

排污权期权价值评估模型研究

孙卫¹, 李寿德², 胡巍², 唐树岚¹

(1. 西安交通大学管理学院, 710049, 西安; 2. 上海交通大学管理学院, 200052, 上海)

摘要: 应用实物期权理论, 尝试建立的排污权期权价值评估模型, 给出了关于时间、购买排污权支出等排污权期权价值解析表达式. 利用此解析表达式, 不仅可以帮助厂商分析和评估所要购买的排污权期权价值, 还有助于厂商做出是否购买排污权的科学决策. 当排污权的期权价格小于当前市场价格、排污权期权价值为零时, 厂商会选择放弃购买排污权, 而当排污权的期权价格高于当前市场价格时, 厂商会购买排污权, 但其获得的排污权期权价值则取决于排污权的期权价格高于当前价格的程度.

关键词: 排污权; 实物期权; 价值评估; 模型

中图分类号: F224 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)01-0106-04

Emission Permits Option Value Evaluation Model

Sun Wei¹, Li Shoude², Hu Wei², Tang Shulan¹

(1. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China)

Abstract: An emission permits option value evaluation model is developed based on the real option theory, and the mathematical model expression is given according to the time and manufacturer expenditures, which can help the manufacturers to analyze and evaluate the emission permits option value, and to make the scientific decisions to buy the emission permit or not. The manufacturer will not buy the emission permit because the emission permits option value reaches to zero if the option price of emission permits is higher than the present price of emission permits, otherwise, the manufacturer will buy the emission permit as the option value of emission permits is dependent on the price space between the option price and the present price of emission permits.

Keywords: emission permits; real option; value evaluation; model

期权实质上是赋予期权持有者一段时间, 使其能够在这段时间内充分利用所能获取的信息, 以降低对未来状况不确定性的程度, 从而做出更加合理的决策. 因此, 期权的价值反映了在某一段时间内所能获取信息的价值, 因而在决策活动过程中必须对这一价值进行合理度量. Fisher 和 Merton^[1]最先对金融期权价值进行了探讨, 由于许多决策问题完全可以运用期权思想进行表述, 因此期权的应用从以金融资产为标的(金融期权)拓展到以非金融资产为标的(实物期权). 目前, 实物期权不但应用于企业投

资决策、企业价值评估、R&D 项目评估、无形资产定价以及保险合同的定价等领域, 而且期权定价模型已被用于确定政府津贴的支出, 包括对农产品价格的补贴等, 也用于附有诸如税收或渔业许可证的价值评估, 以及政府改变这些配额权力的价值评估^[2]、离岸石油租赁合同的价值评估^[3]和农业污染的防治^[4].

排污权是由管制者对环境的所有权而派生出的一种他物权, 拥有了排污权就等于拥有了一定量的使用环境净化能力的权利, 这种权利的总量自然是

有限的,当排污权以某种方式初始分配给厂商之后,新进入的厂商要想进行生产,就只能从排污权交易市场上购买必要的排污权^[5].因此,只有厂商正确地评估排污权的价值,才能做出是否购买的最佳决策.近年来,理论界关于排污权交易问题,主要涉及排污权的市场势力、激励机制、交易成本、不协调行为等方面^[6],并且通过建立多目标决策、Black-Scholes 期权定价模型等方法,来研究初始排污权的分配问题^[7-8].

由于排污权具有归属分配和实际使用并非发生在同期的特性,或者说是具备期货或期权等金融衍生产品的某些特性,因此可以将实物期权理论尝试引入排污权交易定价.实物期权理论引入排污权交易,保留了免费分配下初期投入成本较小的特点,保证了厂商合法排污的权利,并且使排污权交易的具体操作更具灵活性和柔性,还能够确保得到初始排污权的厂商在期权合约的期限内拥有排污权的所属权,但不拥有排污权的永久占有权.当排污权期权合约到期后,厂商将排污权转交给环保部门或与环保部门续签排污权的合同,从而避免了厂商对环境资源形成垄断地位,同时也实现了厂商行使环境资源的使用权和转让权.在厂商进行排污权的购买决策时,该理论能够为厂商提供排污权的最佳购买时机,从而在购买排污权交易上实现价值的最大化.

由于欧式看涨期权与美式看涨期权除了边界条件不同外,其余都能满足同类衍生证券微分方程,因此本文利用它们且应用实物期权理论,尝试建立了排污权的期权价值评估模型,试图给出关于时间、购买排污权的支出等排污权期权价值的解析表达式,以便于厂商据此做出最优的排污权购买决策.

1 基本模型

按照实物期权理论^[9-11],假定排污权的期权价格和排污权的当前价格为不同的随机过程,并分别用 v 和 c 来表示.排污权的当前价格相当于厂商购买一个单位排污权期权的实际支出,这一价格的制定应当基于对未来排污权期权执行时,社会治理单位污染平均成本的估计和预测.厂商在不同的时间购买排污权, v 和 c 可能是不同的,假定 v 和 c 的变化分别服从下面的几何布朗运动

$$\frac{dv}{dt} = (r - \lambda_v)dt + \sigma_1 dz_v \quad (1)$$

$$\frac{dc}{dt} = (r - \lambda_c)dt + \sigma_2 dz_c \quad (2)$$

式中: r 为无风险利率; λ_v 和 λ_c 分别是满足风险中性时 v 和 c 的期望增长率低于无风险利率的部分, λ_v 也可称为 v 的市场风险价值, λ_c 可称为 c 的市场风险价值; σ_1 和 σ_2 分别表示排污权期权价格和排污权的当前价格的波动率; dz_v 与 dz_c 分别是满足风险中性时 v 和 c 在等价的鞅测度下的维纳过程增量,并且 dz_v 可能与 dz_c 相关,记 dz_v 与 dz_c 的瞬间相关系数为 ρ ,即 $\text{cov}(dz_v, dz_c) = \rho$.

厂商购买排污权的期权价值记为 $f(v, c, t)$, t 为厂商购买排污权期权的时期.厂商购买排污权可以看成是美式购买期权,其执行价是厂商初始购买排污权的支出 c .厂商购买排污权的最大可推迟时间为 T ,如果到 T 时厂商还没有购买排污权,此时只要 v 大于 c ,厂商就可购买排污权,否则就放弃购买排污权的机会, T 是购买排污权的有效期,相当于期权的有效期.厂商的决策就是要寻求排污权的最佳购买时机,以便在 t 时期厂商购买排污权的期权价值最大化,即

$$\max[f(v, c, t), 0] = v(t) - c(t) \quad (3)$$

根据伊藤引理,可得到关于排污权期权的价值为

$$df = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} dv^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial c} dv dc + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial c^2} dc^2 + \frac{\partial f}{\partial v} dv + \frac{\partial f}{\partial c} dc + \frac{\partial f}{\partial t} dt = 0 \quad (4)$$

利用随机动态规划方法,把式(1)、式(2)和式(3)代入贝尔曼优化基本方程,可得到 $f(v, c, t)$ 满足的方程为

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \sigma_1^2 v^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial c} \sigma_1 \sigma_2 v c + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial c^2} \sigma_2^2 c^2 + (r - \lambda_v) v \frac{\partial f}{\partial v} + (r - \lambda_c) c \frac{\partial f}{\partial c} + \frac{\partial f}{\partial t} - rf = 0 \quad (5)$$

边界条件为

$$\frac{\partial f}{\partial v} = 0, \frac{\partial f}{\partial c} = 0 \quad (6)$$

$$f(v, c, T) = v(t) - c(t) \quad (7)$$

$$f(0, c, t) = 0, f(v, \infty, t) = 0 \quad (8)$$

一般可假定 $z_v(t)$ 和 $z_c(t)$ 之间相互独立, $\rho=0$, 因此可以得到如下简化的方程

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \sigma_1^2 v^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial c^2} \sigma_2^2 c^2 + (r - \lambda_v) v \frac{\partial f}{\partial v} + (r - \lambda_c) c \frac{\partial f}{\partial c} + \frac{\partial f}{\partial t} - rf = 0 \quad (9)$$

2 模型的解

在式(9)中,令

$$\theta = v/c, \varphi(\theta, t) = \frac{f(v, c, t)}{c} \quad (10)$$

把式(10)代入式(9),得到

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)\theta^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + (\lambda_c - \lambda_v)\theta \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} - \lambda_c \varphi = 0 \quad (11)$$

在式(10)的变换条件下,式(9)转化为关于 (θ, t) 的一个标准的欧式期权定价问题,由此得到

$$\varphi(\theta, t) = \theta e^{-\lambda_v(T-t)} N(\tilde{d}_1) - c e^{-\lambda_c(T-t)} N(\tilde{d}_2) \quad (12)$$

$$\tilde{d}_1 = \frac{\ln \theta + [\lambda_c - \lambda_v + 1/2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)](T-t)}{[(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)(T-t)]^{1/2}}$$

$$\tilde{d}_2 = \tilde{d}_1 - [(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)(T-t)]^{1/2}$$

在式(12)中, $N(\tilde{d}_i)$ 表示服从标准正态分布的变量 ξ 取值小于 $\tilde{d}_i$ 的概率,即 $p(\xi < d_i), i=1, 2$.

由变换式(10)的逆变换,得到满足式(9)的同类欧式看涨期权的估价为

$$f_e = v e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1) - c e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2) \quad (13)$$

$$d_1 = \frac{\ln(v/c) + [\lambda_c - \lambda_v + 1/2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)](T-t)}{[(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)(T-t)]^{1/2}}$$

$$d_2 = d_1 - [(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)(T-t)]^{1/2}$$

用 $u(v, c, t)$ 表示满足式(9)的同类美式期权和欧式期权的价格之差,即

$$u(v, c, t) = f(v, c, t) - f_e(v, c, t) \quad (14)$$

由于美式期权和欧式期权是按期权的执行时间不同而划分的,美式期权在到期日前的任何时候或在到期日都可以执行合同,结算日则是在履约日之后的1 d或2 d,大多数的美式期权合同允许持有人在交易日到履约日之间随时履约,但也有一些合同规定一段比较短的时间可以履约. 欧式期权要求其持有者只能在到期日履行合同,结算日是履约后的1 d或2 d. 因此,同类美式期权和欧式期权都同样满足二阶偏微分方程(9),因此有

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial v^2} \sigma_1^2 v^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial c^2} \sigma_2^2 c^2 + (r - \lambda_v) \frac{\partial u}{\partial v} + (r - \lambda_c) \frac{\partial u}{\partial c} + \frac{\partial u}{\partial t} - ru = 0 \quad (15)$$

为了计算方便,在式(15)中,作如下数学变换,得到

$$\left. \begin{aligned} u(v, c, t) &= h(\tau) g(v, c, h), h(\tau) = 1 - e^{-\tau} \\ \tau &= T - t \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

考虑到当 $\tau \rightarrow \infty$ 时, $1 - h \rightarrow 0$; 当 $\tau \rightarrow 0$ 时, $\frac{\partial g}{\partial h} \rightarrow 0$, 因此把式(16)变换后代入式(15)可以整理得到

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial v^2} \sigma_1^2 v^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial c^2} \sigma_2^2 c^2 +$$

$$(r - \lambda_v) \frac{\partial g}{\partial v} + (r - \lambda_c) \frac{\partial g}{\partial c} - \frac{r}{h} g = 0 \quad (17)$$

式(17)解中的一种形式为 $g = k v^a c^b$, 其中 k, a, b 为待定系数. 把 $g = k v^a c^b$ 代入式(17)得到

$$\frac{1}{2} a(a-1) \sigma_1^2 + \frac{1}{2} b(b-1) \sigma_2^2 + (r - \lambda_v) a +$$

$$(r - \lambda_c) b - \frac{r}{h} = 0 \quad (18)$$

把式 $g = k v^a c^b$ 代入式(16)得到

$$u(v, c, t) = h(\tau) g(v, c, h) = h k v^a c^b \quad (19)$$

于是,有

$$f = f_e + h k v^a c^b \quad (20)$$

由式(20)和条件式(8)可得 $a > 0, b < 0$. 在厂商购买排污权的临界点 (v^*, c^*) 上, 根据式(3)与式(20), 有

$$\begin{aligned} f(v^*, c^*, t) &= v^* e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1) - \\ &c^* e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2) + h k (v^*)^a (c^*)^b = v^* - c^* \end{aligned} \quad (21)$$

从式(21)中可得待定系数为

$$k = [v^* - c^* - v^* e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1) + c^* e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2)] h^{-1} (v^*)^{-a} (c^*)^{-b}$$

因此有

$$\begin{aligned} f &= v e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1) - c e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2) + \\ &[v^* - c^* - v^* e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1) + \\ &c^* e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2)] (v^*)^{-a} (c^*)^{-b} v^a c^b \end{aligned} \quad (22)$$

根据式(6)和式(22), 有

$$\begin{aligned} &[1 - e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1)] v^* - \\ &[v^* - c^* - v^* e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1) + \\ &c^* e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2)] a = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} &[e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2) - 1] c^* - \\ &[v^* - c^* - v^* e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1) + \\ &c^* e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2)] b = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

合并式(23)和式(24)可得

$$\begin{aligned} &(a + b - 1) [1 - e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1)] \cdot \\ &[1 - e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2)] = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

在式(25)中, 由于 $[1 - e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1)] [1 - e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2)] \neq 0$, 因此有 $a + b = 1$. 把 $a + b = 1$ 代入式(18)得到

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{\sigma^2} \left\{ \left(\frac{1}{2} \sigma^2 - \lambda_c + \lambda_v \right) + \right. \\ &\left. \left[\left(\frac{1}{2} \sigma^2 - \lambda_c + \lambda_v \right)^2 + 2 \sigma^2 \left(\frac{r}{h} + \lambda_c - r \right) \right]^{1/2} \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

式中 $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$. 利用 $a + b = 1$ 且由式(23)、式(24)和式(25), 可解出

$$v^* = \frac{[1 - e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2)]a}{[1 - e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1)](a-1)} c^*$$

代入式(22)得出

$$f = ve^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1) - ce^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2) + [1 - e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1)]^a [1 - e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2)]^{1-a} (a-1)^{a-1} v^a c^{1-a} \quad (27)$$

因此,排污权期权价值模型的解析表达式可归纳为:

(1) 当 $v \leq c$ 时, $f(v, c, t) = 0$;

(2) 当 $c < v < \frac{[1 - e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2)]a}{[1 - e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1)](a-1)} c$ 时,

$$f(v, c, t) = ve^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1) - ce^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2) + [1 - e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1)]^a [1 - e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2)]^{1-a} \cdot (a-1)^{a-1} v^a c^{1-a};$$

(3) 当 $v \geq \frac{[1 - e^{-\lambda_c(T-t)} N(d_2)]a}{[1 - e^{-\lambda_v(T-t)} N(d_1)](a-1)} c$ 时,

$$f(v, c, t) = v - c.$$

3 结 论

本文应用实物期权理论建立了排污权期权价值的评估模型,并利用欧式与美式看涨期权除边界条件不同外,其余都满足同类衍生证券微分方程的特点,给出了排污权期权价值的关于时间、购买排污权的支出等的解析表达式.从这个解析式中可以看出,当给出某点 (v, c, t) 的具体值时,就可以计算出 t 时期厂商购买排污权的期权价值.厂商在购买排污权时,首先需要比较排污权的期权价格和排污权的当前价格,显然,如果 $v - c \leq 0$ 时,排污权的期权价值则为 0,所以厂商会选择放弃购买排污权,而当 $v - c \geq 0$ 时,厂商购买的排污权具有大于 0 的期权价值,其大小取决于排污权的期权价格大于排污权当前价格的程度.因此,本文中的解析式可以帮助厂商分析并评估所要购买的排污权的期权价值,从而有助于厂商做出是否购买排污权的科学决策.

参考文献:

- [1] Merton R C. Applications of option pricing theory: twenty-five years later[J]. American Economic Review, 1998, 88(3): 323-349.
- [2] Karpoff J M. Characteristics of limited entry fisheries

and the option component of entry licenses[J]. Land Economics, 1989, 65(4): 386-396.

- [3] Paddock J L, Siegel D R, Smith J L. Option valuation of claims on real assets: The case of offshore petroleum leases[J]. The Quarterly Journal of Economics, Cambridge, 1988, 103(3): 479-508.
- [4] Kampas A, White B. Selecting permit allocation rules for agriculture pollution control a bargaining solution [J]. Ecological Economics, 2003, 47(2/3): 135-147.
- [5] 陈德湖. 排污权交易理论及其研究综述[J]. 外国经济与管理, 2004, 26(5): 45-48.
- Chen Dehu. Reviews and theory of tradable emission permits [J]. Foreign Economics and Management, 2004, 26(5): 45-48.
- [6] 李寿德. 排污权交易产生的经济根源及其研究动态 [J]. 预测, 2003, 22(5): 1-5.
- Li Shoude. On study of tradable emission permits economic root and it's development trend [J]. Forecasting, 2003, 22(5): 1-5.
- [7] 李寿德, 黄桐城. 初始排污权分配的一个多目标决策模型[J]. 中国管理科学, 2003, 11(6): 40-44.
- Li Shoude, Huang Tongcheng. A multi-objectives decision model of initial emission permits allocation[J]. Chinese Journal of Management Science, 2003, 11(6): 40-44.
- [8] 施圣炜, 黄桐城. 期权机制 & 排污权交易的一种新尝试[J]. 生产力研究, 2005 (3): 60-62.
- Shi Shengwei, Huang Tongcheng. A new way for option mechanism and tradable emission permits[J]. Productivity Research, 2005(3): 60-62.
- [9] Dixit A K, Pindyck R S. Investment under uncertainty [M]. Princeton: Princeton University Press, 1994: 128-129.
- [10] 姜礼尚. 期权定价的数学模型和方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003: 214-216.
- [11] 范龙振, 唐国兴. 投资机会的价值与投资决策——几何布朗运动模型[J]. 系统工程学报, 1998, 13(3): 8-12.
- Fan Longzhen, Tang Guoxing. The value of investment opportunity and investment decision—geometric Brownian motion model[J]. Journal of Systems Engineering, 1998, 13(3): 8-12.

(编辑 管咏梅)