

非均匀耦合传输线瞬态响应灵敏度的分析方法

郭兴昕¹, 赵进全¹, 白辽江², 张丹阳¹

(1. 西安交通大学电气工程学院, 710049, 西安; 2. 天水长城电器试验研究所, 741018, 甘肃天水)

摘要: 针对具有非线性负载的非均匀耦合传输线瞬态响应灵敏度分析困难的问题, 提出了一种采用快速傅里叶变换的灵敏度分析方法——傅里叶变换法. 该方法首先采用分段法将非均匀传输线均匀化, 得到用无穷级数表示的非均匀传输矩阵, 再通过对具有非线性负载的耦合传输线系统进行戴维宁等效, 减少了瞬态响应非线性方程组数目, 加快了计算的收敛速度, 最后借助快速傅里叶变换得出时域内的传输线瞬态响应灵敏度. 傅里叶变换分析法无需对耦合传输线进行解耦, 能够分析任意类型传输线及任意负载. 算例结果表明, 在传输线分段数相同时, 傅里叶变换法较微扰法的计算速度更快, 当分段数大于16时, 计算速度能提高37%以上.

关键词: 非均匀耦合传输线; 瞬态响应灵敏度; 非线性负载

中图分类号: TN811 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)08-0072-04

Sensitivity Analysis of the Transient Response of Nonuniform Coupled Transmission Lines

GUO Xingxin¹, ZHAO Jinqun¹, BAI Liaojiang², ZHANG Danyang¹

(1. School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. Tianshui Changcheng Electric Apparatus Testing Research Institute, Tianshui Gansu, 741018, China)

Abstract: Since the sensitivity of nonuniform coupled transmission lines with nonlinear loads is hard to analyze, a new method based on fast Fourier transform is proposed. Nonuniform transmission matrices expressed by infinite series form are derived by applying the piecewise decomposition technique. Based on the Thevenin's transmission equivalent network, the number of nonlinear equations of transient response is reduced, and the convergence performance is improved. The sensitivity of the transient response of transmission lines is finally obtained by employing the inverse fast Fourier transform. The proposed method can analyze all kinds of transmission lines and avoid complicated decoupled operations. Experimental results show that when the numbers of subsections are the same, the speed of the proposed method is faster than that of the perturbation method; and that the computing speed is increased by above 37% when the number of the subsections is more than 16.

Keywords: nonuniform coupled transmission lines; sensitivity of transient response; nonlinear load

随着芯片集成度和工作频率的提高以及电路尺寸的减小, 高速 VLSI 中的传输线效应(如信号延时、畸变等)越来越明显, 严重地可使电路无法正常工作, 因此对传输线瞬态响应进行灵敏度分析, 寻找影响传输线效应的主要因素, 为系统优化设计提供

依据, 已成为一项重要的研究工作.

传输线瞬态响应灵敏度分析方法主要有时域法、频域法和微扰法. 时域法如微分求积法^[1], 很难处理传输线频变参数问题. 频域法有拉氏逆变换法^[2]、伴随网络法^[3-4]等, 这些方法难以分析端接非

线性负载的传输线。微扰法是一种计算灵敏度的近似方法,根据扰动量来计算瞬态响应灵敏度,如果扰动量大则计算误差大,而扰动量太小又要求电路的模拟精度高^[5]。

本文提出了一种采用快速傅里叶变换来分析非均匀耦合传输线瞬态响应灵敏度的方法——傅里叶变换法。本文方法通过求解传输线的传输矩阵和瞬态响应即可获得瞬态响应灵敏度,不需要对耦合传输线进行解耦,就可以分析任意类型的传输线及负载。算例结果表明了本文方法较微扰法的运算速度更快。

1 有损耦合传输线灵敏度分析

由多导体耦合均匀传输线频域电报方程^[6]得

$$\begin{bmatrix} U_i & I_i \end{bmatrix}^T = \mathbf{T} \begin{bmatrix} U_o & I_o \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

式中: U_i 、 I_i 、 U_o 、 I_o 分别为传输线输入、输出端口的电压和电流; $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}$ 为传输矩阵,其中 $\mathbf{A} = \cosh(\gamma l)\mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \sinh(\gamma l)\mathbf{Z}_c$, $\mathbf{C} = \mathbf{Z}_c^{-1}\sinh(\gamma l)$, $\mathbf{D} = \mathbf{Z}_c^{-1}\cosh(\gamma l)\mathbf{Z}_c$, $\mathbf{E}$ 为单位矩阵, l 为传输线长度, $\gamma = (\mathbf{ZY})^{1/2}$, $\mathbf{Z}_c = (\mathbf{ZY}^{-1})^{1/2}$, $\mathbf{Z} = \mathbf{R} + j\omega\mathbf{L}$, $\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\omega\mathbf{C}$, $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{L}$ 、 $\mathbf{G}$ 、 $\mathbf{C}$ 分别为耦合传输线单位长度的分布电阻、电感、电导和电容。

式(1)对电路参数 p 求导,得

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial U_i}{\partial p} & \frac{\partial I_i}{\partial p} \end{bmatrix}^T = \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial p} \begin{bmatrix} U_o & I_o \end{bmatrix}^T + \mathbf{T} \begin{bmatrix} \frac{\partial U_o}{\partial p} & \frac{\partial I_o}{\partial p} \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

由式(2)可见,求解传输线瞬态响应灵敏度的关键在于求解 $\partial \mathbf{T} / \partial p$ 以及传输线瞬态响应。

2 非均匀传输线 $\partial \mathbf{T} / \partial p$ 的求解

将非均匀传输线进行 m 等分,每一部分可近似为一段长为 h ($h=l/m$) 的均匀传输线。

根据电路理论^[7]

$$\begin{bmatrix} U_1 & I_1 \end{bmatrix}^T = \mathbf{T}_1 \begin{bmatrix} U_2 & I_2 \end{bmatrix}^T = \cdots = \prod_{k=1}^m \mathbf{T}_k \begin{bmatrix} U_{m+1} & I_{m+1} \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

式中: U_j 、 I_j ($j=1,2,\dots,m+1$) 为传输线长度为 $(j-1)h$ 处的电压和电流; $\prod_{k=1}^m \mathbf{T}_k$ 为非均匀传输线的传输矩阵,其中 $\mathbf{T}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_k & \mathbf{B}_k \\ \mathbf{C}_k & \mathbf{D}_k \end{bmatrix}$ ($k=1,2,\dots,m$) 为第 k 段均匀传输线的传输矩阵。

非均匀传输线 $\partial \mathbf{T} / \partial p$ 可以表示为

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial p} = \frac{\partial \left(\prod_{k=1}^m \mathbf{T}_k \right)}{\partial p} = \sum_{k=1}^m \left(\left(\prod_{j=1}^{k-1} \mathbf{T}_j \right) \frac{\partial \mathbf{T}_k}{\partial p} \left(\prod_{j=k+1}^m \mathbf{T}_j \right) \right) \quad (4)$$

利用 $\mathbf{A}_k$ 、 $\mathbf{B}_k$ 、 $\mathbf{C}_k$ 、 $\mathbf{D}_k$ 的级数展开式^[8]对 p 求偏导数,得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{A}_k}{\partial p} &= \sum_{j=1}^{+\infty} \frac{1}{(2j-2)!} \frac{\partial ((\mathbf{Z}_k \mathbf{Y}_k h^2)^{j-1})}{\partial p} \\ \frac{\partial \mathbf{B}_k}{\partial p} &= \sum_{j=1}^{+\infty} \frac{1}{(2j-2)!} \frac{\partial ((\mathbf{Z}_k \mathbf{Y}_k h^2)^{j-1} \mathbf{Z}_k h)}{\partial p} \\ \frac{\partial \mathbf{C}_k}{\partial p} &= \sum_{j=1}^{+\infty} \frac{1}{(2j-2)!} \frac{\partial ((\mathbf{Y}_k h (\mathbf{Z}_k \mathbf{Y}_k h^2)^{j-1})}{\partial p} \\ \frac{\partial \mathbf{D}_k}{\partial p} &= \sum_{j=1}^{+\infty} \frac{1}{(2j-2)!} \frac{\partial ((\mathbf{Y}_k \mathbf{Z}_k h^2)^{j-1})}{\partial p} \end{aligned}$$

3 具有非线性负载的传输线瞬态响应灵敏度

传输线非线性负载的伏安特性一般只能在时域给出

$$i_o(t) = f(u_o(t)) \quad (5)$$

式(1)两边做傅氏逆变换,得

$$\left. \begin{aligned} u_i(t) &= \mathbf{A}(t) * u_o(t) + \mathbf{B}(t) * i_o(t) \\ i_i(t) &= \mathbf{C}(t) * u_o(t) + \mathbf{D}(t) * i_o(t) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: $u_i(t)$ 、 $i_i(t)$ 、 $u_o(t)$ 、 $i_o(t)$ 分别是 U_i 、 I_i 、 U_o 、 I_o 的傅氏逆变换; $\mathbf{A}(t)$ 、 $\mathbf{B}(t)$ 、 $\mathbf{C}(t)$ 、 $\mathbf{D}(t)$ 分别是 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{D}$ 的傅氏逆变换;* 表示卷积运算。

显然,对于具有非线性负载的传输线瞬态响应,需要求解包含 4 个卷积运算的非线性方程组,需用数值方法在各时间取样点上依次迭代求解,因含有较多的卷积运算,求解过程比较复杂,且容易受时间取样点步长的影响,算法的稳定性与精度不易保证。

图 1a 为具有非线性负载的传输线频域系统,图中 U_s 为激励源电压, $\mathbf{Z}_1$ 为输入端阻抗。由式(1)可知,传输线输入与输出端口的电压和电流之间具有线性关系,为了简化问题的分析,对图 1a 所示电路进行戴维宁等效,等效电路如图 1b 所示。图中 U_{oc} 为输出端口的开路电压, $\mathbf{Z}_{eq}$ 为输出端口的输入阻抗,即

$$\begin{aligned} U_{oc} &= (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C})(\mathbf{E} + \mathbf{Z}_1\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{U}_s \\ \mathbf{Z}_{eq} &= (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C})(\mathbf{E} + \mathbf{Z}_1\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C})^{-1}(\mathbf{E} + \mathbf{Z}_1\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A})(\mathbf{D}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A} - \mathbf{C})^{-1} \end{aligned}$$

由图 1b 可得

$$U_o = U_{oc} - \mathbf{Z}_{eq} I_o \quad (7)$$

式(7)两边进行傅氏逆变换,得

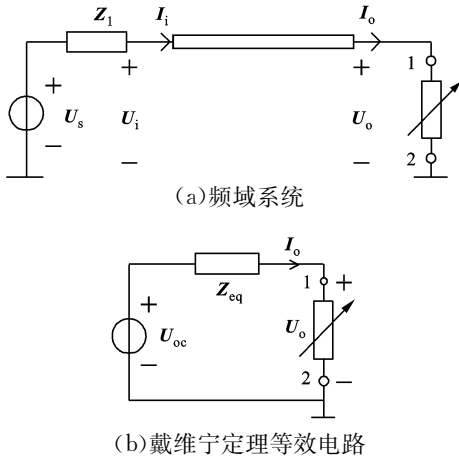


图1 具有非线性负载的传输线系统及其等效电路

$$u_o(t) = u_{oc}(t) - z_{eq}(t) * i_o(t) \quad (8)$$

由式(5)、式(8)得

$$u_o(t) = u_{oc}(t) - z_{eq}(t) * f(u_o(t)) \quad (9)$$

式(9)是仅含一个卷积运算的非线性方程,瞬态响应的求解过程相对简单。

由式(2)、式(4)、式(9)得

$$q_1(t) + q_2(t) * \frac{\partial u_o(t)}{\partial p} + q_3(t) * \frac{\partial i_o(t)}{\partial p} = 0 \quad (10)$$

式中: $q_1(t)$ 为 $\left(\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial p} + \mathbf{Z}_1 \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial p} \right) \mathbf{U}_o + \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial p} + \mathbf{Z}_1 \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial p} \right) \mathbf{I}_o \right)$ 的傅氏逆变换; $q_2(t)$ 、 $q_3(t)$ 分别为 $(\mathbf{A} + \mathbf{Z}_1 \mathbf{C})$ 和 $(\mathbf{B} + \mathbf{Z}_1 \mathbf{D})$ 的傅氏逆变换。

求解式(10)即可得到传输线输出电压瞬态响应对电路参数 p 的灵敏度 $\frac{\partial u_o(t)}{\partial p}$ 。

4 算例实验

采用如图2所示的传输线系统^[9],图中 u_s 为激励源电压,非线性负载的伏安特性为 $i = 10(e^{40u_n} - 1)$,传输线参数为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ 0 & R_{22} & 0 \\ 0 & 0 & R_{33} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L(x) & L_\mu(x) & 0 \\ L_\mu(x) & L(x) & L_\mu(x) \\ 0 & L_\mu(x) & L(x) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C(x) & C_\mu(x) & 0 \\ C_\mu(x) & C(x) & C_\mu(x) \\ 0 & C_\mu(x) & C(x) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{0} \text{ S/m}; R_{11} = R_{22} = R_{33} = 1.2 \text{ } \Omega/\text{m}$$

$$L(x) = \frac{387}{1 + K_1(x)}; L_\mu(x) = K_1(x)L(x)$$

$$K_1(x) = 0.1 \left(1 + 0.6 \sin \left(\pi x + \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$C(x) = \frac{104.13}{1 - K_2(x)}; C_\mu(x) = -K_2(x)C(x)$$

$$K_2(x) = 0.15 \left(1 + 0.6 \sin \left(\pi x + \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

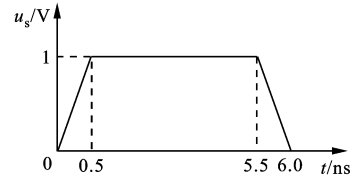


图2(a) 激励源波形

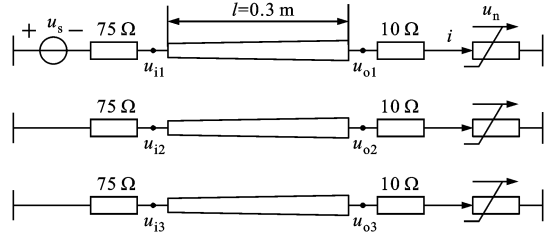
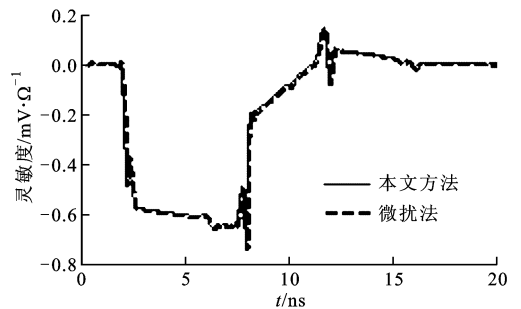
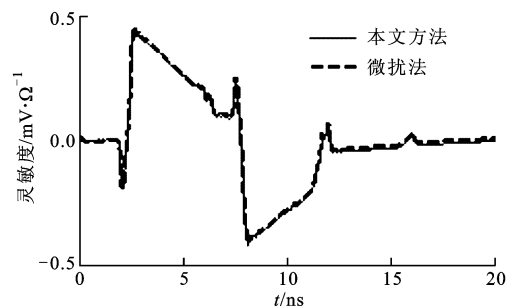


图2(b) 非均匀耦合传输线等效电路

图2 具有非线性负载的非均匀耦合传输线系统

限于篇幅,这里仅给出采用本文方法与微扰法(0.01%扰动量)计算出的传输线输出电压瞬态响应 u_{o1} 、 u_{o2} 、 u_{o3} 对电路参数 R_{11} 的灵敏度,如图3~图5所示,其中传输线分段数 $m = 16$,时间步长 $\Delta t = 0.1 \text{ ns}$ 。

图3 u_{o1} 对 R_{11} 的灵敏度图4 u_{o2} 对 R_{11} 的灵敏度

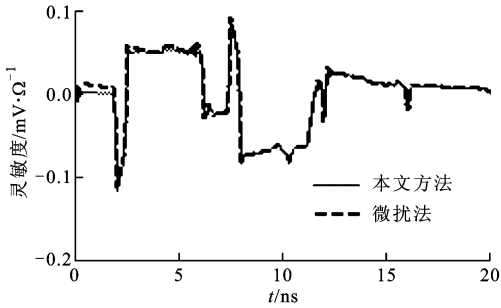


图 5 u_{o3} 对 R_{11} 的灵敏度

采用本文方法与微扰法计算运行所需的时间如表 1 所示。

由表 1 可见,当分段数相同时,本文方法的计算速度更快,当分段数大于 16 时,计算速度至少提高了 37%。

表 1 微扰法和本文方法的比较

m	运行时间/s	
	微扰法	本文方法
16	47.027	29.702
32	84.582	47.989
64	163.385	86.815

5 结束语

本文的傅里叶变换法采用分段方法将非均匀传输线均匀化,并对传输线系统进行戴维宁等效,通过求解瞬态响应和传输矩阵即可获得传输线瞬态响应灵敏度。本文方法简化了非均匀传输线的分析过程,当端接非线性负载时减少了非线性方程组数目,能够分析任意类型的传输线及任意负载,并且不需要对耦合传输线进行解耦,大大提高了分析的效率和精度。

参考文献:

[1] 吉小鹏,葛龙,王执铨. 基于微分求积法的互连线灵敏度分析[J]. 信息与控制, 2008, 37(5):534-538.
JI Xiaopeng, GE Long, WANG Zhiqian. Differential quadrature method based sensitivity analysis of interconnect lines [J]. Information and Control, 2008, 37 (5):534-538.

[2] LUM S, NAKHLA M, ZHANG Qijun. Sensitivity analysis of lossy coupled transmission lines with non-linear terminations [J]. IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques, 1994, 42(4):607-615.

[3] 梁贵书,王勇,董华英. 含无损耗指数传输线网络的频域灵敏度分析[J]. 华北电力大学学报, 2006, 33(1): 7-9.
LIANG Guishu, WANG Yong, DONG Huaying. Research on frequency-domain sensitivity of lossless exponential transmission line network [J]. Journal of North China Electric Power University, 2006, 33(1): 7-9.

[4] 吉长祜,董华英,梁贵书. 确定非均匀传输线网络时域灵敏度的伴随网络法[J]. 电网技术, 2007, 31(21): 41-45.
JI Changhu, DONG Huaying, LIANG Guishu. Adjoint network method of time-domain sensitivity of the networks containing nonuniform transmission lines [J]. Power System Technology, 2007, 31(21):41-45.

[5] 陈建华,毛军发,王德东,等. 时域有耗传输线灵敏度分析的一种新方法[J]. 上海交通大学学报, 2002, 36 (9):1276-1279.
CHEN Jianhua, MAO Junfa, WANG Dedong, et al. A novel method for sensitivity analysis of lossy transmission lines in time-domain [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2002, 36(9):1276-1279.

[6] 徐宝强. 微波电子线路[M]. 北京:国防工业出版社, 2006.

[7] 邱关源电路.[M]. 北京:高等教育出版社, 1999.

[8] MAO Junfa, LI Zhengfan. Analysis of the time response of nonuniform multiconductor transmission lines with a method of equivalent cascaded network chain [J]. IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques, 1992, 40(5): 948-954.

[9] 辛丙松,赵进全,杨拴科. 基于精细积分法的耦合传输线瞬态响应分析[J]. 光纤与电缆及其应用技术, 2005 (1):15-17.
XIN Bingsong, ZHAO Jinquan, YANG Shuanke, et al. Transient analysis of coupled transmission lines with precise integration method [J]. Optical Fiber & Electric Cable and Their Applications, 2005(1):15-17.

[10] GAD E, NAKHLA M. An efficient algorithm for sensitivity analysis of nonuniform transmission lines [J]. IEEE Trans on Advanced Packaging, 2005, 28(2): 197-208.

[11] GAD E, NAKHLA M. Simulation and sensitivity analysis of nonuniform transmission lines using integrated congruence transform [J]. IEEE Trans on Advanced Packaging, 2005, 28(1):32-44.

(编辑 刘杨)