 ESPRIT 方法的 OFDMA 上行链路频偏估计算法 [J]. 电子与信息学报, 2007, 29(10): 2410-2413.
- ZHAO Linjing, LI Jiandong, LV Zhuo, et al. Carrier-frequency offset estimation for OFDMA uplink based on ML and ESPRIT method [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(10): 2410-2413.
- [7] LEE J, LEE S, BANG K J, et al. Carrier frequency offset estimation using ESPRIT for interleaved OFDMA uplink systems [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2007, 56(5): 3227-3231.
- [8] HSIEH H T, WU Wenrong. Blind maximum-likelihood carrier-frequency-offset estimation for interleaved OFDMA uplink systems [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(1): 160-173.
- [9] ZHANG Xiaofei, GAO Xin, XU Dazhuan. Novel blind carrier frequency offset estimation for OFDM system with multiple antennas [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(3): 881-885.
- [10] YAO Yingwei, GIANNAKIS G B. Blind carrier frequency offset estimation in SISO, MIMO, and Multi-user OFDM systems [J]. IEEE Transactions on Communications, 2005, 53(1): 173-183.
- [11] WANG Huimin, YIN Qinye. Multiuser carrier frequency offsets estimation for OFDMA uplink with generalized carrier assignment scheme [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(7): 3347-3353.
- [12] 张渭乐, 殷勤业, 王文杰, 等. 基于阵列天线的低复杂度 OFDMA 上行链路载频偏估计方法 [J]. 电子学报, 2010, 38(6): 1268-1273.
- ZHANG Weile, YIN Qinye, WANG Wenjie, et al. Low complexity CFO estimation for OFDMA uplink based on array-antenna [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(6): 1268-1273.
- [13] ZHANG Weile, YIN Qinye, WANG Wenjie. Carrier frequency offset estimation for OFDMA uplink using multi-antenna [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Communications, Piscataway, NJ, USA; IEEE, 2010: 1-5.
- [14] 张贤达. 信号处理中的线性代数 [M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [15] 3GPP. TS 36.101 v10.6.0. User equipment radio transmission and reception [S]. Sophia Antipolis, France: 3GPP, 2012.
- [16] 张贤达. 矩阵分析与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2011.
- [17] HUANG Wei-Chieh, PAN Chun-Hsien, LI Chih-Peing, et al. Subspace-based semi-blind channel estimation in uplink OFDMA systems [J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2010, 56(1): 58-65.

(编辑 刘杨)

(上接第 31 页)

- MA Yide, ZHU Wangfei, AN Shixia, et al. Improved moving objects detection method based on Gaussian mixture model [J]. Computer Applications, 2007, 27(10): 2545-2548.
- [15] BRADSKI G, KAEHLER A. 学习 OpenCV [M]. 于仕琪, 刘瑞祯, 编译. 北京: 清华大学出版社, 2009: 150-155.
- [16] SALVADOR E, CAVALLARO A, EBRAHIMI T. Cast shadow segmentation using invariant color features [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2004, 95(2): 238-259.
- [17] CANNY J. A computational approach to edge detection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(6): 679-698.
- [18] 陈炳文, 王文伟, 杨文英. 基于图像块和边缘增强的运动目标检测 [J]. 计算机工程, 2010, 36(17): 192-194.
- CHEN Bingwen, WANG Wenwei, YANG Wenying. Moving object detection based on image block and edge enhancement [J]. Computer Engineering, 2010, 36(17): 192-194.

(编辑 刘杨)