

一种用于流固耦合分析的有限元网格简捷更新方法

苏波¹, 钱若军², 韩向科²

(1. 江苏大学理学院, 212013, 江苏镇江; 2. 同济大学土木工程学院, 200092, 上海)

摘要: 针对流固耦合分析中的移动边界问题,在拟固体二步法的基础上,提出一种新的有限元网格更新方法:第一步(预测步),将流体网格作为指定位移边界条件下的拟固体,进行线弹性分析;第二步(校正步),根据第一步计算得到的应变场,采用主剪应变方法,赋予主剪应变较大的单元以较大的杨氏模量,对所构造的非均质固体进行运动分析,得到理想的更新网格.采用不同算法对不同运动类型(包括平动、转动、变形)和不同运动幅度下的二维、三维网格运动进行计算,结果表明:与一步法和 Chiandussi 法相比,文中提出的方法具有较强的适用性,能显著地减小单元的畸变,使网格保持优良的计算性能,适用于大变形流固耦合问题中的网格更新计算.

关键词: 流固耦合;有限元;网格更新;拟固体

中图分类号: O242.2;TU311.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)03-0016-09

Improved Finite Element Mesh Update Method for Fluid-Structure Interaction Analysis

SU Bo¹, QIAN Ruojun², HAN Xiangke²

(1. Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China;

2. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on the pseudo-solid two-step (PSTS) model, a new mesh update method—PSS-PSTS method is proposed to solve moving boundary problems for fluid-structure interaction analysis. In the first step (predictor), a linear pseudo-solid model is first conducted to the fluid mesh subjected to prescribed displacement boundary. In the second step (corrector), based on the strain field computed in the first step, PSS (principal shear strain) method endows the element with greater Young modulus due to its larger principal shear strain, then the motion of the established non-homogeneous solid model is computed and taken as the desired fluid update mesh. Some examples of 2D/3D FEM mesh update under different motion types (translation, rotation and deformation) and different motion scale computed by PSS-PSTS method are studied. The results show that the PSS-PSTS method is highly effective in preventing extremely distorted elements and makes the mesh maintain high computation quality compared with the one-step method and the two-step methods proposed by Chiandussi. It can be used for mesh update computation for fluid-structure interaction problems with large deformation.

Keywords: fluid-structure interaction; finite element; mesh update; pseudo-solid

对于具有明显耦合界面的流固耦合问题,如土木
工程领域中膜结构的风振破坏现象,根据运动学

协调条件,当结构发生大位移变形时,必然会改变流
场(风场)的边界,因此在进行耦合分析时,需要有效

的算法来计算流体域的网格运动,使更新后的网格既能跟踪流固耦合边界,同时又能避免单元的畸变,以保持优良的计算性能. 流体域网格更新主要有2种基本方法^[1]. 第一种是以获得网格节点运动速度为目标的节点速度更新方法:对于形状简单的流体域,可以采用代数方法,如拉格朗日-欧拉矩阵方法^[2];对于复杂的流体域,可利用势流原理直接获得网格节点的速度,如变形梯度法^[3]. 但是,上述方法的计算公式比较抽象,难以理解和应用. 第二种是以更新网格位置为目标的节点位移更新方法,目前广泛应用于流固耦合问题的有限元数值解法中^[4-7]. 最通常的做法是将任意拉格朗日-欧拉(ALE)描述下的流体网格看成“拟固体”,将网格点的变形看作是拟固体产生弹性变形的结果.

本文在文献的基础上,总结和归纳了已有的拟固体法,并由此提出了根据单元最大主剪应变修正单元杨氏模量的拟固体二步法,简称“PSS-PSTS法”,通过编制有限元程序对不同运动类型(包括平动、转动和变形)及不同运动幅度下的网格变形进行计算分析,研究了PSS-PSTS法作为网格更新算法应用于大变形流固耦合分析的有效性.

1 衡量网格质量的指标

网格移动的最终目的是获得满足指定结构位移的高质量的有限单元网格,因此为评价方法的优劣,应该给出衡量网格质量的指标. 对于平面三角形单元,网格质量可以根据单元的内接圆和外接圆半径之比来衡量^[8]

$$H^e = r_{\text{out}}^e / r_{\text{in}}^e \quad (1)$$

式中: r_{out}^e 为单元的外接圆半径; r_{in}^e 为单元的内接圆半径. 对于三维四面体单元,也可以用 H^e 来衡量,此时 r_{out}^e 为四面体单元的外接球半径, r_{in}^e 为四面体单元的内接球半径.

网格整体质量可以用所有单元的 H_i^e 平均值来衡量

$$H_{\text{avg}} = \sum_{i=1}^{N_e} H_i^e / N_e \quad (2)$$

式中: H_{avg} 为单元平均内外径比; N_e 为网格的单元数.

可以用所有单元 H_i^e 中的最大值来衡量更新的网格是否有效限制了单元最大内外径比

$$H_{\text{max}} = \max(H_1^e, \dots, H_i^e, \dots, H_{N_e}^e), \quad i = 1, \dots, N_e \quad (3)$$

一种有效的网格移动方法应该不仅能维持网格

的整体质量,还能限制或完全避免出现极大内外径比的单元,这可以通过 H_{avg} 和 H_{max} 的值来衡量.

2 拟固体法

如果把网格域简单作为各向同性的线弹固体来求解,则变形后的网格会产生较大的扭曲. 为得到具有良好计算性能的有限元网格,实际计算时往往根据影响网格性态的主要因素(如单元杨氏模量、单元内外径比、单元到移动边界的距离等)对单元刚度矩阵进行直接或间接的修正. 根据处理方法的不同,拟固体法可分为一步法和二步法两大类^[6].

2.1 一步法

一步法是指在计算网格运动时,根据网格的初始几何形状和运动边界条件,对单元的杨氏模量直接进行一次修正. 修正一般采用下式进行^[9-10]

$$E_g = c_g^e E \quad (4)$$

其中 c_g^e 的取值原则是提高较小单元的刚度,使较小单元产生较小的位移,较大单元产生较大的位移,以有助于得到较好的计算网格. 杨氏模量还可以根据几何准则进行修正,如使离移动边界越近的单元的杨氏模量越大^[7]. 此外,为使变形后的单元具有良好的几何形态,可根据计算确定合适的泊松比^[6].

2.2 二步法

二步法的核心是根据预测-校正理论,采用以下2个步骤计算网格运动.

(1)第1步为预测步,在给定边界位移的条件下,假定拟固体是均质弹性体模型,并对此拟弹性体进行线性结构分析,从而求得单元应变. 第1步有限元格式为

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}_{g1} {}^{t+\Delta t} \Delta \mathbf{U}_{g1} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad (5)$$

式中: ${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}_{g1}$ 表示 $t+\Delta t$ 时刻第1步中的整体刚度矩阵,由单元刚度 $\mathbf{k}_{g1}^e$ 集成而得; ${}^{t+\Delta t} \Delta \mathbf{U}_{g1}$ 表示 $t+\Delta t$ 时刻第1步ALE网格的增量位移. 在具体计算单元刚度 $\mathbf{k}_{g1}^e$ 时,杨氏模量取常数.

(2)第2步为校正步,假定拟固体为非均质固体模型,根据第1步计算得到的应变场,修正单元的杨氏模量. 第2步的有限元格式为

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}_{g2} ({}^{t+\Delta t} \Delta \mathbf{U}_{g1}) {}^{t+\Delta t} \Delta \mathbf{U}_{g2} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad (6)$$

式中: ${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}_{g2}$ 表示 $t+\Delta t$ 时刻第2步中的整体刚度矩阵,由单元刚度 $\mathbf{k}_{g2}^e$ 集成而得; ${}^{t+\Delta t} \Delta \mathbf{U}_{g2}$ 表示 $t+\Delta t$ 时刻第2步的ALE网格的增量位移. 在具体计算单元刚度 $\mathbf{k}_{g2}^e$ 时,单元杨氏模量根据第1步计算得到的应变场 ${}^{t+\Delta t} \Delta \mathbf{U}_{g1}$ 进行修正.

2.3 二步法中单元杨氏模量的计算

二步法的核心是:根据第1步计算得到的应变场,采用有效的方法对第2步中的单元刚度 $\mathbf{k}_{\text{g2}}^{\text{e}}$ 进行修正,从而构造出理想的非均质拟固体材料,使更新后的网格满足计算性能的要求。

2.3.1 Chiandussi 法 Chiandussi^[7]根据一维杆件产生常应变的原理,提出3种修正杨氏模量的方法,即分别根据单元应变场、单元畸变能密度和单元主应变来修正单元杨氏模量。

(1)根据单元应变场修正单元杨氏模量.当单元杨氏模量 E_i 采用式(7)时,结构将产生一个常应变场($\bar{\epsilon}_1=\bar{\epsilon}_2=\bar{\epsilon}_3=\bar{\epsilon}$)

$$E_i = \frac{\bar{E}(1-\nu)}{\bar{\epsilon}(1+\nu)} \left[\epsilon_i + \frac{\nu}{1-\nu} (\epsilon_j + \epsilon_k) \right] \quad i, j, k = 1, 2, 3; \quad i \neq j \neq k \quad (7)$$

式中: $\bar{E}$ 为均质弹性体的杨氏模量.当不考虑泊松比,并将式(7)作平均化处理后,单元的杨氏模量可用以下2种简化形式表示

$$E = \frac{\bar{E}}{\bar{\epsilon}} \left(\frac{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2}{3} \right)^{1/2} \quad (8)$$

$$E = \frac{\bar{E}}{\bar{\epsilon}^2} \frac{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2}{3} \quad (9)$$

(2)根据单元应变能密度修正单元杨氏模量.根据二步法第1步的计算结果,可以计算出单元应变能密度

$$U = \frac{\bar{E}(1-\nu)}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2) + \frac{2\nu}{1-\nu} (\epsilon_1\epsilon_2 + \epsilon_2\epsilon_3 + \epsilon_3\epsilon_1) \right] \quad (10)$$

在二步法的第2步中修正单元杨氏模量,使之与单元应变能成正比,或直接采用 U 值

$$E = \frac{\bar{E}(1-\nu)}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2) + \frac{2\nu}{1-\nu} (\epsilon_1\epsilon_2 + \epsilon_2\epsilon_3 + \epsilon_3\epsilon_1) \right] \quad (11)$$

(3)根据单元畸变能密度修正单元杨氏模量.根据二步法第1步的计算结果,可以计算出单元畸变能密度

$$U_d = \frac{\bar{E}}{12(1+\nu)} [(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2] \quad (12)$$

在二步法第2步中修正单元杨氏模量,使之与单元畸变能密度成正比,或直接采用 U_d 值

$$E = \frac{\bar{E}}{12(1+\nu)} [(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2] \quad (13)$$

2.3.2 PSS-PSTS 法 笔者提出根据单元最大主剪应变修正单元杨氏模量的拟固体二步法,简称PSS-PSTS法.根据弹性力学知识可知,剪切应变表示2个微分线段间夹角的变化,因此,单元最大主剪应变的大小能反映出单元的畸变程度.根据二步法第1步的应变计算结果,可以计算出每个单元的最大主剪应变,然后在第2步中根据单元的最大主剪应变修正单元杨氏模量,使主剪应变较大的单元具有较大的杨氏模量,即

$$E = \gamma_{\max} \bar{E} \quad (14)$$

式中: $\gamma_{\max}$ 为单元的最大主剪应变.

对于三维问题, $\gamma_{\max} = \max(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$,其中 γ_1 、 γ_2 、 γ_3 为单元的3个主剪应变,计算公式如下

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= (\epsilon_1 - \epsilon_2); \quad \gamma_2 = (\epsilon_2 - \epsilon_3); \\ \gamma_3 &= (\epsilon_1 - \epsilon_3) \quad (\epsilon_1 > \epsilon_2 > \epsilon_3) \end{aligned} \quad (15)$$

对于二维问题,可以直接采用主剪应变修正单元杨氏模量

$$\gamma_1 = [(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2]^{1/2} \quad (16)$$

或

$$\gamma_1 = [(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2]^{1/2} \quad (17)$$

3 网格更新算例分析

3.1 二维算例分析

图1为一用三角形单元剖分后的正方形有限元网格,区域大小为 $|x| \leq 20, |y| \leq 20$.内部正方形区域大小为 $|x| \leq 5, |y| \leq 5$.初始网格中单元最大内外径比 $H_{\max} = 2.3996$,平均内外径比 $H_{\text{avg}} = 2.06$.

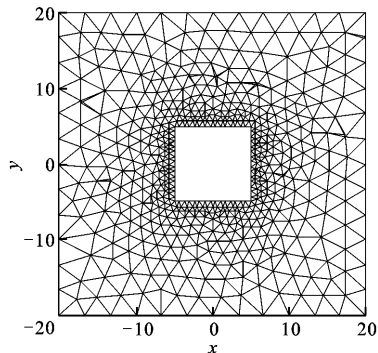


图1 二维正方形初始有限元网格

指定内部正方形产生 3 种不同的运动类型——平动、转动和变形,如图 2 所示,每种运动类型对应由小到大的 3 种运动幅度,见表 1.

表 1 二维网格的不同运动类型和运动幅度

运动类型	运动幅度		
平动	$d=0.1b$	$d=0.2b$	$d=0.5b$
转动	$\theta=0.1\pi$	$\theta=0.2\pi$	$\theta=0.5\pi$
变形	$\delta=0.1b$	$\delta=0.2b$	$\delta=0.5b$

注: b 为内部正方形的边长.

根据前述理论进行编程,采用 4 种不同的拟固体方法对表 1 所列的不同类型及幅度下的网格运动进行计算:方法 1 为一步法,杨氏模量取任意常数 E ;方法 2 为根据单元应变场修正单元杨氏模量的 Chiandussi 法;方法 3 为根据单元畸变能密度修正单元杨氏模量的 Chiandussi 法;方法 4 为本文提出的 PSS-PSTS 法,按公式(16)修正杨氏模量.

3.1.1 二维网格运动类型 I——平动 当内部正方形分别沿 x 、 y 方向均产生 $0.5b$ 位移时,采用方法 4 计算得到更新后的有限元网格,见图 3.

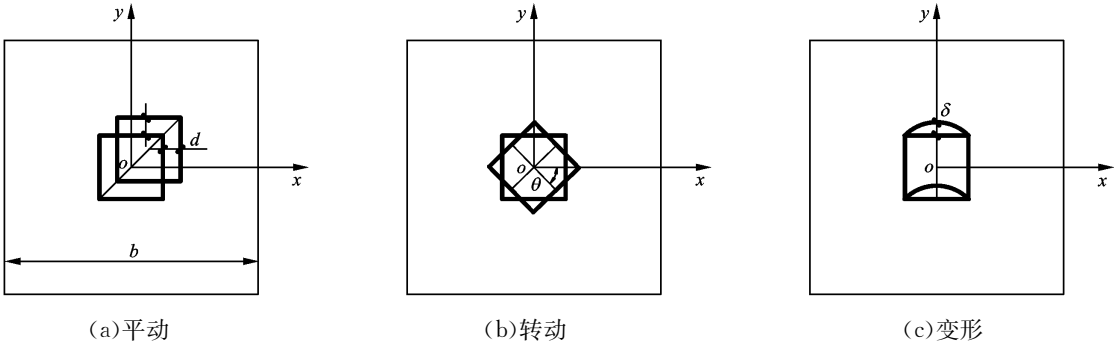


图 2 内部正方形的 3 种不同运动类型

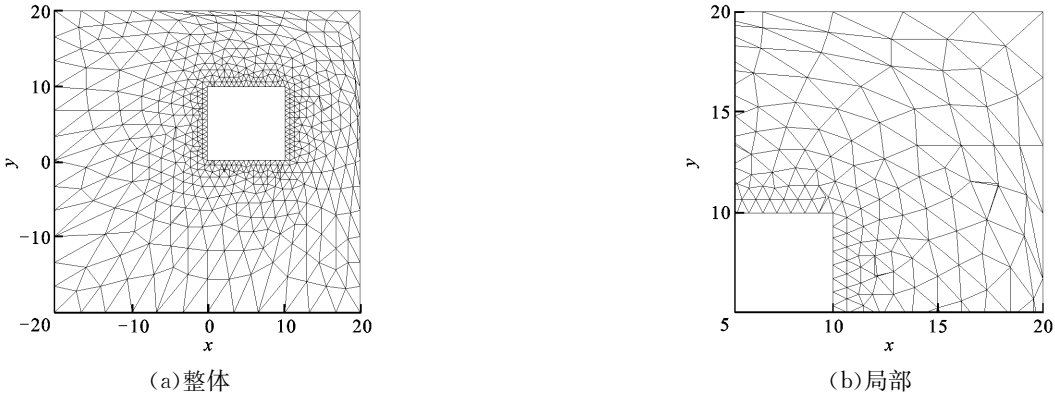


图 3 平动后的二维有限元网格(方法 4, $d=0.5b$)

采用不同方法计算得到更新后网格的单元最大内外径比 $H_{\max}$ 和单元平均内外径比 H_{avg} ,见表 2. 根据表 2 的计算结果,绘制出相应的 $H_{\max}$ -运动幅度和 H_{avg} -运动幅度关系图,见图 4、图 5.

表 2 更新后二维网格的质量指标(平动)

计算方法	$d=0.1b$		$d=0.2b$		$d=0.5b$	
	$H_{\max}$	H_{avg}	$H_{\max}$	H_{avg}	$H_{\max}$	H_{avg}
方法 1	2.498	2.077	2.954	2.132	50.627	2.725
方法 2	2.723	2.068	3.134	2.093	103.040	2.798
方法 3	2.741	2.068	3.627	2.094	162.730	3.132
方法 4	2.702	2.067	3.150	2.090	24.635	2.398

根据表 2 及图 4、图 5 可以看出:当平动尺度较

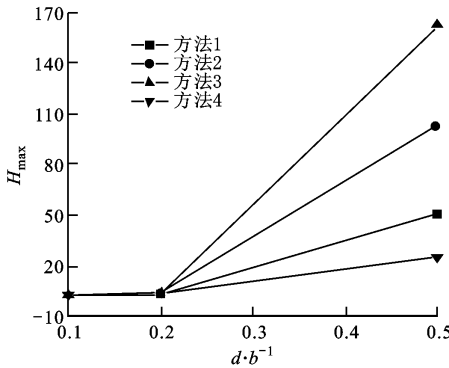


图 4 二维网格平动后的 $H_{\max}$ -运动幅度关系图

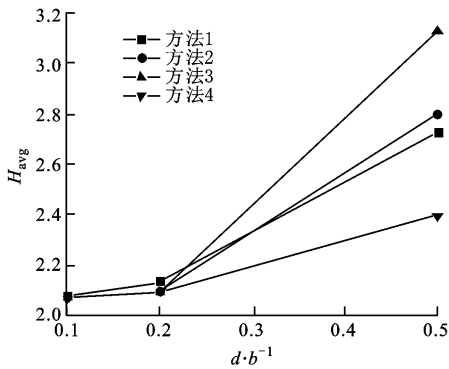
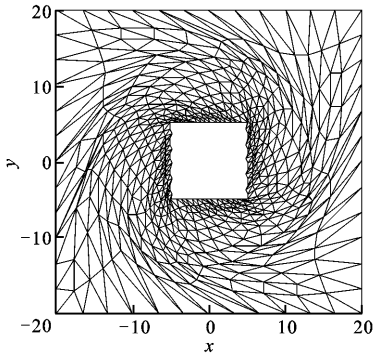


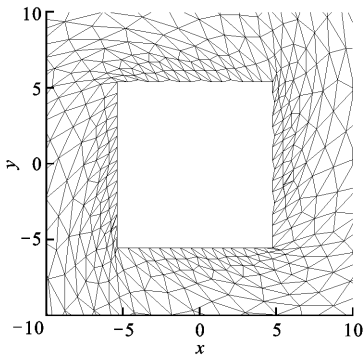
图 5 二维网格平动后的 H_{avg} -运动幅度关系图

小时(对应于 $d=0.1b$ 和 $d=0.2b$),4 种方法的计算结果相差不大;当平动尺度较大时(对应于 $d=0.5b$),方法 4 计算得到的 H_{max} 、 H_{avg} 均优于其他 3 种方法的计算结果;方法 2、方法 3 所计算的 H_{max} 、 H_{avg} 值虽然大于方法 1 的计算值,但更新后的网格单元没有发生纠缠在一起的现象,而方法 1 由于更新后的网格单元出现纠缠现象而使计算失效。

3.1.2 二维网格运动类型 II——转动 当内部正方形产生绕中心的旋转运动($\theta=0.5\pi$)时,采用方法 4 计算得到更新后的有限元网格,见图 6。



(a)整体



(b)局部

图 6 转动后的二维有限元网格(方法 4, $\theta=0.5\pi$)

采用不同方法计算得到更新后网格的 H_{max} 和 H_{avg} 值,见表 3。根据表 3 的计算结果绘制相应的 H_{max} -运动幅度、 H_{avg} -运动幅度关系图,见图 7、图 8。

表 3 更新后二维网格的质量指标(转动)

计算方法	$\theta=0.1\pi$		$\theta=0.2\pi$		$\theta=0.5\pi$	
	H_{max}	H_{avg}	H_{max}	H_{avg}	H_{max}	H_{avg}
方法 1	4.538	2.192	86.867	3.203	6.440	15.103
方法 2	6.525	2.244	61.781	3.195	2.663	42.515
方法 3	6.291	2.254	1 191.6	4.916	1 094.7	15.783
方法 4	4.335	2.166	9.730	2.530	215.64	5.638

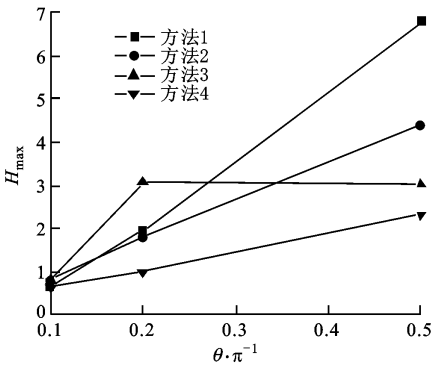


图 7 二维网格转动后的 H_{max} -运动幅度关系图

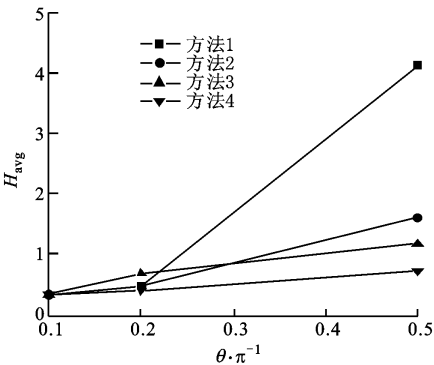


图 8 二维网格转动后的 H_{avg} -运动幅度关系图

根据表 3 及图 7、图 8 可以看出:当内部正方形发生转动时,方法 4 的计算结果要明显优于其他 3 种方法的计算结果,计算得到的网格质量指标 H_{max} 、 H_{avg} 均最小;当转动尺度较大时(对应于 $\theta=0.5\pi$),采用方法 4 更新后的网格单元没有发生纠缠在一起的现象(见图 7),而采用另 3 种方法得到的计算网格则发生了明显的单元纠缠,使计算失效。

3.1.3 二维网格运动类型 III——变形 当内部正方形上、下表面产生变形时,采用方法 4 计算得到更新后的有限元网格,见图 9。

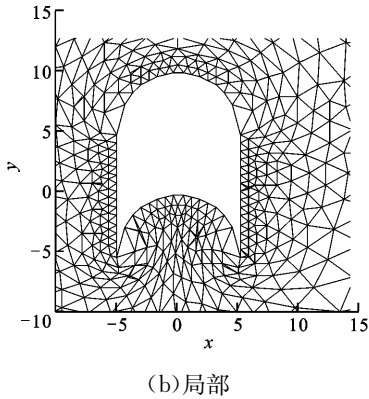
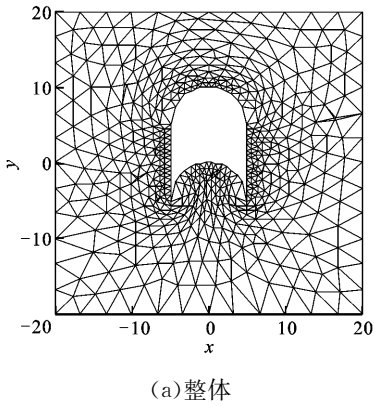


图 9 变形后的二维有限元网格(方法 4, $\delta=0.5b$)

采用不同方法计算得到更新后网格的 $H_{\max}$ 和 H_{avg} 值,列于表 4. 根据表 4 的计算结果,绘制出相应的 $H_{\max}$ -运动幅度、 H_{avg} -运动幅度关系图,见图 10、图 11.

表 4 更新后二维网格的质量指标(变形)

计算方法	$\delta=0.1b$		$\delta=0.2b$		$\delta=0.5b$	
	$H_{\max}$	H_{avg}	$H_{\max}$	H_{avg}	$H_{\max}$	H_{avg}
方法 1	2.522	2.068	4.188	2.094	11.920	2.366
方法 2	2.528	2.069	2.922	2.099	29.222	2.784
方法 3	2.511	2.070	2.851	2.108	347.580	3.769
方法 4	2.480	2.067	2.767	2.092	7.221	2.357

从表 4 及图 10、图 11 可以看出:当内部正方形发生较小变形时(对应于 $\delta=0.1b, \delta=0.2b$),4 种方法的计算结果区别不大;当变形尺度较大时(对应于 $\delta=0.5b$),采用方法 3 计算得到的网格质量指标 $H_{\max}$ 、 H_{avg} 值明显大于其他 3 种方法的计算值. 4 种方法计算得到的变形后的网格单元均没有发生纠缠在一起的现象,而方法 4 的结果最优.

3.2 三维算例分析

图 12 为一用四面体单元剖分后的正方体有限

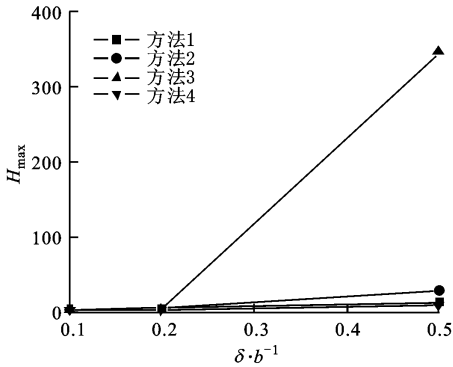


图 10 二维网格变形后的 $H_{\max}$ -运动幅度关系图

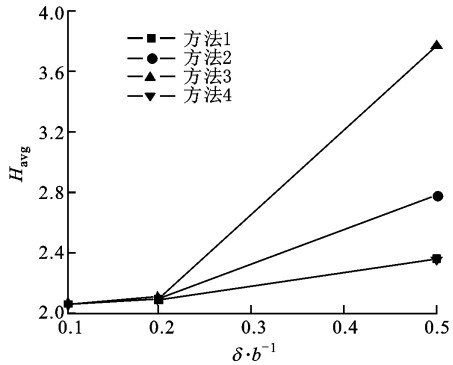


图 11 二维网格变形后的 H_{avg} -运动幅度关系图

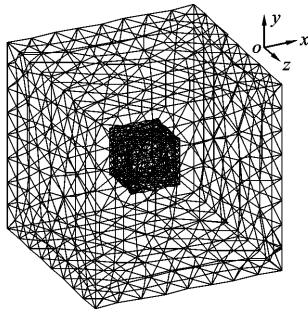


图 12 三维初始有限元网格

元网格,区域大小为 $|x|\leq 20, |y|\leq 20, |z|\leq 20$. 内部正四面体(中空部分)大小为 $|x|\leq 5, |y|\leq 5, |z|\leq 5$. 初始网格中 $H_{\max}=15.10, H_{\text{evg}}=4.42$.

指定内部正四面体产生 3 种不同的运动类型——平动、转动和变形,每种运动类型对应应由小到大的 3 种运动幅度,参见表 1(注意,此时 b 变为正四面体底边长). 下面采用与二维算例一致的 4 种拟固体方法对三维网格运动进行计算分析.

3.2.1 三维网格运动类型 I——平动 当内部正四面体在 xy 平面内分别沿 x 、 y 、 z 方向产生 $0.5b$ 位移时,采用方法 4 计算的更新后的有限元网格如图 13 所示,采用不同方法计算得到的更新后网格的

$H_{\max}$ 和 H_{avg} 值列于表 5. 根据表 5 的计算结果绘制出相应的 $H_{\max}$ -运动幅度和 H_{avg} -运动幅度关系图, 见图 14、图 15.

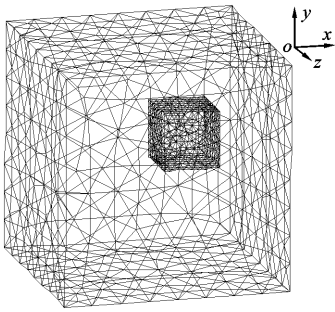


图 13 平动后的三维有限元网格(方法 4, $d=0.5b$)

表 5 更新后三维网格的质量指标(平动)

计算方法	$d=0.1b$		$d=0.2b$		$d=0.5b$	
	$H_{\max}$	H_{avg}	$H_{\max}$	H_{avg}	$H_{\max}$	H_{avg}
方法 1	15.103	4.478	30.124	4.684	53 630	19.514
方法 2	14.973	4.437	14.992	4.499	1 169	6.038
方法 3	14.973	4.437	14.992	4.499	58 050	11.293
方法 4	14.448	4.442	15.311	4.518	4 219	5.540

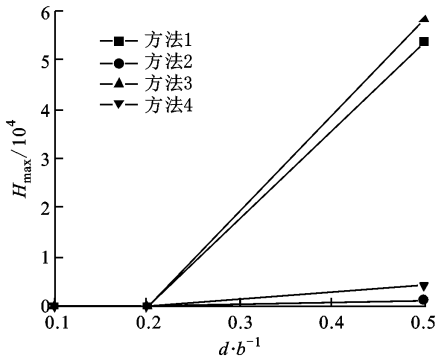


图 14 三维网格平动后的 $H_{\max}$ -运动幅度关系图

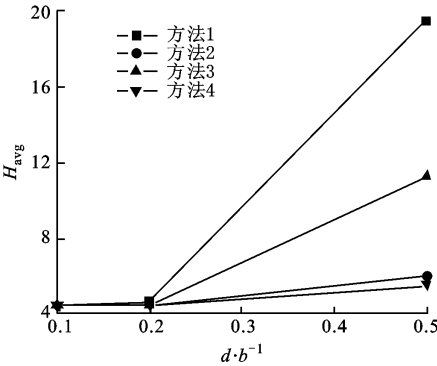


图 15 三维网格平动后的 H_{avg} -运动幅度关系图

从表 5 及图 14、图 15 可以看出:由方法 2、方法 4 计算得到的 $H_{\max}$ 、 H_{avg} 值均优于方法 1 的计算结果;方法 3 的计算结果较差,当 $d=0.5b$ 时,其 $H_{\max}$ 值反而略大于方法 1 的值;方法 4 和方法 2 相比,计算结果相差不大,然而在细节上,方法 4 的 $H_{\max}$ 值略大于方法 2 的计算结果,但同时其 H_{avg} 值低于方法 2 的,整体网格性能有所提高.

3.2.2 三维网格运动类型 II——转动 当内部正四面体依次产生绕 z 轴、 x 轴、 y 轴的旋转运动时(旋转角 $\theta_z=\theta_x=\theta_y=\pi/6$,以代数和 $\theta=0.5\pi$ 表征旋转程度. $\theta=0.1\pi$ 和 $\theta=0.2\pi$ 时类似处理),采用方法 4 计算得到的更新后的有限元网格如图 16 所示,采用 4 种方法计算得到的更新后网格的 $H_{\max}$ 和 H_{avg} 值列于表 6.

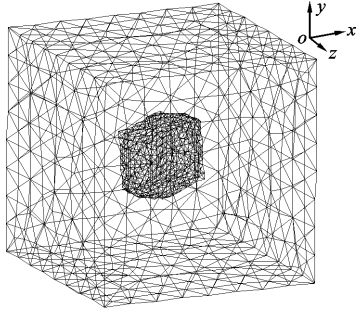


图 16 转动后的三维有限元网格(方法 4, $\theta=0.5\pi$)

表 6 更新后三维网格的质量指标(转动)

计算方法	$\theta=0.1\pi$		$\theta=0.2\pi$		$\theta=0.5\pi$	
	$H_{\max}$	H_{avg}	$H_{\max}$	H_{avg}	$H_{\max}$	H_{avg}
方法 1	13.37	4.463	177.7	4.673	10 230	8.534
方法 2	16.70	4.470	27.79	4.637	3 883	7.970
方法 3	16.83	4.470	28.63	4.639	10 790	8.386
方法 4	14.75	4.447	16.09	4.536	5 054	5.929

根据表 6 的计算结果绘制出相应的 $H_{\max}$ -运动幅度和 H_{avg} -运动幅度关系图,见图 17、图 18.

由表 6 及图 17、图 18 可以看出,当转动尺度增大时(对应于 $\theta=0.2\pi$ 和 $\theta=0.5\pi$),采用二步法(方法 2~方法 4)计算的 $H_{\max}$ 、 H_{avg} 值均优于一步法(方法 1)的计算结果. 对比不同的二步法,方法 2、方法 4 的计算结果要明显优于方法 3 的计算结果;方法 4 的 $H_{\max}$ 值虽略大于方法 2 的计算结果,但其 H_{avg} 值却明显小于方法 2 的.

3.2.3 三维网格运动类型 III——变形 当内部正四面体上、下表面产生变形时(网格点沿球面布置),用方法 4 算得的更新后的有限元网格见图 19.

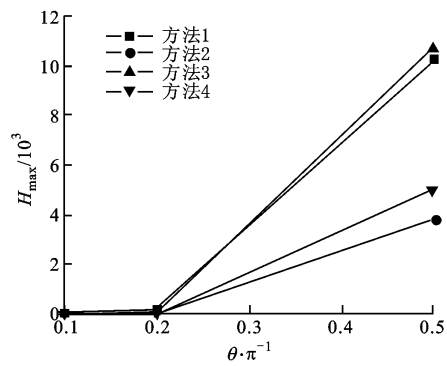


图 17 三维网格转动后的 $H_{\max}$ -运动幅度关系图

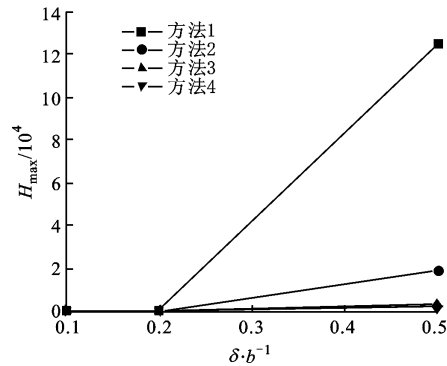


图 20 三维网格变形后的 $H_{\max}$ -运动幅度关系图

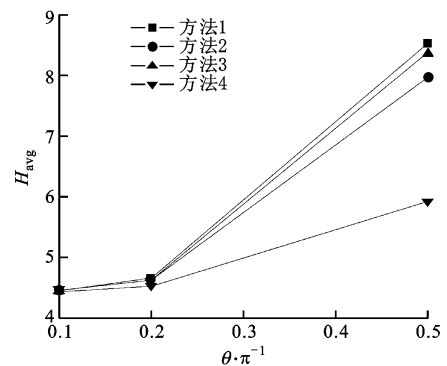


图 18 三维网格转动后的 H_{avg} -运动幅度关系图

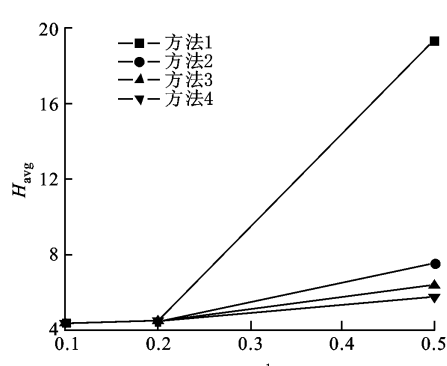


图 21 三维网格变形后的 H_{avg} -运动幅度关系图

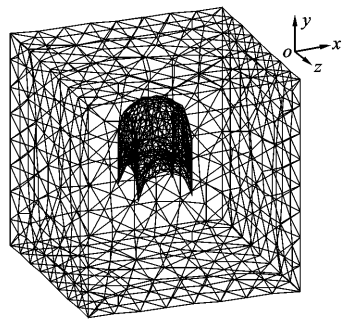


图 19 变形后的三维有限元网格(方法 4, $\delta=0.5b$)

采用 4 种不同方法计算得到的更新后网格的 $H_{\max}$ 和 H_{avg} 值见表 7, 根据表 7 的计算结果绘制出相应的 $H_{\max}$ -运动幅度和 H_{avg} -运动幅度关系图, 如图 20、图 21 所示。

表 7 更新后三维网格的质量指标(变形)

计算方法	$\delta=0.1b$		$\delta=0.2b$		$\delta=0.5b$	
	$H_{\max}$	H_{avg}	$H_{\max}$	H_{avg}	$H_{\max}$	H_{avg}
方法 1	16.059	4.415	18.428	4.488	125 000	19.359
方法 2	16.586	4.428	17.008	4.504	18 450	7.570
方法 3	16.719	4.428	17.227	4.502	3 078	6.425
方法 4	16.587	4.421	17.470	4.485	1 540	5.737

由表 7 及图 20、图 21 可以看出: 当网格变形较小时(对应于 $\delta=0.1b$ 和 $\delta=0.2b$), 4 种方法的计算结果相差不大; 当网格变形较大时(对应于 $\delta=0.5b$), 由方法 2~方法 4 计算得到的 $H_{\max}$ 、 H_{avg} 值均优于方法 1 的计算结果; 对比不同的二步法, 方法 4 的计算结果要明显优于方法 2 和方法 3 的计算结果, 计算得到的网格质量指标 $H_{\max}$ 、 H_{avg} 均最小。

4 结 论

算例分析结果表明: 对于二维问题, 当网格发生不同类型和不同幅度的运动时, 采用本文提出的 PSS-PSTS 法(即方法 4)进行网格更新后计算得到的网格质量指标 $H_{\max}$ 、 H_{avg} 值均较小, 即该方法不仅能维持网格的整体质量, 还能有效限制或者完全避免出现极大内外径比的单元; 对于三维问题, 在各种运动形式下, 采用方法 2 和方法 4 均能有效地控制具有极大内外径比单元的产生, 同时采用方法 4 计算得到的 H_{avg} 值较小, 即整体网格计算性能最优。总之, 与一步法和 Chiandussi 方法相比, PSS-PSTS 法具有更强的适用性, 能显著地减小单元的畸变, 使网格保持优良的计算性能, 适用于大变形流固耦合问题中的网格更新计算。

参考文献:

- [1] 张雄,陆明万,王建军. 任意拉格朗日-欧拉描述法研究进展[J]. 计算力学学报, 1997, 14(1): 91-102.
ZHANG Xiong, LU Mingwan, WANG Jianjun. Research progress in arbitrary Lagrangian-Eulerian method [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 1997, 14(1): 91-102.
- [2] HUGHES T J R, LIU W K, ZIMMEMRANN T K. Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1981, 29(3): 329-349.
- [3] HUERTAS A, LIU W K. Viscous flow with large free surface motions [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1988, 69(3): 277-324.
- [4] 周宏,李俊峰,王天舒. 用于有限元模拟的网格更新方法[J]. 力学学报, 2008, 40(2): 267-272.
ZHOU Hong, LI Junfeng, WANG Tianshu. Mesh update algorithm in ALE finite method within free surface flow [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2008, 40(2): 267-272.
- [5] SOULI M, ZOLESIO J P. Arbitrary Lagrangian-Eulerian and free surface methods in fluid mechanics [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2001, 191(3/4/5): 451-466.
- [6] XU Zhenlong, ACCORSI M. Finite element mesh update methods for fluid-structure interaction simulations [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2004, 40(9/10): 1259-1269.
- [7] CHIANDUSSI G, BUGEDA G, ONATE E. A simple method for automatic update of finite element meshes [J]. Commun Nume Meth Engng, 2000, 16(1): 1-19.
- [8] BRAESS H, WRIGGERS P. Arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element analysis of free surface flow [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 190(1/2): 95-109.
- [9] MASUD A. A space-time finite element method for fluid-structure interaction [D]. Stanford, CA, USA: Stanford University, 1993.
- [10] TEZDUYAR T E, SATHE S, KEEDY R, et al. Space-time finite element techniques for computation of fluid-structure interactions [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2006, 195(17/18): 2002-2027.

(编辑 葛赵青)