

不完全覆盖的模糊多状态系统可靠性计算方法

鄢民强¹, 杨波², 王展¹

(1. 电子科技大学机械电子工程学院, 611731, 成都; 2. 电子科技大学计算机科学与工程学院, 611731, 成都)

摘要: 针对实际工程中多状态系统的性能及其概率分布无法准确获得和不完全覆盖的问题, 提出了一种可靠性计算方法. 该方法利用模糊发生函数来分析多状态系统, 根据分解定理, 用截集的形式来表示元件的性能. 对于计算系统处于各状态的概率分布和并发执行结构的性能, 结合扩张原理, 采用模糊数排序准则来比较元件的状态与运算冗余结构, 以及串行结构的性能, 解决了已有算法的计算结果只能得到近似值的问题. 采用将不完全覆盖与系统模型分离的方法, 使得模糊发生函数能够分析不完全覆盖的模糊多状态系统, 既解决了未覆盖失效带来的元件相关性, 也降低了分析的复杂性, 从而为计算机编程提供了方便.

关键词: 模糊多状态系统; 模糊发生函数; 不完全覆盖

中图分类号: TH12; TP393 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)10-0109-06

Reliability Assessment for Multistate System Subject to Imperfect Fault Coverage

YAN Minqiang¹, YANG Bo², WANG Zhan¹

(1. School of Mechatronics Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China;

2. School of Computer Science & Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: A reliability calculation method is proposed to deal with the problem that the performance rate in each state and probability distribution is difficult to evaluate accurately and imperfect fault coverage in practical project. Based on fuzzy universal generating function, the performance rate of the elements is described in cut set according to decomposition theorem, combining with extension principle, the probability distribution of every system states and the performance rate of concurrent structure are evaluated, and fuzzy ranking rules are considered to calculate the performance rate of redundant structure and serial structure to remedy the shortcoming that the existing algorithms can only get an approximate results. This method for resolving the imperfect fault coverage is to separate the consideration of uncovered failure from the MSS model, which reveals the dependence caused by uncovered failure, and reduces the complexity of analysis leading to conveniently programming.

Keywords: fuzzy multi-state system; fuzzy universal generating function; imperfect fault coverage

在实际工作中, 系统和元件的状态(性能)不仅表现为完全失效和完美工作状态, 而且由于元件

性能退化、系统局部失效等原因, 还会使系统和元件表现出完全失效到完美工作之间的过渡状态, 因此

收稿日期: 2010-12-27. 作者简介: 鄢民强(1985—), 男, 硕士生; 杨波(联系人), 男, 教授, 博士生导师. 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50805018); 教育部科学技术研究重点资助项目(109138); 四川省国际科技合作与交流研究计划资助项目(2010HH0001).

网络出版时间: 2011-08-10

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20110810.0130.001.html>

将这种系统称为多状态系统^[1]. 多状态系统可以用于很多现实系统的建模, 例如通信网络、计算机系统、电力系统、逻辑电路和流体传输系统等^[2-5]. 然而, 在分析现实中的工程系统中会遇到 2 个困难: ①大多数工程中不易得到充分和准确的数据; ②由于对系统认知的不完善, 因此建立的系统模型往往是不精确的^[6-7]. 现有的文献通常用模糊理论来解决该问题, 这种用模糊数表示系统和元件的性能水平及其概率分布的多状态系统被称为模糊多状态系统.

由于实际的系统会表现出多种失效模式, 而对于大多数系统, 尤其是安全性要求很高的系统, 都设计有容错和自动恢复机制来防止整个系统因某些元件失效而崩溃, 但实际情况中有些失效是不会被检测到或者修复的(这种失效称为未覆盖失效), 即使有大量的冗余, 这些失效也可能导致整个系统或者子系统的崩溃. 这种现象称为不完全覆盖失效^[8].

针对多状态系统和不完全覆盖失效, 文献[8-10]分别提出了发生函数法、有序二值判定图(OBDD)和多状态多值决策图(MMDD)等解决不完全覆盖的多状态系统的方法. 文献[11]提出用模糊发生函数的方法来分析模糊多状态系统, 适用于串并联结构系统和 AMNN 等系统. 文献[7]基于模糊发生函数和 Markov 模型, 提出了分析动态多状态系统的方法, 文献[6]在文献[11]的基础上又提出了模糊多状态系统的一般模型, 并对模糊多状态系统的性质进行了定义.

本文提出了一种考虑不完全覆盖的模糊多状态系统的可靠性计算方法, 该方法以模糊发生函数为基础, 通过改进模糊发生函数的计算方法, 来求得准确的系统性能及其概率分布. 同时, 采用将不完全覆盖和系统模型分离的方法, 使得模糊发生函数能够分析不完全覆盖的模糊多状态系统. 最后, 用实例说明了本文提出的计算方法.

1 多状态系统和不完全覆盖

1.1 多状态系统

在多状态系统中, 任何元件 j 都可以有 $k_j + 1$ 个不同的状态, 而每个状态又分别对应于元件不同的性能水平集合

$$g_j = \{g_{j0}, g_{j1}, \dots, g_{jk_j}\}$$

式中: g_{jk_j} 表示 j 处于状态 k_j 时的性能水平, k_j 表示元件处于完美工作状态; g_{j0} 表示元件处于完全失效状态. j 在任意时刻的性能水平 G_j 是 g_j 中的一个随机值, 即 $G_j \in g_j$. j 处于不同状态的概率可以用集

合表示如下

$$p_j = \{p_{j0}, p_{j1}, \dots, p_{jk_j}, \dots, p_{jk_j}\}$$

$$p_{jk_j} = Pr\{G_j = g_{jk_j}\}$$

其中任一时刻元件只能处于 g_j 中的一个状态. 从 g_j 到 p_j 的映射通常被称为离散概率分布函数.

在任一时刻, 多状态系统的性能水平由构成该系统的元件所处的性能水平所确定. 假设一个系统由 n 个元件构成, 系统有 $k+1$ 个不同状态, u_i 为系统在状态 i ($i \in (0, 2, \dots, k)$) 时的性能水平, 用 $U = \{u_0, u_1, \dots, u_k\}$ 来表示整个系统性能水平的取值空间. 若

$$V^n = \{g_{10}, \dots, g_{1k_1}\} \times \dots \times \{g_{j0}, \dots, g_{jk_j}\} \times \dots \times \{g_{n0}, \dots, g_{nk_n}\}$$

为系统所有元件性能水平组合的取值空间, 将元件性能水平的取值空间映射到系统的性能水平取值空间的函数变换 $\Phi(G_0, \dots, G_n): V^n \rightarrow U$ 称为系统结构方程.

综上所述, 多状态系统分析需要解决的问题是, 通过元件的性能水平及其概率分布和系统结构方程, 来得到整个系统的性能水平概率分布

$$u_i, p_i, 0 \leq i \leq k; \quad p_i = Pr\{U = u_i\}$$

1.2 多状态系统的可靠性

多状态系统可以描述系统从完全失效到完美工作的多个状态, 这些状态可以分为 2 个子集, 即 {可接受状态} 和 {不可接受状态}. 系统状态可接受与否是由多状态系统性能和用户所设定的期望性能 ω (需求) 的关系所决定^[11]. 系统性能和需求之间的关系通常由系统状态指数 r_i 来确定, r_i 的形式为 $r_i = u_i - \omega$. 只有当 $r_i \geq 0$ 时, i 才是一个可接受的状态. 通常情况下, 多状态系统的可靠性被定义为系统性能水平高于需求水平的概率, 即

$$A(\omega) = \sum_{r_i \geq 0} p_i; \quad r_i = u_i - \omega \quad (1)$$

1.3 不完全覆盖

在有容错机制的系统中, 部件的未覆盖失效行为会导致系统失效, 原因在于发生的故障不能被系统完整地检查、确定和恢复, 从而使得系统的容错机制失效. 这种系统的元件会表现出覆盖失效和未覆盖失效, 这 2 种失效行为会对系统产生不同的影响: ①覆盖失效对系统的影响是局部的, 这种失效行为在有容错机制的情况下不会造成系统失效; ②未覆盖失效常常是全局性的, 将直接导致系统或子系统立刻失效.

如图 1 所示, 模型^[9]的输入为一个故障的发生,

3 个输出 r 、 c 、 s 分别表示 3 个可能发生的事件,这 3 个事件具有排斥性和完整性的特征,即 3 个输出事件发生的概率之和等于 1。

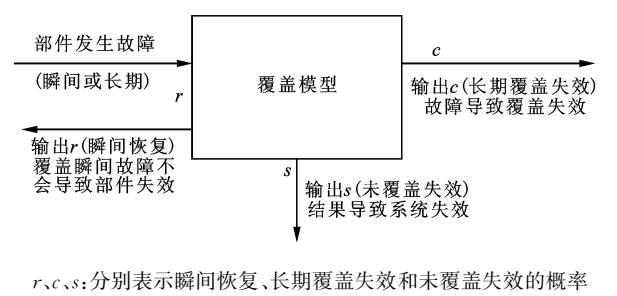


图 1 不完全覆盖模型

2 模糊多状态系统假设和模糊集理论

2.1 假设条件

传统多状态系统在分析实际系统时会遇到数据不充分和模型不准确的问题,为了解决这些问题,本文在模糊理论的框架下对多状态系统分析方法进行了研究.对于模糊多状态系统做出如下假设条件.

(1)元件性能水平 $\tilde{g}_j = \{\tilde{g}_{j0}, \dots, \tilde{g}_{jk_j}\}$ 和状态概率 $\tilde{p}_j = \{\tilde{p}_{j0}, \dots, \tilde{p}_{jk_j}\}$ 用模糊数来表示

$$\tilde{g}_{jk_j} = \{g_{jk_j}, \mu_{g_{jk_j}}(g_{jk_j}) \mid g_{jk_j} \in G_{jk_j}\} \tag{2}$$

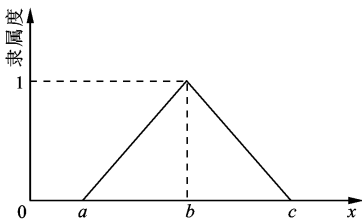
$$\tilde{p}_{jk_j} = \{p_{jk_j}, \mu_{p_{jk_j}}(p_{jk_j}) \mid p_{jk_j} \in P_{jk_j}\} \tag{3}$$

式中: $\mu_{g_{jk_j}}$ 、 $\mu_{p_{jk_j}}$ 分别为 $\tilde{g}_{jk_j}$ 和 $\tilde{p}_{jk_j}$ 的隶属函数。

- (2)元件的状态个数为有限个。
- (3)元件的状态集合是有序的,即较低的状态水平代表较低的模糊性能水平。
- (4)元件之间相互独立,元件之间唯一的关联性是由不完全覆盖引起的。

2.2 模糊数

由于三角模糊数计算的简便性,因此在实际中得到了广泛的应用.本文中的模糊变量用三角模糊数来表示(见图 2)。以下所讨论的方法同样可以扩展到其他具有类似性质的模糊数中使用,如四角模糊数,L-R 模糊数。



a, b, c :模糊变量

图 2 三角模糊数隶属度函数的图形分布

根据分解定理, a, b, c 可以用截集 α 表示为^[12]

$$\bigcup_{0 \leq \alpha \leq 1} [R_L(\alpha), R_R(\alpha); \alpha] \tag{4}$$

其中

$$R_L(\alpha) = a + (b - a)\alpha; \quad R_R(\alpha) = c - (c - b)\alpha$$

2.3 模糊数排序准则

如假设条件(3)所述,状态集合是有序的,因此本文采用以下 3 个准则对模糊数表示的性能水平进行排序。

(1)第 1 排序准则——距离.假设 2 个用 α 表示的模糊数

$$\begin{aligned} \tilde{D} &= \bigcup [D_L(\alpha), D_R(\alpha); \alpha] \\ \tilde{E} &= \bigcup [E_L(\alpha), E_R(\alpha); \alpha] \end{aligned} \tag{5}$$

$\tilde{D}$ 、 $\tilde{E}$ 之间的距离为

$$d(\tilde{D}, \tilde{E}) = \frac{1}{2} \int_0^1 [D_L(\alpha) + D_R(\alpha) - E_L(\alpha) - E_R(\alpha)] d\alpha \tag{6}$$

由此可定义 $\tilde{D}$ 、 $\tilde{E}$ 的排序规则^[13]为:①当 $d(\tilde{D}, \tilde{E}) > 0$ 时, $\tilde{D} > \tilde{E}$;②当 $d(\tilde{D}, \tilde{E}) < 0$ 时, $\tilde{D} < \tilde{E}$;③当 $d(\tilde{D}, \tilde{E}) = 0$ 时, $\tilde{D} \approx \tilde{E}$ 。

(2)第 2 排序准则——模.由于某些模糊数会出现距离相等的情况,根据第 1 准则无法排序,故通过比较模糊数的模来进行排序,模越大所代表的性能水平越高.模糊数的模具有最高隶属函数值,但对于三角模糊数,模糊变量 b 为最高值^[6]。

(3)第 3 排序准则——散度.采用模糊数模数的散度对第 1 和第 2 排序准则不能排序的那些模糊数进行排序,散度越大所代表的性能水平就越高.因此,散度是衡量相对于某一给定模数点的最大膨胀系数,而对于三角模糊数,即为 c, a 的值^[6]。

3 不完全覆盖的模糊多状态系统的分析方法

对于模糊多状态系统,需要找到一种方法来分析整个系统的离散概率分布,即

$$\tilde{g}_j, \tilde{p}_j, 1 \leq j \leq n; \Phi(G_0, \dots, G_n)$$

发生函数理论是分析离散概率分布的有效工具^[4-8,11]。与传统的发生函数法不同,本文中的系统和元件性能、概率分布用模糊数而不是普通数来表示. Ding 等人^[11]提出了用模糊发生函数的方法来分析模糊多状态系统,本文在此方法的基础上对其进行了改进,使其更加准确地分析用模糊数表示的性能及其概率分布,同时也能分析不完全覆盖的模糊

多状态系统.

3.1 模糊发生函数

若元件 j 的离散概率分布为

$$\tilde{g}_j = \{\tilde{g}_{j0}, \dots, \tilde{g}_{jk_j}\}; \tilde{p}_j = \{\tilde{p}_{j0}, \dots, \tilde{p}_{jk_j}\}$$

则该元件的模糊发生函数可用多项式表示为

$$\tilde{u}_j(z) = \sum_{i_j=0}^{k_j} \tilde{p}_{ji_j} z^{\tilde{g}_{ji_j}} = \tilde{p}_{j0} z^{\tilde{g}_{j0}} + \tilde{p}_{j1} z^{\tilde{g}_{j1}} + \dots + \tilde{p}_{jk_j} z^{\tilde{g}_{jk_j}} \quad (7)$$

式中: $\tilde{p}_{ji_j}$ 代表元件性能水平为 $\tilde{g}_{ji_j}$ 时的模糊概率, 即

$$\tilde{p}_{ji_j} = Pr(\tilde{G}_j = \tilde{g}_{ji_j})$$

对于由 j 个元件构成的多状态系统, 采用如下运算来分析整个系统的离散概率分布^[11], 即

$$\begin{aligned} \tilde{u}(z) &= \tilde{\Phi}_{\tilde{g}}(\tilde{u}_1(z), \tilde{u}_2(z), \dots, \tilde{u}_j(z)) = \\ &= \sum_{i_1}^{k_1} \dots \sum_{i_j}^{k_j} \tilde{p}_{1i_1} * \dots * \tilde{p}_{ji_j} z^{\Phi(\tilde{g}_{1i_1}, \dots, \tilde{g}_{ji_j})} = \\ &= \sum \tilde{p}_i z^{\tilde{g}_i} \end{aligned} \quad (8)$$

式中: Φ 为结构算子, 由元件间的结构确定.

3.2 模糊发生函数的概率计算

由文献[11]方法计算的模糊三角函数概率及性能的结果是近似的, 并在文献[12]中已证明. 本文在分解定理、扩张原理及三角模糊数排序的基础上, 提出了模糊发生函数的概率及性能的计算方法.

系统处于状态 i 是由元件的状态组合所决定的, 根据三角模糊数的运算方法, 系统处于状态 i 的概率为

$$\begin{aligned} \tilde{p}_i &= \{p_i, \mu_{p_i}(p_i) \mid p_i = \prod_{j=1}^n p_{ji_j}, p_{ji_j} \in P_{ji_j}\} = \\ &= \bigcup_{0 \leq \alpha \leq 1} \left[\prod_{j=1}^n R_{\mu_j}(\alpha), \prod_{j=1}^n R_{jR_j}(\alpha); \alpha \right] \end{aligned} \quad (9)$$

式中: p_{ji_j} 为 j 处于状态 i_j 时的概率; $R_{\mu_j}(\alpha)$ 、 $R_{jR_j}(\alpha)$ 为截集 α 的表示方式.

3.3 模糊发生函数的性能计算

为了得到整个系统的离散概率分布, 需要递归地使用 $\tilde{\Phi}$ 来得到子系统的发生函数, 从而得到整个系统的发生函数. $\tilde{\Phi}$ 的运算是由元件连接类型和系统类型决定的, 本文将考虑串并联系统常见的并发执行结构、冗余结构和串行结构来进行讨论.

3.3.1 冗余结构 当一个任务到达时, 冗余结构里的所有元件都执行该任务, 对于这种结构, 其性能为所有元件性能的最大值. 冗余结构性能的运算方法如下

$$\tilde{g}_i = \Phi_{PR}(\tilde{g}_{1i_1}, \dots, \tilde{g}_{ji_j}) =$$

$$\max(\tilde{g}_{1i_1}, \dots, \tilde{g}_{ji_j}) \quad (10)$$

式中: Φ_{PR} 为冗余结构算子; $\tilde{g}_{ji_j}$ 为模糊函数.

3.3.2 并发执行结构 当一个任务到达时, 并发执行结构将该任务分解成多个子任务分配给不同的元件来执行, 当结构中某一个元件失效时, 容错机制将给未失效的元件重新分配任务以保证任务的正常执行. 对于这种结构, 其性能水平是所有元件性能的总和. 并发执行结构性能的运算方法如下

$$\tilde{g}_n = \tilde{\Phi}_{PS}(\tilde{g}_{1n}, \dots, \tilde{g}_{jn}) =$$

$$\begin{aligned} &\{g_n, \mu_{g_n}(g_n) \mid g_n = \sum_{n_j=1}^t g_{mj}, g_{mj} \in G_{mj}\} = \\ &= \bigcup_{0 \leq \alpha \leq 1} \left[\sum_{j=1}^t R_{mj}(\alpha), \sum_{j=1}^n R_{jR_j}(\alpha); \alpha \right] \end{aligned} \quad (11)$$

式中: $\tilde{\Phi}_{PS}$ 为并发执行算子; g_{mj} 为元件 j 处于状态 n_j 时的性能水平; $R_{mj}(\alpha)$ 和 $R_{jR_j}(\alpha)$ 为 g_{mj} 截集 α 的表示方式.

3.3.3 串行结构 串行结构的性能等于所有元件性能的最小值. 串行结构性能的运算方法如下

$$g_m = \Phi_S(\tilde{g}_{1m_1}, \dots, \tilde{g}_{jm_j}) =$$

$$\min(\tilde{g}_{1m_1}, \dots, \tilde{g}_{jm_j}) \quad (12)$$

式中: Φ_S 为串行结构算子; $\tilde{g}_{jm_j}$ 为模糊三角函数.

3.4 不完全覆盖多状态系统的计算

由于任何失效的未覆盖都会导致系统立即失效, 因此将未覆盖失效和整个系统分开考虑, 从而降低分析的复杂性^[14]. 对于包含可能发生未覆盖失效的元件的系统或子系统, 将模糊发生函数分为两部分来计算, 即发生未覆盖失效的情况和未覆盖失效外的所有情况. 采用此方法, 任意 j 的模糊发生函数可以表示为

$$\begin{aligned} \tilde{u}_j(z) &= \sum_{i_j=0}^{k_j} \tilde{p}_{ji_j} z^{\tilde{g}_{ji_j}} = \tilde{p}_{j0'} z^e + \sum_{i_j=1}^{k_j} \tilde{p}_{ji_j} z^{\tilde{g}_{ji_j}} = \\ &= \tilde{p}_{j0'} z^e + u'_j(z) \end{aligned} \quad (13)$$

式中: $u'_j(z)$ 表示 j 未覆盖失效外的所有情况; $\tilde{p}_{j0'} z^e$ 表示元件发生未覆盖失效.

假设一个系统包含元件 $j_1, \dots, j_h$, 任一元件的未覆盖失效都会导致系统的失效, 则整个系统由元件的未覆盖失效而失效的概率为

$$p_{0'}(j_1, \dots, j_h) = [1 - \prod (1 - p_{jk}(0'))]$$

式中: $p_{jk}(0')$ 表示元件 j_k 发生未覆盖失效的概率. j 的离散概率分布 $U'_j(z)$ 可以通过递归的方式对元件发生函数的运算来获得, 即

$$U'_j(z) = \tilde{u}_{j_1}(z) \underset{\Omega_{\Phi}}{\otimes} \tilde{u}_{j_2}(z) \underset{\Omega_{\Phi}}{\otimes} \dots \underset{\Omega_{\Phi}}{\otimes} \tilde{u}_{j_h}(z) \quad (14)$$

j 性能的模糊发生函数为

$$U_j(z) = U'_j(z) + \left[1 - \prod_{k=1}^h (1 - p_{jk}(0'))\right] z^c$$

(15)

式中

$$1 - \prod_{k=1}^h (1 - p_{jk}(0')) = \bigcup_{0 \leq \alpha \leq 1} \left[1 - \prod_{k=1}^h R_{jL_k}(\alpha), 1 - \prod_{k=1}^h R_{jR_k}(\alpha); \alpha\right]$$

(16)

3.5 解模糊

由于文献[11]运用相对势的方法来计算模糊多状态系统的可靠性,用固定 α 截集水平来比较元件性能及需求的大小,这会造成可靠性计算出现错误,因此文献[7]对此进行了证明. 本文先用解模糊化^[12]的方法得到用普通数而非模糊数表示的性能及其概率分布,然后根据式(1)得到系统的可靠性.

对于任意三角模糊数变量 (a, b, c) 或 $\bigcup_{0 \leq \alpha \leq 1} [R_L(\alpha), R_R(\alpha); \alpha]$,可用下式来实现解模糊

$$d_i = \frac{1}{2} \int_0^1 [R_{il}(\alpha) + R_{iu}(\alpha)] d\alpha = \frac{1}{4} (a + c + 2b)$$

(17)

3.6 实例分析

如图 3 所示,在由 2 个子系统组成的数据传输系统中,数据从左向右依次传输,元件 1 和 2 为并发执行结构. 当数据到达时,数据包拆分为 2 个子数据包,并分别由元件 1 和元件 2 处理. 当元件 1 和 2 中和任意一个失效时,容错机制就会重新分配数据包,但是当容错机制没有检测到元件的失效而继续给失效的元件分配数据时(未覆盖失效发生),则会导致数据丢失,即由元件 1 和 2 组成的并发执行结构失效. 元件 3 作为并发执行的冗余结构执行相同的任务. 元件的性能用传输能力带宽来衡量,其对应的概率如表 1 所示(设决策者的性能需求为 2 Mb/s).

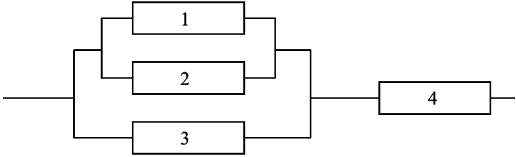
根据本文提出的模型,对上述问题分析计算的具体步骤如下.

步骤 1 定义每个元件的模糊发生函数,此例中的元件 1 和 2 受到未覆盖失效影响,由式(13)可分别得出元件 1、2 的模糊发生函数

$$\begin{aligned} u_1(z) &= \bar{p}_{12} z^{\bar{r}_{12}} + \bar{p}_{11} z^{\bar{r}_{11}} + \bar{p}_{10} z^{\bar{r}_{10}} + \bar{p}_{10'} z^c = \\ &[0.75 + 0.01\alpha, 0.77 - 0.1\alpha; \alpha] z^{1.5} + \\ &[0.13 + 0.01\alpha, 0.15 - 0.01\alpha; \alpha] z^{[0.9+0.1\alpha; 1.1-0.1\alpha; \alpha]} + \\ &[0.05 + 0.01\alpha, 0.07 - 0.01\alpha; \alpha] z^0 + 0.04 z^0 \\ u_2(z) &= \bar{p}_{21} z^{\bar{r}_{21}} + \bar{p}_{20} z^{\bar{r}_{20}} + \bar{p}_{20'} z^c = \\ &[0.89 + 0.01\alpha, 0.91 - 0.01\alpha; \alpha] z^2 + \\ &[0.08 + 0.01\alpha, 0.1 - 0.01\alpha; \alpha] z^0 + 0.01 z^0 \\ u_3(z) &= \bar{p}_{32} z^{\bar{r}_{32}} + \bar{p}_{31} z^{\bar{r}_{31}} + \bar{p}_{30} z^{\bar{r}_{30}} = \\ &[0.75 + 0.02\alpha, 0.79 - 0.02\alpha; \alpha] z^{1.5} + \\ &[0.02 + 0.01\alpha, 0.04 - 0.01\alpha; \alpha] z^{[0.9+0.1\alpha; 1.1-0.1\alpha; \alpha]} + \\ &[0.19 + 0.01\alpha, 0.21 - 0.01\alpha; \alpha] z^0 \\ u_4(z) &= \bar{p}_{41} z^{\bar{r}_{41}} + \bar{p}_{40} z^{\bar{r}_{40}} = 0.95 z^4 + 0.05 z^0 \end{aligned}$$

步骤 2 元件 1 和元件 2 是并发执行结构,为 2 个元件性能的总和,它们受到未覆盖失效影响,由式(13)得出并发执行结构在不考虑未覆盖失效时的模糊发生函数

$$\begin{aligned} &\left[1 - \prod_{k=1}^2 (1 - p_k(0'))\right] z^c u'_1(z) \oplus u'_2(z) = \\ &\bar{p}_{12} * \bar{p}_{21} z^{\bar{r}_{12} + \bar{r}_{21}} + \bar{p}_{12} * \bar{p}_{20} z^{\bar{r}_{12} + \bar{r}_{20}} + \\ &\bar{p}_{11} * \bar{p}_{21} z^{\bar{r}_{11} + \bar{r}_{21}} + \bar{p}_{11} * \bar{p}_{21} z^{\bar{r}_{11} + \bar{r}_{21}} + \\ &\bar{p}_{10} * \bar{p}_{21} z^{\bar{r}_{10} + \bar{r}_{21}} + \bar{p}_{10} * \bar{p}_{20} z^{\bar{r}_{10} + \bar{r}_{20}} \\ u_{1,2}(z) &= u'_1(z) \oplus u'_2(z) + \\ &\left[1 - \prod_{k=1}^2 (1 - p_k(0'))\right] z^c \end{aligned}$$



1~4: 元件
图 3 数据传输系统

表 1 系统元件状态及其概率分布

元件 编号	状态 2		状态 1		状态 0(覆盖失效)		状态 0'(未覆盖失效)	
	$\bar{p}_{j2}$	带宽/ Mb · s ⁻¹	$\bar{p}_{j1}$	带宽/ Mb · s ⁻¹	$\bar{p}_{j0}$	带宽/ Mb · s ⁻¹	$\bar{p}_{j0'}$	带宽/ Mb · s ⁻¹
1	(0.75,0.76,0.77)	1.5	(0.13,0.14,0.15)	(0.9,1,1.1)	(0.05,0.06,0.07)	0	0.04	0
2	(0.89,0.90,0.91)	2.0			(0.08,0.09,0.1)	0	0.01	0
3	(0.75,0.77,0.79)	1.5	(0.02,0.03,0.04)	(0.9,1,1.1)	(0.19,0.20,0.21)	0		
4	0.95	4.0			0.05	0		

步骤3 元件1、2和元件3是冗余结构,其性能为元件1、2和元件3的最大值

$$u_{1,2,3} = \max(u_{1,2}(z), u_3(z))$$

步骤4 子系统1和子系统2为串行结构,其性能为子系统1和子系统2性能的最小值

$$u_{1,2,3,4} = \min(u_{1,2,3}, u_4)$$

步骤5 将模糊发生函数解模糊化后可表示为

$$u_{1,2,3,4} = 0.65016z^{3.5} + 0.11995z^3 + 0.05153z^2 + 0.46641z^{1.5} + 0.017443z^1 + 0.084588z^0$$

步骤6 计算多状态系统的可靠性,系统性能需求为2 Mb/s,根据式(1)可得该系统的可靠性为

$$R = 0.65016 \times 1 + 0.11995 \times 1 + 0.05153 \times 1 + 0.46641 \times 0 + 0.017443 \times 0 + 0.084588 \times 0 = 0.82164$$

4 结论

本文提出了一种基于模糊发生函数法的不完全覆盖模糊多状态系统可靠性的计算方法.与已有的算法相比,该方法对系统状态及其概率分布的分析结果更加准确.实例表明,采用不完全覆盖和系统模型分离的方法,能有效地分析不完全覆盖的模糊多状态系统,同时有利于计算机编程,从而减小了算法的计算工作量.由于系统还具有其他的失效模式,以及元件的可维修性等特点,因此是今后的主要研究方向.

参考文献:

- [1] HUANG Jinsheng, ZUO M J. Dominant multi-state systems [J]. IEEE Trans Reliability, 2004, 53(3): 362-368.
- [2] 高鹏,谢里阳.基于改进发生函数方法的多状态系统可靠性分析[J].航空学报,2010,31(5): 934-939.
GAO Peng, XIE Liyang. Reliability analysis of multi-state systems based on improved universal generating function [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(5): 934-939.
- [3] XING Liudong. A new decision-diagram-based method for efficient analysis on multistate systems [J]. IEEE Trans Dependable and Secure Computing, 2009, 6(3): 161-174.
- [4] LEVITIN G. Reliability evaluation for acyclic transmission networks of multi-state elements with delays [J]. IEEE Trans Reliability, 2003, 52(2): 231-237.
- [5] ZANG Xinyu, WANG Dazhi, SUN Hairong, et al. A BDD-based algorithm for analysis of multistate systems with multistate components [J]. IEEE Trans Computers, 52(12): 1608-1618.
- [6] DING Yi, ZUO M J. Fuzzy multi-state systems: general definitions and performance assessment [J]. IEEE Trans Reliability, 2008, 57(4): 589-594.
- [7] LIU Yu, HUANG Hongzhong, LEVITIN G. Reliability and performance assessment for fuzzy multi-state elements [J]. Risk and Reliability, 2008, 22(4): 675-686.
- [8] LEVITIN G. Optimal structure of multi-state systems with uncovered failures [J]. IEEE Trans Reliability, 2008, 57(1): 140-148.
- [9] CHANG Y R, AMARI S V, KUO S Y. OBDD-based evaluation of reliability and importance measures for multistate systems subject to imperfect fault coverage [J]. IEEE Trans Dependable and Secure Computing, 2005, 2(4): 336-347.
- [10] SHRESTHA A, XING Liudong, AMARI S V. Reliability and sensitivity analysis of imperfect coverage multi-state systems [C]//Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium, San Jose, California, USA: RAMS, 2010: 25-28.
- [11] DING Yi, LISNIANSKI A. Fuzzy universal generating functions for multi-state system reliability assessment [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2008, 159: 307-324.
- [12] YAO Jingshing, SU J S, SHIH T S. Fuzzy system reliability analysis using triangular fuzzy numbers based on statistical data [J]. Information Science and Engineering, 2008(24): 1521-1535.
- [13] YAO Jingshing, WU K. Ranking fuzzy numbers based on decomposition principle and signed distance [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 116(2): 275-288.
- [14] AMARI S V, DUGAN J B, MISRA R B. A separable method for incorporating imperfect fault-coverage into combinatorial models [J]. IEEE Trans Reliability, 1999, 48(3): 267-274.

(编辑 管咏梅 武红江)