

多输入多输出非线性系统 Volterra 频域核的非参数辨识方法

韩海涛¹, 马红光¹, 曹建福², 张家良²

(1. 第二炮兵工程大学 101 教研室, 710025, 西安; 2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 为解决多输入多输出(MIMO)非线性系统 Volterra 频域核辨识困难的问题,提出了一种 MIMO 非线性系统 Volterra 频域核的非参数辨识方法. 该方法先对待辨识的 MIMO 非线性系统的各输入端添加不同频率成分的单音激励信号,再对系统的输出端信号进行采样并使用 Vandermonde 法使各阶核输出分离,然后根据单音激励下 MIMO 非线性系统 Volterra 核的频域输出特性,推导出该类系统 Volterra 频域核的辨识公式. 由于采用了多音信号激励 MIMO 非线性系统,实现了一次激励下多点辨识的目的,因此提高了辨识效率. 该方法仅依赖于系统的输入输出数据,具有较强的实用性. 采用该方法对一个双输入双输出的非线性系统 Volterra 频域核进行辨识,最大偏差小于 10^{-5} ,验证了该方法的有效性.

关键词: 多输入多输出系统; 系统辨识; Volterra 级数

中图分类号: TP206 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)10-0066-06

A Non-Parametric Identification Method of Volterra Frequency Domain Kernels for MIMO Nonlinear System

HAN Haitao¹, MA Hongguang¹, CAO Jianfu², ZHANG Jialiang²

(1. Staff Office 101 of the Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China; 2. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A novel non-parametric identification method is proposed to solve the hard problem in identifying Volterra frequency domain kernels of multi-input multi-output (MIMO) nonlinear systems. Firstly, the single tone stimuluses with different frequency components are added to the input ports of the system under test. Secondly, the output signals of the system are sampled and every order kernel output is separated by using the Vandermonder method. Thirdly, a formula is derived in terms of output properties of Volterra kernels of MIMO nonlinear system stimulated by single tone. Since the multitone signal is applied to stimulate MIMO nonlinear system, multi-point of Volterra frequency domain kernels can be simultaneously identified in a single-round test, and hence, the efficiency of the proposed method is improved. The proposed method is more practical because it only relies on input-output data of systems. The proposed method is applied to identify the Volterra frequency domain kernels of a two-input two-output nonlinear system. The results show that the maximum deviation in identification is less than 10^{-5} , and hence, the proposed method is effective.

Keywords: multi-input multi-output; system identification; Volterra series

非线性广泛存在于控制、电子及机械系统中,关于系统的非线性研究已引起了国内外学者的广泛关注. Volterra 级数是一个分析非线性系统的强大工具^[1], Volterra 核的辨识是应用 Volterra 级数进行系统特性研究的基础工作^[2].

Volterra 核将线性系统的卷积扩展到了一系列多维卷积的形式,它与线性的脉冲响应函数一样,能够描述非线性系统的本质特性,具有物理意义明确、适应范围广等优点^[3-5]. Volterra 时域核的傅里叶变换形式被称作 Volterra 频域核,或广义频域响应函数(GFRF)^[6],它提供了一种从频域分析非线性系统的方法. 人们往往更加关心 Volterra 频域核,这是由于相对于 Volterra 时域核,其频域形式可使人们直观、准确地理解许多非线性现象^[7]. 文献[8-9]研究了多音及高斯信号激励下非线性系统 Volterra 核的频域输出特性,为其辨识奠定了基础. 非线性系统 Volterra 频域核的辨识方法分为参数辨识和非参数辨识两种^[7,10]. 参数辨识的方法是基于非线性系统的微分方程来辨识 Volterra 频域核^[11-12],由于非线性系统的复杂性,通常很难获得其微分方程模型,因此参数辨识的方法有其局限性. 非参数辨识是基于系统的输入输出数据来辨识 Volterra 频域核^[13-14],不用了解系统的内部机理及物理特性,只根据系统的输入输出数据进行辨识,因此更具实用性.

目前 Volterra 级数理论主要是针对单输入单输出(SISO)的非线性系统,由于 MIMO 非线性系统的复杂性,因此对于 MIMO 非线性系统 Volterra 级数理论的研究比较少,且研究水平尚处于初级阶段. 最值得一提的是,文献[15-17]分别对 MIMO 非线性系统的 Volterra 频域核辨识问题进行了研究,提出了采用谐波试探法(harmonic probing method)辨识 Volterra 频域核,但这种方法属于参数辨识方法,具有实用性不强、辨识过程复杂等特点. 关于 MIMO 非线性系统的非参数辨识方法目前还未有报告. 本文针对上述问题,提出一种 MIMO 非线性系统 Volterra 频域核的非参数辨识方法,这种方法具有偏差小、辨识率高的特点.

1 Volterra 级数理论

对于一个 r 个输入 m 个输出的 MIMO 非系统,第 j_1 个子系统的输出可以用 N 阶 Volterra 级数近似表示为^[16]

$$y_{j_1}(t) = \sum_{n=1}^N y_{j_1}^{(n)}(t) \quad (1)$$

式中: $y_{j_1}(t)$ 是第 j_1 端输出; $y_{j_1}^{(n)}(t)$ 是第 n 阶输出,可表示为

$$y_{j_1}^{(n)}(t) = \sum_{l_1=1}^r \sum_{l_2=1}^r \cdots \sum_{l_n=1}^r \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} h_n^{(j_1:l_1, \dots, l_n)}(\tau_1, \dots, \tau_n) \cdot \prod_{i=1}^n u_{l_i}(t - \tau_i) d\tau_i \quad (2)$$

式中: $u_{l_i}(t)$ 为第 l_i 端输入; $h_n^{(j_1:l_1, \dots, l_n)}$ 为 j_1 子系统的第 n 阶 Volterra 核; $l_1, \dots, l_n$ 代表系统输入的端口号,在 1 到 r 范围内取值,且与输入 $u_{l_1}, \dots, u_{l_n}$ 相对应. 当 $l_1, \dots, l_n$ 相同时, $h_n^{(j_1:l_1, \dots, l_n)}$ 称为 Volterra 级数的第 n 阶自身核(self-kernel),否则,称为第 n 阶交叉核(cross-kernel).

$h_n^{(j_1:l_1, \dots, l_n)}$ 的多维傅里叶变换 $H_n^{(j_1:l_1, \dots, l_n)}$,为 MIMO 非线性系统的第 n 阶 Volterra 频域核或 GFRF,如式(3)所示, $H_n^{(j_1:l_1, \dots, l_n)}$ 具有共轭对称性^[5],如式(4)所示

$$H_n^{(j_1:l_1, \dots, l_n)}(\omega_1, \dots, \omega_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} h_n^{(j_1:l_1, \dots, l_n)}(\tau_1, \dots, \tau_n) \cdot e^{-j(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2 + \cdots + \omega_n \tau_n)} d\tau_1 \cdots d\tau_n \quad (3)$$

$$H_n^{(j_1:l_1, \dots, l_n)}(-\omega_1, \dots, -\omega_n) = \overline{H_n^{(j_1:l_1, \dots, l_n)}(\omega_1, \dots, \omega_n)} \quad (4)$$

当多个交叉核含有相同的输入时,其对应的输出含有相同的频率成分,从而导致这些频率成分所对应的交叉核无法区分,通常的处理办法是将这些交叉核定义成一个整体,进行平均化处理,如式(5)所示,下文中对于交叉核都进行平均化处理

$$H_{\text{navg}}^{(j_1:l_1, \dots, l_n)}(\omega_{l_1}, \dots, \omega_{l_n}) = \frac{1}{M} \sum H_n^{(j_1:l_1, \dots, l_n)}(\omega_{l_1}, \dots, \omega_{l_n}) \quad (5)$$

式中: M 为 $\{l_1, \dots, l_n\}$ 无重复排列的个数.

2 Volterra 频域核非参数辨识方法

2.1 多音激励下 Volterra 核的频域输出特性

首先探讨单音激励下 MIMO 非线性系统 Volterra 级数的频域输出特性. 对于式(2),设输入为

$$u_{l_i}(t) = |A_{l_i}| \cos(\omega_{l_i} t + \theta_{l_i}) = \sum_{\substack{k_{l_i}=-1 \\ k_{l_i} \neq 0}}^1 \frac{A_{l_i k_{l_i}}}{2} e^{j\omega_{l_i} k_{l_i} t} \quad (6)$$

式中 $A_{l_i} = |A_{l_i}| e^{j\theta_{l_i}}$, $A_{-l_i} = A_{l_i}^*$, $\omega_{-l_i} = -\omega_{l_i}$, 则式

(2)可改写为

$$y_{j_1}^{(n)}(t) = \sum_{l_1=1}^r \cdots \sum_{\substack{l_n=1 \\ k_1 \neq 0}}^r \sum_{\substack{k_1=-1 \\ k_1 \neq 0}}^1 \cdots \sum_{\substack{k_n=-1 \\ k_n \neq 0}}^1 \frac{1}{2^n} \prod_{m=1}^n A_{l_m k_m} \cdot H_n^{(j_1: l_1, \dots, l_n)}(j\omega_{l_1 k_1}, \dots, j\omega_{l_n k_n}) e^{j\omega_M t} \quad (7)$$

式中: $\omega_M = \sum_{i=1}^n \omega_{l_i k_i} = \sum_{i=1}^r (m_i - m_{-i}) \omega_i$, 其中 m_i 和 m_{-i} 为非负整数. 如果不存在一组不全为 0 的有理数

$\{r_1, \dots, r_r\}$ 使得 $\sum_{i=1}^r r_i \omega_i = 0$, 则称 $\{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ 为频率基底.

性质 1 如果 $\sum_{\substack{i=-r \\ i \neq 0}}^r m_i = n$, 则 ω_M 为第 n 阶核的输出

频率成分.

性质 2 如果系统各端的输入频率成分构成一频率基底, 则在式(7)中具有频率成分为 ω_M 的所有项的总和可由式(8)给定

$$y_{j_1}^{(n)}(t, \omega_M) = \frac{n!}{2^n} \left(\prod_{\substack{i=-r \\ i \neq 0}}^r \frac{A_i^{m_i}}{m_i!} \right) H_n^{(j_1: l_1, \dots, l_n)} \{m_{-r}(-j\omega_r), \dots, m_r(j\omega_r)\} e^{j\omega_M t} \quad (8)$$

式中: $y_{j_1}^{(n)}(t, \omega_M)$ 表示第 n 阶核中输出频率成分为 ω_M 的信号.

性质 3 在 Volterra 频域输出中只有偶阶核的输出含有直流分量, 所有 n 阶核的输出频率都可在 $(n+2)$ 阶核的输出中找到.

性质 4 如果输入频率构成频率基, 则 n 阶和 $(n+1)$ 阶核输出中不含有任何相同的输出频率分量.

如果 MIMO 非线性系统各端输入为多音激励信号, 可用式(9)来表示, 对应的输出也可由式(8)来表示, 对于 Volterra 核产生的频率成分, 是由参与 Volterra 核输出的各输入端的频率成分随机抽选组合产生. 单音激励下 Volterra 核的输出性质同样满足多音信号激励, 即

$$\left. \begin{aligned} u_1(t) &= \sum_{l_1=1}^{n_1} |A_{l_1}| \cos(\omega_{l_1} t + \theta_{l_1}) = \sum_{\substack{l_1=-n_1 \\ l_1 \neq 0}}^{n_1} \frac{1}{2} A_{l_1} e^{j\omega_{l_1} t} \\ &\vdots \\ u_r(t) &= \sum_{\substack{l_r=-n_{r-1}+1 \\ l_r \neq -n_{r-1}, \dots, n_{r-1}}}^{n_r} |A_{l_r}| \cos(\omega_{l_r} t + \theta_{l_r}) = \sum_{\substack{l_r=-n_r \\ l_r \neq -n_{r-1}, \dots, n_{r-1}}}^{n_r} \frac{1}{2} A_{l_r} e^{j\omega_{l_r} t} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

2.2 公式推导及方法归纳

在单音信号的激励下, MIMO 非线性系统第 j_1 端第 n 阶 Volterra 频域核对应输出的频率成分为 ω_M 信号可以由式(8)表示. 对于实际系统的输出只能以共轭形式出现, 于是第 j_1 端第 n 阶核输出中频率成分为 ω_M 的实信号 $\tilde{y}_{j_1}^{(n)}(t, \omega_M)$ 可以表示为具有 ω_M 的频率成分与具有一 ω_M 的频率成分之和, 即

$$\tilde{y}_{j_1}^{(n)}(t, \omega_M) = y_{j_1}^{(n)}(t, \omega_M) + \overline{y_{j_1}^{(n)}(t, \omega_M)} = y_{j_1}^{(n)}(t, \omega_M) + y_{j_1}^{(n)}(t, -\omega_M) \quad (10)$$

将式(8)代入式(10)中, 由 $H_n^{(j_1: l_1, \dots, l_n)}$ 的共轭对称性, 并设 $H_n^{(j_1: l_1, \dots, l_n)} = |H_n^{(j_1: l_1, \dots, l_n)}| e^{j\phi(\omega_M)}$ 可得

$$\tilde{y}_{j_1}^{(n)}(t, \omega_M) = \frac{n!}{2^{n-1}} \left(\prod_{\substack{i=-r \\ i \neq 0}}^r \frac{|A_i^{m_i}|}{m_i!} \right) |H_n^{(j_1: l_1, \dots, l_n)}| \cdot \cos\left(\omega_M t + \sum_{\substack{i=-K \\ i \neq 0}}^K m_i \theta_i + \phi(\omega_M)\right) \quad (11)$$

由于 $\tilde{y}_{j_1}^{(n)}(t, \omega_M)$ 的幅度与相位式(11)左边部分对应, 因此有

$$|H_n^{(j_1: \beta_1, \dots, \beta_n)}| =$$

$$|Y_{j_1}^{(n)}(j\omega_M)| \left/ \left(\frac{n!}{2^{n-1}} \prod_{\substack{i=-r \\ i \neq 0}}^r \frac{|A_i^{m_i}|}{m_i!} \right) \right. \quad (12)$$

$$\phi(\omega_M) = \text{angle}[Y_{j_1}^{(n)}(j\omega_M)] - \sum_{\substack{i=-r \\ i \neq 0}}^r m_i \theta_i \quad (13)$$

式中: $\text{angle}(\cdot)$ 是提取相角函数; $Y_{j_1}^{(n)}(j\omega_M)$ 的求取方法为, 首先对 $\tilde{y}_{j_1}^{(n)}(t)$ 取傅里叶变换得到 $Y_{j_1}^{(n)}(j\omega)$, 然后分离出频率成分为 ω_M 的频率分量 $Y_{j_1}^{(n)}(j\omega_M)$, 由于 $Y_{j_1}^{(n)}(j\omega_M)$ 与 $\tilde{y}_{j_1}^{(n)}(t, \omega_M)$ 的对应幅度和相角相等, 因此可以得式(12)、(13).

对一个具有三阶以上 Volterra 核的 MIMO 非

线性系统,由性质 3 可知,高阶核的输出频率覆盖低阶核的输出频率,因此在使用式(12)和式(13)计算 $H_n^{(j_1:l_1,\cdots,l_n)}$ 之前,必须使 $Y_{j_1}^{(n)}(j\omega_M)$ 从输出频谱 $Y_{j_1}(j\omega)$ 中分离. 通常采用 Vandermonde 法^[13]使各阶核输出分离.

对于 MIMO 非线性系统如果每端输入采用多音激励信号,则可以显著提高辨识的效率,具体将在本文第 3 节通过实例来说明. 多音激励信号的频率成分选取非常重要,如果选择不当,那么就会出现同一阶 Volterra 核在两点以上的具有相同的频率分量,例如 $H_{2\text{avg}}^{(1:1,2)}(5\omega_0,2\omega_0)$ 和 $H_{2\text{avg}}^{(1:1,2)}(9\omega_0,-2\omega_0)$ 对应输出频率都为 $7\omega_0$,在这种情况下这两点是无法辨识的. 由性质 1、性质 3 和性质 4 可得出每一阶核可能的输出频率分量. 以同一阶核的输出频率分量互不重合为选择标准,可在系统有效频带范围内搜索一频率基使每一阶核输出不含有重复的频率成分,以满足系统可辨识的条件. 因此,MIMO 非线性系统 Volterra 频域核的非参数辨识法应包含以下步骤.

步骤 1 对被辨识的系统采用扫频分析确定激励信号的有效频带范围.

步骤 2 以多音激励信号激励下每一阶 Volterra 核输出频率成分没有重合作为选择依据,在系统的有效频带范围内确定多音激励信号的频率成分及估计 Volterra 级数的阶次 N .

步骤 3 采用 Vandermonde 法使各阶核输出分离,得到各阶核的输出频谱.

步骤 4 分析各阶核的输出频谱的频率成分,由式(12)反推出各频率成分对应 Volterra 频率核的值.

3 实验仿真

采用参数辨识及非参数辨识方法分别对一双输入双输出的非线性系统进行辨识,并对比实验结果,验证非参数辨识方法的有效性. 该双输入双输出的

非线性系统的微分方程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_1 + 2y_1 + 0.5y_1y_2 &= u_1 + 4u_1u_2 \\ \dot{y}_2 + y_2 + 0.6y_1^2 &= u_2 - 0.8u_1u_2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

通过参数辨识方法^[15-17],可求得一阶 Volterra 频域核的矩阵为

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} 1/(2+j\omega) & 0 \\ 0 & 1/(1+j\omega) \end{bmatrix} \quad (15)$$

二阶 Volterra 频域核矩阵 $\mathbf{M}_2$ 的各元素,如式(16)至(18)所示,其他二阶核为 0.

$$H_2^{(2;11)}(j\omega_1,j\omega_2) = -0.6H_1^{(1;1)}(j\omega_1)H_1^{(1;1)}(j\omega_2)/[1+j(\omega_1+\omega_2)] \quad (16)$$

$$H_{2\text{avg}}^{(1;12)}(j\omega_1,j\omega_2) = [-0.25H_1^{(1;1)}(j\omega_1)H_1^{(2;2)}(j\omega_2) - 0.25H_1^{(1;2)}(j\omega_1)H_1^{(2;1)}(j\omega_2) + 2]/[2+j(\omega_1+\omega_2)] \quad (17)$$

$$H_{2\text{avg}}^{(2;12)}(j\omega_1,j\omega_2) = -[0.3H_1^{(1;1)}(j\omega_1)H_1^{(1;2)}(j\omega_2) + 0.3H_1^{(1;2)}(j\omega_1)H_1^{(1;1)}(j\omega_2) + 0.4]/[1+j(\omega_1+\omega_2)] \quad (18)$$

该系统施加的激励信号为 $u_1 = \cos(2\pi f_1 t)$, $u_2 = \cos(2\pi f_2 t)$,且 $f_1 = 85\text{ Hz}$, $f_1 = 325\text{ Hz}$,那么第 1 阶核的输出频率成分为 85、325 Hz,第 2 阶核的输出频率成分为 170、240、410、650 Hz,系统的采样率为 10^6 Hz ,可得到 y_1 和 y_2 的频谱如图 1、图 2 所示. y_1 、 y_2 的前两阶核的辨识结果如表 1、表 2 所示.

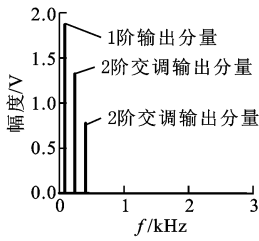


图 1 y_1 的输出频谱

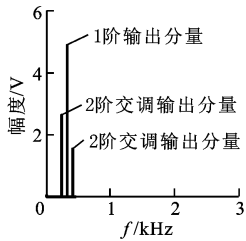


图 2 y_2 的输出频谱

表 1 y_1 前两阶核的辨识结果

项目	$H_1^{(1;1)}(\omega_1)$	$H_1^{(1;2)}(\omega_2)$	$H_2^{(1;11)}(\omega_1,\omega_1)$	$H_{2\text{avg}}^{(1;12)}(-\omega_1,\omega_2)$	$H_{2\text{avg}}^{(1;12)}(\omega_1,\omega_2)$	$H_2^{(1;22)}(\omega_2,\omega_2)$
理论值	0.19×10^{-2}	0	0	0.13×10^{-2}	7.77×10^{-4}	0
本文估计值	0.19×10^{-2}	5.55×10^{-7}	2.92×10^{-7}	0.13×10^{-2}	7.76×10^{-4}	7.98×10^{-8}
文献[18]估计值	2.98×10^{-4}	8.87×10^{-8}	2.32×10^{-8}	2.11×10^{-4}	1.24×10^{-4}	1.27×10^{-8}

表 2 y_2 前两阶核的辨识结果

项目	$H_1^{(2;1)}(\omega_1)$	$H_1^{(2;2)}(\omega_2)$	$H_2^{(2;11)}(\omega_1, \omega_1)$	$H_{2\text{avg}}^{(2;12)}(-\omega_1, \omega_2)$	$H_{2\text{avg}}^{(2;12)}(\omega_1, \omega_2)$	$H_2^{(2;22)}(\omega_2, \omega_2)$
理论值	0	4.89×10^{-4}	5.15×10^{-10}	2.65×10^{-4}	1.55×10^{-4}	0
本文估计值	6.42×10^{-8}	4.89×10^{-4}	4.56×10^{-8}	2.65×10^{-4}	1.55×10^{-4}	2.00×10^{-7}
文献[18]估计值	1.02×10^{-8}	7.79×10^{-5}	7.26×10^{-9}	4.22×10^{-5}	2.47×10^{-5}	3.17×10^{-8}

从图 1 及图 2 中可以观察出 y_1 和 y_2 的输出频谱只包含前二阶核的输出分量,因此该系统具有弱非线性,可用二阶 Volterra 级数近似表示.采用式(15)~式(18)计算前二阶核的理论值,结果见表 1 和表 2 的第 2 行,采用式(12)和(13)计算前二阶核的估计值,结果见表 1 和表 2 的第 3 行,辨识的最大偏差小于 10^{-5} ,因此该非参数辨识方法具有较高的辨识精度.文献[18]给出了另外一种 Volterra 频域核的估算公式——式(19),采用该式对前二阶核进行估算,结果如表 1 和表 2 第 4 行所示.从辨识的结果可得出该方法的 最大偏差大于 10^{-3} ,通过比较这两种方法的最大偏差,可以得出该方法与本文的方法相比精度较差.

$$H_n^{(j_1:\beta_1,\cdots,\beta_n)}(\omega_{k_1},\omega_{k_2},\cdots,\omega_{k_n})=\frac{Y_{j_1}^{(n)}(j\omega_M)}{2\pi A_{k_1}A_{k_2}\cdots A_{k_n}}$$

(19)

采用多音激励信号可实现一次激励下多点测量的目的,能有效提高辨识的效率.在有效的频带范围内搜索一频率基使前二阶核的输出中没有重复的频率成分,搜索出的频率基为 $\omega_M=\{1,7,25,79,193,427\}$.将频率分量为 1、7、25 Hz 组成的多音信号分配给第 1 个输入端口,将频率分量为 79、193、427 Hz 组成的多音信号分配给第 2 个输入端口,在此多音信号激励下对式(14)的非线性系统的频率核进行辨识,辨识结果如图 3 所示.图 3a 及 3b 分别为第一阶核的辨识结果,图 3c~3f 为第二阶交叉核的理论值及估计值,可以看出理论值与估计值基本上是吻合的,辨识误差比较小,且辨识的点数明显多于单音激励,因此采用多音激励可显著提高辨识效率.

4 结 论

本文针对 MIMO 非线性系统提出了一种 Volterra 频域核的非参数辨识方法.该方法通过选取具有合适频率成分的多音激励以使同一阶 Volterra 核的输出频率成分互不重合,保证系统可辨识.对于

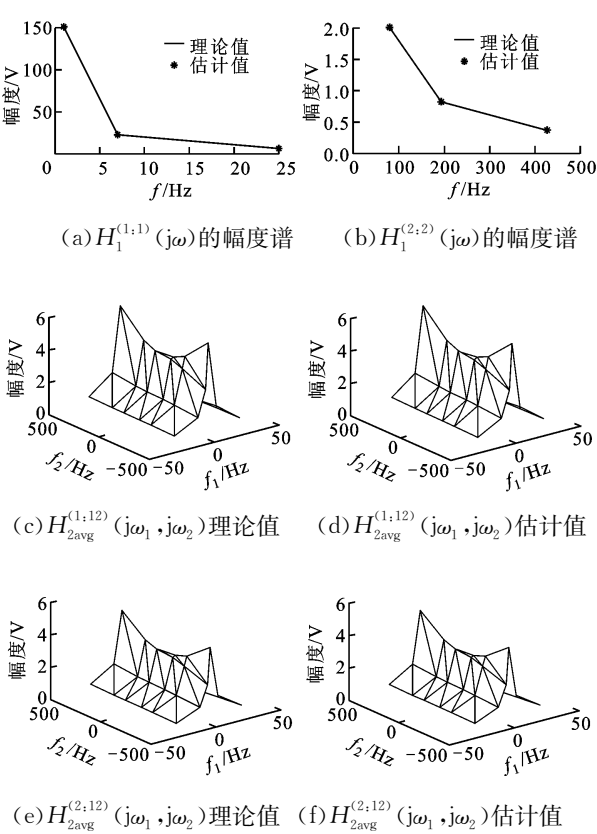


图 3 多音激励下的辨识结果

三阶以上的非线性系统采用 Vandermonde 法使 Volterra 核的输出分离,进而可从输出频谱中分离出各阶核产生的频率成分,由此反推出 Volterra 频域核.该方法可辨识 MIMO 非线性系统的任意阶 Volterra 核,具有较强的实用性,对于研究 MIMO 非线性系统的动力学特性具有重要意义,此外该方法还可广泛应用于 MIMO 非线性系统的故障特征提取及故障预测等方面.

参考文献:

[1] WIENER N. Nonlinear problems in random theory [M]. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1966: 1-10.
[2] 马红光, 韩崇昭, 王国华, 等. 雷达引信视频放大器的

- GFRF 辨识模型及其误差分析[J]. 探测与控制学报, 2004, 26(3): 50-54.
- MA Hongguang, HAN Chongzhao, Wang Guohua, et al. The GFRF identification model of radar video frequency amplifier and its error analysis [J]. Journal of Detection and Control, 2004, 26(3): 50-54.
- [3] 韩海涛, 曹建福, 马红光, 等. 非线性输出频域响应函数的自适应辨识算法及应用[J]. 西安交通大学学报, 2011, 45(10): 77-81.
- HAN Haitao, CAO Jianfu, MA Hongguang, et al. An adaptive identification algorithm of nonlinear output frequency response functions and its application [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(10): 77-81.
- [4] PENG Zhike, LANG Zhiqiang, BILLINGS S A. Resonances and resonant frequencies for a class of nonlinear system [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 300(3/4/5): 993-1014.
- [5] 曹建福, 韩崇昭, 方洋旺. 非线性系统理论及应用[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2006: 128-140.
- [6] LANG Zhiqiang, BILLINGS S A. Output frequency characteristics of nonlinear system [J]. International Journal of Control, 1996, 64(6): 1049-1067.
- [7] LI L M, BILLINGS S A. Estimation of generalized frequency response functions for quadratically and cubically nonlinear systems [J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(3): 461-470.
- [8] CHUA L O, NG C Y. Frequency domain analysis of nonlinear systems: general theory [J]. Electronic Circuit and Systems, 1979, 3(4): 165-185.
- [9] BEDROSIAN E, RICE S O. The output properties of Volterra systems (nonlinear systems with memory) driven by harmonic and Gaussian inputs [J]. Proceedings of the IEEE, 1971, 59(12): 1688-1707.
- [10] LI L M, BILLINGS S A. Analysis of nonlinear oscillators using Volterra series in the frequency domain[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(2): 337-355.
- [11] PEYTON J C. Simplified computation of Volterra frequency response functions of non-linear system[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(3): 1452-1468.
- [12] CHATTERJEE A, VYAS N S. Non-linear parameter estimation with Volterra series using the method of recursive iteration through harmonic probing [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 268(4): 657-678.
- [13] CHUA L O, LIAO Y. Measuring Volterra kernel (II) [J]. International Journal of Circuit Theory and Applications, 1989, 17(2): 151-190.
- [14] EVANS C, REES D, JONES L, et al. Periodic signals for measuring nonlinear Volterra kernel [J]. IEEE Transaction on Instrumentation Measurement, 1996, 45(2): 362-371.
- [15] WORDEN K, MANSON G, TOMLINSON G R. A harmonic probing algorithm for the multi-input Volterra series [J]. Journal of Sound and Vibration, 1997, 201(1): 67-68.
- [16] SWAIN A K, BILLINGS S A. Generalized frequency response function matrix for MIMO non-linear systems [J]. International Journal of Control, 2001, 74(8): 829-844.
- [17] CHATTERJEE A, VYAS N S. Non-linear parameter estimation in multi-degree-of-freedom systems using multi-input Volterra series [J]. Mechanical System and Signal Processing, 2004, 18(3): 457-489.
- [18] 殷时蓉. 基于 Volterra 级数和神经网络的非线性模拟电路故障诊断研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2007.
- [本刊相关文献链接]**
- 赵劲松, 叶正茂, 沈刚, 等. 飞行模拟器操纵负荷系统内回路的逆模型控制. 2012, 46(4): 38-44.
- 韩海涛, 曹建福, 马红光, 等. 非线性输出频域响应函数的自适应辨识算法及应用. 2011, 45(10): 77-81.
- 邓勇, 蒋雯, 韩德强. 广义证据理论的基本框架. 2010, 44(12): 119-124.
- 张明书, 徐自力, 漆小兵, 等. 大型动压滑动轴承动特性系数辨识研究. 2010, 44(7): 75-78.
- 付华, 乔德浩, 池继辉. 一种非线性系统参数辨识的耦合算法研究. 2011, 45(2): 49-53.
- 王峰, 邢科义, 徐小平. 系统辨识的粒子群优化方法. 2009, 43(2): 116-120.
- 刘栋, 陶涛, 梅雪松. 伺服系统 Hammerstein 非线性模型及参数辨识方法研究. 2010, 44(3): 42-46.
- 雷鸣鸣, 冯祖仁. 内变量参数辨识的灰色电价预测模型. 2009, 43(8): 85-89.
- 李蕊, 周丽. 面向缩聚模型的结构损伤识别研究. 2011, 45(9): 101-107.
- 张熠卓, 徐光华, 梁霖, 等. 利用增量式非线性流形学习的状态监测方法. 2011, 45(1): 64-68.
- 王晶, 张庆, 梁霖, 等. 采用遗传算法的自适应随机共振系统弱信号检测方法研究. 2010, 44(3): 32-36.
- 张熠卓, 徐光华, 梁霖. 基于非线性流形学习的喘振监测技术研究. 2009, 43(7): 44-48.

(编辑 刘杨)