

采用广义混合最大相关熵准则扩展卡尔曼滤波算法的锂离子电池荷电状态估计

巫春玲^{1,2}, 赵玉冰^{1,2}, 耿莉敏^{1,2}, 徐先峰^{1,2}, 王溢波^{1,2}, 陈昊^{1,2}

(1. 长安大学能源与电气工程学院, 710064, 西安;

2. 长安大学陕西省交通新能源开发、应用与汽车节能重点实验室, 710064, 西安)

摘要: 为了解决非高斯噪声环境下荷电状态(SOC)估计不准确以及鲁棒性差等问题,提出一种基于广义混合最大相关熵准则的扩展卡尔曼滤波(GMMCC-EKF)算法。该算法利用两个广义高斯函数构成的核函数得到广义混合熵,继承了广义高斯核的灵活性,并通过统计线性化技术将状态误差和测量误差统一纳入代价函数,进而通过固定点迭代法获得非线性方程的最优估计,然后将广义混合最大相关熵准则与扩展卡尔曼滤波相结合,增强在非高斯噪声环境下的稳定性,提高对复杂数据处理的准确性。为了验证算法有效性,分别选用两种不同类型的锂离子电池,在动态应力测试(DST)工况及多种环境温度(10、25 和 40 °C)的新欧洲驾驶循环(NEDC)工况下对电池进行 SOC 估计。实验结果表明,在 25 °C 且均匀混合噪声环境下,对于 1 号电池,GMMCC-EKF 算法的估计精度相对于扩展卡尔曼滤波算法(EKF)和传统最大相关熵扩展卡尔曼滤波算法(MCC-EKF)分别提高了 90.1%和 83.9%;对于 2 号电池,估计精度分别提高了 72.4%和 47.4%,并且在 10、40 °C 环境下该算法仍展现出最优性能。对 1 号、2 号电池在 25 °C 且拉普拉斯混合噪声环境下进行 SOC 估计,GMMCC-EKF 算法相对于其他两种算法的估计精度也有显著提高。在给定初始值错误的情况下,GMMCC-EKF 算法能够快速收敛到真实值。所提算法具有较高的估计精度、良好的适应性和鲁棒性,可为非高斯噪声环境下的 SOC 估计提供有效解决方案。

关键词: 荷电状态估计;广义混合最大相关熵准则;扩展卡尔曼滤波;非高斯噪声

中图分类号: TM912 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202507016 **文章编号:** 0253-987X(2025)07-0159-11

State of Charge Estimation for Lithium-Ion Batteries Using a Generalized Mixture Maximum Correlation-Entropy Criterion-Based Extended Kalman Filter Algorithm

WU Chunling^{1,2}, ZHAO Yubing^{1,2}, GENG Limin^{1,2}, XU Xianfeng^{1,2},
WANG Yibo^{1,2}, CHEN Hao^{1,2}

(1. School of Energy and Electrical Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. Shaanxi Key Laboratory of New Transportation Energy and Automotive Energy Saving, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: To address the challenges of inaccurate state of charge (SOC) estimation and poor robustness in non-Gaussian noise environments, an extended Kalman filter algorithm based on the generalized mixed maximum correntropy criterion (GMMCC-EKF) is proposed. The algorithm employs

a kernel function composed of two generalized Gaussian functions to derive the generalized mixed correntropy, inheriting the flexibility of generalized Gaussian kernels. Through statistical linearization techniques, both state errors and measurement errors are incorporated into a unified cost function, and the optimal estimation of nonlinear equations is obtained via fixed-point iteration. By integrating the generalized mixed maximum correntropy criterion with the extended Kalman filter, the algorithm enhances stability in non-Gaussian noise environments and improves accuracy in processing complex data. To validate the algorithm's effectiveness, two different types of lithium-ion batteries are tested under dynamic stress test (DST) conditions and new European driving cycle (NEDC) conditions at various ambient temperatures (10 °C, 25 °C, and 40 °C). Experimental results demonstrate that at 25 °C under uniform mixed noise conditions, the GMMCC-EKF algorithm improves estimation accuracy by 90.1% and 83.9% compared to the conventional extended Kalman filter (EKF) and maximum correntropy criterion EKF (MCC-EKF), respectively, for No. 1 battery 1. Similarly, for No. 2 battery, accuracy improves by 72.4% and 47.4%. The algorithm also maintains superior performance at 10 °C and 40 °C. Under Laplacian mixed noise conditions at 25 °C, the GMMCC-EKF algorithm exhibits significant accuracy improvements for both No. 1 battery and No. 2 battery compared to the other two algorithms. Additionally, with erroneous initial values, the GMMCC-EKF algorithm rapidly converges to the true SOC. The proposed algorithm demonstrates high estimation accuracy, strong adaptability, and superior robust performance, providing an effective solution for SOC estimation in non-Gaussian noise environments.

Keywords: state of charge; generalized mixture maximum correlation-entropy criterion; extended Kalman filter; non-Gaussian noise

随着经济的发展,锂离子电池已经成为新能源汽车不可或缺的动力来源之一,锂离子电池具有能量密度大、循环寿命长等特点^[1]。电池的荷电状态(SOC)通常表示电池当前剩余容量占总可用电量的百分比^[2]。SOC作为电动汽车电池管理系统(BMS)的核心参数之一,通过测量和监测电池的充放电过程,延长电池的寿命以及提升车辆能效。然而,SOC往往无法直接测得,并且在电池充放电过程中具有时变性和动态非线性性,内部伴随着复杂的化学反应同时易受到环境温度、老化程度等因素的影响,使得其准确估计具有一定的挑战性^[3]。

根据现有文献可知,目前常用SOC估计方法主要分为按时积分法^[4-5]、开路电压法^[6-7]、数据驱动法^[8-9]和基于模型的方法^[10-11]。按时积分法是通过测量电池的充放电电流,并对该电流进行在时间上积分从而估算出电池的荷电状态,虽然简单易行,但容易产生误差累计;开路电压法是通过实验在静止状态下测量电池的端电压,且SOC具有非线性特性,虽然开路电压法不存在误差累计的问题,但是该方法在测量过程中需要将电池长时间静置以达到开路电压的稳定,这限制了SOC在线估计中的应用;

数据驱动法是通过历史数据和机器学习的方法来估算SOC,它可以处理复杂的非线性关系,这是传统物理模型难以实现的,但是该方法依赖于大量训练数据,如果数据不充分或者不准确,模型可能会出现过拟合的现象;基于模型的方法是通过构建电池的数学模型(如电化学模型、电化学阻抗模型或者等效电路模型),并利用这些模型与实时测量数据的结合来估算SOC。电化学模型(EM)^[12]具有模拟准确度高的优点,它能够细致地描述电池内部的电化学反应和动态行为,但是结构复杂,估计参数较多;电化学阻抗模型(EIM)^[13]结合了电化学阻抗谱技术,通过电路元件来描述电池的阻抗特性,并用来表征电池在不同频率下的动态响应,对于模拟电池动态特性良好,但其参数的获取需依赖于精密的测量设备,模型也较为复杂,难以进行实时应用;等效电路模型(ECM)^[14]是通过电阻、电容等基本电路元件来模拟电池的电化学行为,相比较之下,结构简单、不考虑电池的内部反应、易于在实际应用中实现。

近年来,众多的学者对电池SOC估计方法的研究进展与发展趋势进行了系统性综述,这些研究起

到了显著的推动作用^[15]。扩展卡尔曼滤波器(EKF)是一种经典的非线性滤波方法,通过将非线性函数泰勒展开并保留一阶线性项^[16],尽管 EKF 在处理非线性系统中表现良好,但它对非高斯噪声的处理效果不佳,可能会导致滤波效果不理想,状态估计的准确性降低。为改进 EKF 在非高斯噪声下的性能,引入了最大相关熵准则(MCC)的方法^[17],其核心思想是利用量测值中的高阶统计信息,通过构造核函数来优化滤波过程。目前,将 MCC 与卡尔曼滤波结合用于荷电状态估计的研究也比较多^[18-20],例如最大相关熵卡尔曼滤波(MCC-KF)、最大相关熵扩展卡尔曼滤波(MCC-EKF)、最大相关熵自适应扩展卡尔曼滤波(MCC-AEKF)等,它能在非高斯噪声环境中提高状态估计的精度和鲁棒性,但可能会增加运算时间,且在更复杂的噪声分布情况下,滤波性能可能会受到限制。

为了获得更准确的估计结果,文献[21-22]引入广义最大相关熵准则(GMCC),该准则能够自由改变核函数的形状,具有显著的灵活性和适应性,但是在许多实际情况下,数据属性的分布往往是复杂的,因此学者们提出了混合相关熵的概念,通过结合不同类型的高斯函数来实现^[23-24]。针对上述问题,为了进一步改进 MCC 或 GMCC 在复杂情况下的表现,文献[25-26]提出了广义混合最大相关熵准则(GMMCC)。基于此,本文提出将 GMMCC 与 EKF 算法相结合进行荷电状态估计,GMMCC 在传统 MCC 的基础上,通过引入“广义”特性,增强了核函数选择的灵活性,使其能够适应多样化的噪声分布,包括形状不对称或分布不均匀的情况;同时通过“混合”特性,能够结合多个核函数,更好地描述复杂的噪声情况,并在数据中存在异常值时仍能保持稳定的估计效果。这些扩展与优化使得滤波器在应对多种非高斯噪声环境时表现出更高的精度、适应性和鲁棒性,为 SOC 估计提供了理论和实践上的创新性支持。

1 电池建模与数据来源

本文使用二阶 RC 等效电路模型,锂离子电池二阶 RC 等效电路模型由一个电池的欧姆内阻 R_0 和两个 RC 并联支路组成,全面描述了电池的瞬态和动态特性,如图 1 所示。

内阻 R_0 负责反映电池在电流通过时的压降,而 RC 并联支路则用于模拟电池的极化效应和动态电压变化。图 1 中 U_{OC} 是开路电压; U_1 和 U_2 是等效电

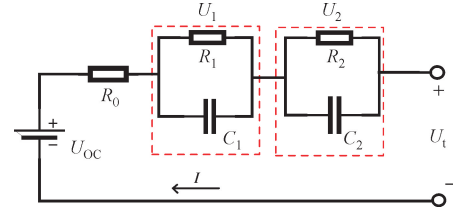


图 1 锂离子二阶 RC 电池等效电路模型

Fig. 1 Second-order RC equivalent circuit model of lithium-ion battery

路中两个 RC 网络的电压; R_1 和 R_2 是 RC 网络的极化电阻; C_1 和 C_2 是 RC 网络的极化电容; U_t 为端电压; I 是电池的电流。

由基尔霍夫定律可知,锂离子电池二阶 RC 等效电路可表示为

$$\begin{cases} U_t = U_{OC} - IR_0 - U_1 - U_2 \\ dU_1/dt = -U_1/(R_1C_1) + I/C_1 \\ dU_2/dt = -U_2/(R_2C_2) + I/C_2 \end{cases} \quad (1)$$

根据二阶 RC 等效电路模型,可以推导出锂离子电池的状态空间方程为

$$\begin{bmatrix} U_{1,k+1} \\ U_{2,k+1} \\ \xi_{SOC,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\Delta t/(R_1C_1)} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\Delta t/(R_2C_2)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1,k} \\ U_{2,k} \\ \xi_{SOC,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1 - e^{-\Delta t/(R_1C_1)})R_1 \\ (1 - e^{-\Delta t/(R_2C_2)})R_2 \\ -\Delta t/\zeta \end{bmatrix} I_k + w_k \quad (2)$$

$$U_{t,k} = U_{OC,k} - U_{1,k} - U_{2,k} - I_k R_0 + v_k \quad (3)$$

式中: $\xi_{SOC,k}$ 表示 k 时刻估计的荷电状态; Δt 为采样时间; ζ 为电池容量; k 为离散时间变量; $U_{t,k}$ 为开路电压; w_k 为系统过程噪声; v_k 是测量噪声, I_k 表示 k 时刻的电流。

1.1 数据集

本文选择了标称容量为 $35 \text{ A} \cdot \text{h}$ 、标称电压为 3.7 V 的 LiMn_2O_4 锂离子电池(命名为 1 号电池)和 $1.5 \text{ A} \cdot \text{h}$ 、 3.6 V 的 ICR18650 单体电池(命名为 2 号电池)作为实验对象,1 号电池数据由北京理工大学先进储能科学与应用课题组获得,2 号电池数据由蓝电 CT6001A 电池测试仪测量得到。

实验通过两种不同锂离子电池在两种工况下运行时的数据来验证 SOC 估计方法。一个是动态应力测试(DST)工况,测试温度为 25°C ;另一个是新欧洲驾驶循环(NEDC)工况,对应测试温度分别为 10°C 、 25°C 和 40°C 。DST 和 NEDC 工况数据的电流、电压曲线如图 2、图 3 所示。

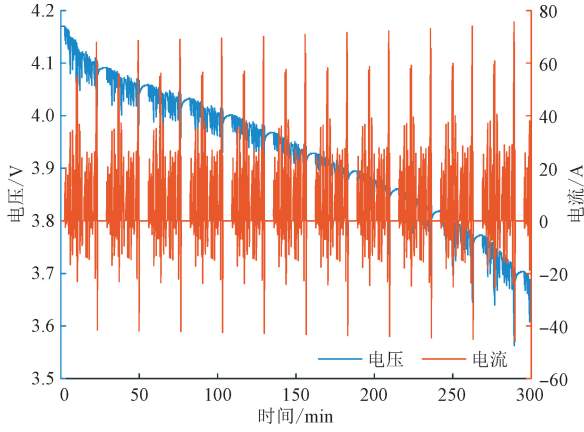


图 2 DST 工况下电流-电压曲线

Fig. 2 Current-voltage curves under DST condition

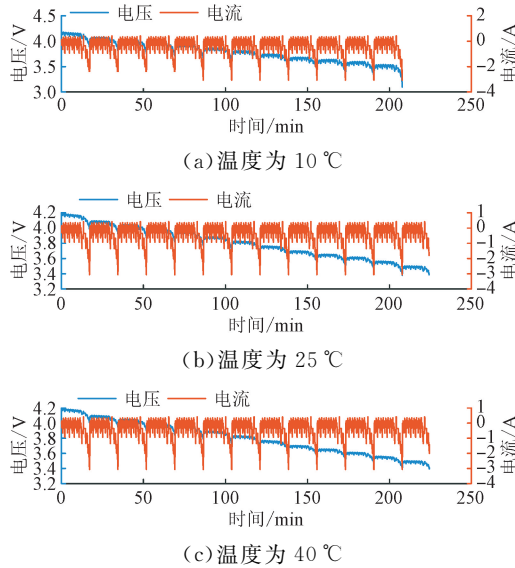


图 3 NEDC 工况下电流-电压曲线

Fig. 3 Current-voltage curves under NEDC condition

1.2 荷电状态与开路电压的关系曲线

荷电状态与开路电压(OCV)之间存在非线性关系,可以通过 Matlab 中的 cftool 工具进行曲线拟合。在拟合过程中,导入 SOC 和 OCV 数据后,本文选择六次多项式进行拟合,拟合完成后可得到一个用于表示 SOC 与 OCV 关系的数学表达式,应用于电池模型的分析与计算。

1 号电池 SOC 与 OCV 的映射关系如下

$$U_{oc} = 3.557 + 0.855\xi_{soc} + 3.79\xi_{soc}^2 - 24.65\xi_{soc}^3 + 54.45\xi_{soc}^4 - 52.48\xi_{soc}^5 + 18.64\xi_{soc}^6 \quad (4)$$

2 号电池 SOC 与 OCV 的映射关系如下

$$U_{oc} = 2.978 + 8.7\xi_{soc} - 49.11\xi_{soc}^2 + 138.6\xi_{soc}^3 - 197\xi_{soc}^4 + 137.3\xi_{soc}^5 - 37.37\xi_{soc}^6 \quad (5)$$

2 基于广义混合最大相关熵扩展卡尔曼滤波算法对 SOC 的估计

为了反映电池在不同工作条件下的动态行为,需要构建一个能够反映电池状态与测量值之间关系的非线性特性数学模型,确保在不同工作条件下都能进行可靠的 SOC 估计。建立如下统一形式的非线性状态方程和量测方程

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{x}_k$ 为 k 时刻的状态变量,一般用 $\mathbf{x}_k = [U_{1,k}, U_{2,k}, \xi_{soc,k}]^T$ 来表示; $\mathbf{y}_k$ 为 k 时刻的量测量; $\mathbf{f}(\cdot)$ 和 $\mathbf{h}(\cdot)$ 表示系统的过程方程和测量方程。

2.1 广义混合熵

给定两个随机变量 X 和 Y ,则熵可以定义为

$$V(X, Y) = E[\kappa(X, Y)] = \iint \kappa(x, y) p(x, y) dx dy \quad (7)$$

式中: $\kappa(\cdot)$ 为 Mercer 核函数; $p(x, y)$ 为 x 和 y 的联合概率密度函数。在熵的基础上,混合熵定义为

$$M(X, Y) = E[\theta_1 \kappa_1(X, Y) + \theta_2 \kappa_2(X, Y)] \quad (8)$$

式中: $0 < \theta_1, \theta_2 < 1, \theta_1 + \theta_2 = 1$; $\kappa_1(\cdot)$ 和 $\kappa_2(\cdot)$ 是两个不同的核函数。 X 和 Y 的联合概率密度函数通常是未知的,式(8)可以通过下式来进行计算

$$M(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\theta_1 \kappa_1(x_i, y_i) + \theta_2 \kappa_2(x_i, y_i)] \quad (9)$$

式中: N 为样本数; x_i 和 y_i 分别表示随机变量 X 和 Y 的第 i 个元素。采用灵活的广义高斯函数作为核函数,可以自由调整其形状,更加具有灵活性。广义高斯核函数表达式如下

$$\kappa(x_i, y_i) = \tau \exp(-(|x_i - y_i|/\beta)^\alpha) \quad (10)$$

式中: β 为核宽度参数, $\beta > 0$; α 为形状参数, $\alpha > 0$; $\tau = \alpha/(2\beta\Gamma(1/\alpha))$ 为归一化常数, $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数。在式(9)中, $\kappa_1(\cdot)$ 和 $\kappa_2(\cdot)$ 均采用广义高斯核。为简单起见,将误差定义为 $e_i = x_i - y_i$,则式(9)可简化为

$$M(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\theta_1 \tau_1 \exp(-|e_i|^{\alpha_1}/\beta_1^{\alpha_1}) + \theta_2 \tau_2 \exp(-|e_i|^{\alpha_2}/\beta_2^{\alpha_2})] \quad (11)$$

当误差 e_i 为 0 时,式(11)达到最大值,因此将其称为 GMMCC,以优化该问题的分析。

2.2 基于 GMMCC 准则的 EKF 算法

将 GMMCC 与 EKF 结合,推导出 GMMCC-EKF 算法^[27-29],与传统 EKF 和 MCC-EKF 算法相比,该算法在递归计算的时间更新和测量更新阶段进行了优化。基于式(6),针对本文研究案例,将系统状态方程写为如下形式

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{A}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_k u_k + \mathbf{w}_{k-1} \\ y_k = \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k + H_k u_k + v_k \end{cases} \quad (12)$$

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} e^{-\Delta t/(R_1 C_1)} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\Delta t/(R_2 C_2)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} (1 - e^{-\Delta t/(R_1 C_1)})R_1 \\ (1 - e^{-\Delta t/(R_2 C_2)})R_2 \\ -\Delta t/\zeta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_k = [-1 \quad -1 \quad \partial U_{oc}/\partial \xi_{SOC}]; H_k = -R_0$$

式中: $\mathbf{A}_k$ 与 $\mathbf{B}_k$ 为 k 时刻系统状态空间模型的状态动态特性; $\mathbf{C}_k$ 与 H_k 为 k 时刻系统状态空间模型的测量动态特性; u_k 为 k 时刻系统输出量。

将式(12)重构增广状态表达式可以得到

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \\ y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{C}_k \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\omega}_k \quad (13)$$

式中: $\mathbf{I}$ 为单位矩阵; $\boldsymbol{\omega}_k = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} - \mathbf{x}_k \\ y_k - \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k \end{bmatrix}$ 为状态和测量的误差。

通过状态重构得到误差协方差表达式为

$$E[\boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{\omega}_k^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k|k-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{P,k|k-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_{R,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{P,k|k-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_{R,k} \end{bmatrix}^T = \mathbf{F}_k \mathbf{F}_k^T \quad (14)$$

式中: $\mathbf{R}_k$ 为观测噪声均方差矩阵; $\mathbf{F}_k$ 、 $\mathbf{F}_{P,k|k-1}$ 、 $\mathbf{F}_{R,k}$ 分别由 $E[\boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{\omega}_k^T]$ 、 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 、 $\mathbf{R}_k$ 进行 Cholesky 分解获得, $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 为预测误差协方差矩阵。在式(13)的两边同时乘 $\mathbf{F}_k^{-1}$,得到简化的非线性递归表达式为

$$\mathbf{D}_k = \mathbf{Z}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{E}_k \quad (15)$$

$$\mathbf{D}_k = \mathbf{F}_k^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \\ y_k \end{bmatrix} = [d_{1,k}, d_{2,k}, \dots, d_{n+m,k}]^T \in \mathbf{R}^{(n+m) \times 1} \quad (16)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{F}_k^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{C}_k \end{bmatrix} = [\mathbf{z}_{1,k}^T, \mathbf{z}_{2,k}^T, \dots, \mathbf{z}_{n+m,k}^T]^T \in \mathbf{R}^{(n+m) \times n} \quad (17)$$

$$\mathbf{E}_k = \mathbf{F}_k^{-1} \boldsymbol{\omega}_k = [e_{1,k}, e_{2,k}, \dots, e_{n+m,k}]^T \in \mathbf{R}^{(n+m) \times 1} \quad (18)$$

结合式(11)和式(18),得到的代价函数为

$$J_{\text{GMMCC}}(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^N [\theta_j \tau_j \exp(-|e_{i,k}|^{a_j}/\beta_j^{a_j})] \quad (19)$$

式中: $e_{i,k} = d_{i,k} - \mathbf{z}_{i,k} \mathbf{x}_k$, $e_{i,k}$ 为 $\mathbf{E}_k$ 的第 i 个元素, $d_{i,k}$ 为 $\mathbf{D}_k$ 的第 i 个元素, $\mathbf{z}_{i,k}$ 为 $\mathbf{Z}_k$ 的第 i 行; $N = n + m$, n 和 m 分别是状态向量的维度和测量向量的维度。

根据 GMMCC 准则,定义最优状态估计为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \arg \max_{\mathbf{x}_k} J_{\text{GMMCC}}(\mathbf{x}_k) \quad (20)$$

通过设置 $\partial J_{\text{GMMCC}}(\mathbf{x}_k)/\partial \mathbf{x}_k = 0$,得到状态最优解

$$\frac{\partial J_{\text{GMMCC}}(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{x}_k} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^N [(\theta_j \tau_j \alpha_j / \beta_j^{a_j}) \cdot \exp(-|e_{i,k}|^{a_j}/\beta_j^{a_j}) |e_{i,k}|^{a_j-2} \mathbf{z}_{i,k}^T (d_{i,k} - \mathbf{z}_{i,k} \mathbf{x}_k)] = 0 \quad (21)$$

通过式(21)可以得到

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \left(\sum_{i=1}^N \Lambda_{i,k} (e_{i,k}) \mathbf{z}_{i,k}^T \mathbf{z}_{i,k} \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N \Lambda_{i,k} (e_{i,k}) \mathbf{z}_{i,k}^T d_{i,k} \right) \quad (22)$$

$$\Lambda_{i,k} = \sum_{j=1}^2 (\theta_j \tau_j \alpha_j / \beta_j^{a_j}) \exp(-|e_{i,k}|^{a_j}/\beta_j^{a_j}) |e_{i,k}|^{a_j-2} \quad (23)$$

式(22)是关于 $\mathbf{x}_k$ 的非线性不动点方程,因为 $d_{i,k}$ 与式(15)中的 $\mathbf{x}_k$ 相关。状态变量的最优解还可表示为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = (\mathbf{Z}_k^T \boldsymbol{\Lambda}_k \mathbf{Z}_k)^{-1} (\mathbf{Z}_k^T \boldsymbol{\Lambda}_k \mathbf{D}_k) \quad (24)$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{P,k} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Lambda}_{R,k} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_{P,k} = \text{diag}[\Lambda_{1,k}(e_{1,k}), \Lambda_{2,k}(e_{2,k}), \dots, \Lambda_{n,k}(e_{n,k})]$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_{R,k} = \text{diag}[\Lambda_{n+1,k}(e_{n+1,k}), \Lambda_{n+2,k}(e_{n+2,k}), \dots, \Lambda_{n+m,k}(e_{n+m,k})]$$

式中: $\boldsymbol{\Lambda}_{P,k}$ 是误差协方差的权重矩阵; $\boldsymbol{\Lambda}_{R,k}$ 是测量噪声的权重矩阵。用加权矩阵来校正误差协方差矩阵为

$$E[\boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{\omega}_k^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{P,k|k-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_{R,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{P,k} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Lambda}_{R,k} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{P,k|k-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_{R,k} \end{bmatrix}^T = \mathbf{F}_k \boldsymbol{\Lambda}_k^{-1} \mathbf{F}_k^T \quad (25)$$

GMMCC 准则优化的误差协方差和测量噪声协方差为

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_{P,k|k-1} \boldsymbol{\Lambda}_{P,k}^{-1} \mathbf{F}_{P,k|k-1}^T \quad (26)$$

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{F}_{R,k|k-1} \mathbf{A}_{R,k}^{-1} \mathbf{F}_{R,k|k-1}^T \quad (27)$$

根据 GMMCC 准则修正的 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 和 $\mathbf{R}_k$, 在测量更新步骤中迭代更新增益矩阵、状态和误差协方差矩阵。

广义混合最大相关熵结合多种核函数, 具备更强的通用性和鲁棒性。通过组合不同核参数的核函数, 能够在复杂和异常数据分布中提供更准确的估计, 相比传统的单一高斯核, 适应性更强。

广义混合最大相关熵初始化为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0] \\ \mathbf{P}_0 = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T] \end{cases} \quad (28)$$

状态一步预测为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (29)$$

预测误差协方差矩阵为

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{A}_k^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (30)$$

式中: $\mathbf{Q}_{k-1}$ 为过程噪声协方差矩阵。增益矩阵为

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}_k^T (\mathbf{C}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (31)$$

状态估计更新为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{C}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} - \mathbf{H}_k \mathbf{u}_k) \quad (32)$$

估计误差协方差矩阵更新为

$$\hat{\mathbf{P}}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T \quad (33)$$

测量噪声方差更新为

$$\hat{\mathbf{R}}_k = \mathbf{C}_k \hat{\mathbf{P}}_{k|k} \mathbf{C}_k^T + \mathbf{R}_k (\mathbf{C}_k \hat{\mathbf{P}}_{k|k} \mathbf{C}_k^T + \mathbf{R}_k^{-1}) \mathbf{R}_k \quad (34)$$

过程噪声方差更新为

$$\hat{\mathbf{Q}}_k = \mathbf{K}_k (\mathbf{C}_k \hat{\mathbf{P}}_{k|k} \mathbf{C}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k) \mathbf{K}_k^T \quad (35)$$

综上所述, 将广义混合最大相关熵与扩展卡尔曼滤波结合, 可以在保持算法高效性的同时提高估计准确性。

3 仿真实验与分析

为了验证所提出的基于 GMMCC-EKF 的 SOC 估计方法的有效性, 采用平均绝对误差 (MAE, 设为 R_{MAE}) 和均方根误差 (RMSE, 设为 R_{RMSE}) 等评价指标来评价算法的性能。

基于 1 号电池和 2 号电池数据, 在两种不同非高斯噪声干扰下, 将所提算法与 EKF 和 MCC-EKF 算法进行 SOC 估计对比, 以此评估算法的性能。为了说明电流噪声对算法估计的影响, 参照文献[20]生成的非高斯噪声, 该噪声服从均匀分布, 将其称为均匀混合噪声; 将生成的拉普拉斯噪声加入到电流中生成的非高斯噪声, 该噪声服从拉普拉斯分布, 称

为拉普拉斯混合噪声。基于以上不同的噪声类型、不同环境温度和不同 SOC 初始值, 以验证所提方法相较于 EKF、MCC-EKF 算法的有效性。

3.1 在均匀混合噪声环境下的电池 SOC 估计

在均匀混合噪声环境下, 1 号电池 25 °C 时 GMMCC-EKF 与 EKF、MCC-EKF 算法 SOC 估计如图 4 所示。

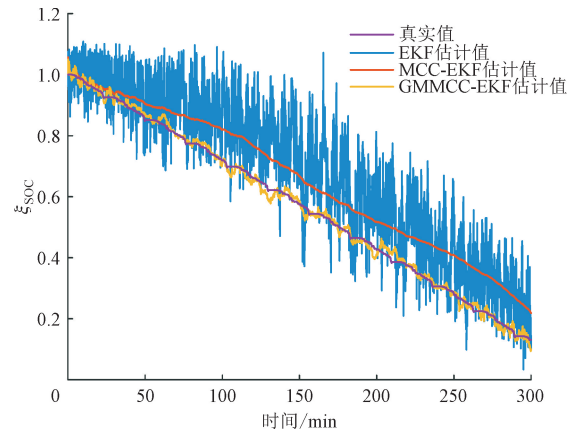


图 4 25 °C 时 1 号电池采用 3 种算法的 SOC 估计

Fig. 4 SOC estimation of the No. 1 battery using three algorithms at 25 °C

3.1.1 25 °C 时 1 号电池在 DST 工况下的验证

从图 4 可知, 在 SOC 初始值为 1 的情况下, EKF 的估计曲线波动比较剧烈, 这显示着 EKF 对非高斯噪声非常敏感。相比之下, 由于最大相关熵的存在使得 MCC-EKF 在非高斯噪声下有一定的抑制作用, 而提出的 GMMCC-EKF 算法相对于前两种算法其 SOC 估计更接近真实值, 因为它具有更灵活的核宽度选择方法。

表 1 列出了所有算法的运算时间、 R_{MAE} 和 R_{RMSE} 结果。可以看出, GMMCC-EKF 算法的运算时间稍长, 但估计精度更高。相比于 EKF 算法和 MCC-EKF 算法, GMMCC-EKF 算法的 R_{MAE} 分别下降了约 90.3% 和 86.0%, R_{RMSE} 分别下降了约 90.1% 和 83.9%。

表 1 不同算法对 1 号电池的运算时间和误差对比
Table 1 Comparison of computation time and error of different algorithms for No. 1 battery

算法	运算时间/s	R_{MAE}	R_{RMSE}
EKF	0.782 1	0.121 9	0.148 0
MCC-EKF	1.033 0	0.084 6	0.091 4
GMMCC-EKF	1.091 8	0.011 8	0.014 7

3.1.2 10℃和40℃时2号电池在NEDC工况下的验证

为验证 GMMCC-EKF 算法在不同电池和不同温度条件下的适用性,选择 2 号电池,分别在 10、40℃ 的温度下分别进行了验证。图 5 和图 6 分别展示了 2 个温度下所提算法对 SOC 的估计结果。

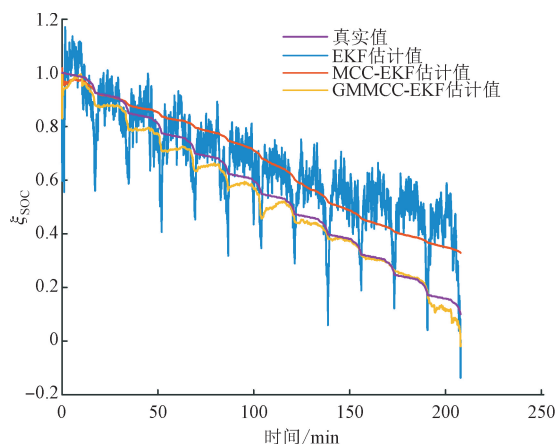


图5 温度为10℃时采用3种算法的SOC估计

Fig. 5 SOC estimation of using three algorithms at 10℃

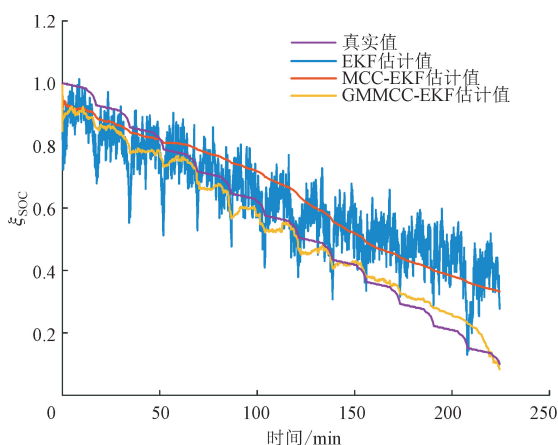


图6 温度为40℃时采用3种算法的SOC估计

Fig. 6 SOC estimation of using three algorithms at 40℃

从图 5 和图 6 中可以看出,GMMCC-EKF 算法的曲线最接近真实值,误差最小且波动较小,其次是 MCC-EKF 算法,而 EKF 算法的偏差最大。不同算法定量的误差及运算复杂性的比较见表 2。

在两种温度下,所提算法虽然运算复杂度略高,但估计精度始终保持最高水平。从表 2 可知:在 10℃ 下,与 EKF 和 MCC-EKF 算法相比,GMMCC-EKF 算法的 R_{MAE} 分别下降了约 76.3% 和 69.2%, R_{RMSE} 分别下降了约 77.4% 和 68.2%;在 40℃ 下,与 EKF 和 MCC-EKF 算法相比,GMMCC-EKF 算法的 R_{MAE} 分别下降了约 63.2% 和 58.8%, R_{RMSE} 分别下

降了约 70.5% 和 58.2%。定量数据验证 GMMCC-EKF 算法,提升电池 SOC 估计的精度。

表 2 10℃和40℃时不同算法运算时间和误差对比

Table 2 Comparison of the operation time and error of each algorithm at 10℃ and at 40℃

算法	温度/℃	运算时间/s	R_{MAE}	R_{RMSE}
EKF	10	0.537 2	0.126 5	0.156 9
	40	0.628 4	0.112 9	0.140 3
MCC-EKF	10	0.652 0	0.097 2	0.111 9
	40	0.722 6	0.100 4	0.114 3
GMMCC-EKF	10	0.711 5	0.029 9	0.035 6
	40	0.765 6	0.041 5	0.047 8

3.2 25℃时在拉普拉斯混合噪声环境下的SOC估计

在拉普拉斯混合噪声下,25℃环境温度时 1 号和 2 号电池对算法的估计性能进行验证。图 7 为 1 号电池在 DST 工况下 3 种算法的估计结果,图 8 为 2 号电池在 NEDC 工况下 3 种算法的估计结果。

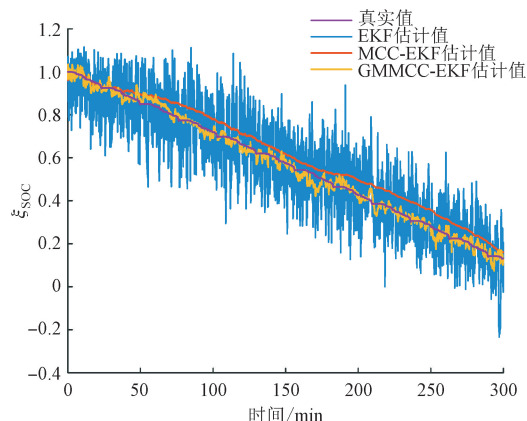


图7 1号电池在DST工况下采用3种算法的SOC估计

Fig. 7 SOC estimation of the No. 1 battery using three algorithms under DST condition

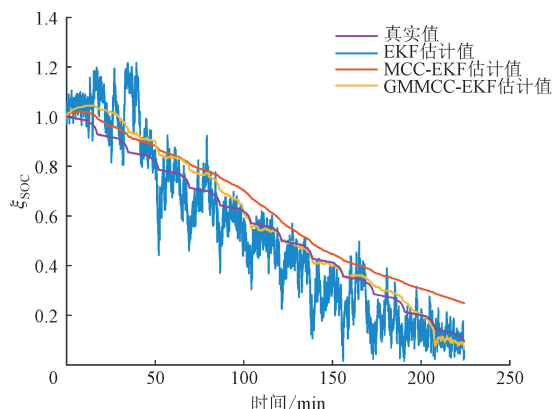


图8 2号电池在NEDC工况下采用3种算法的SOC估计

Fig. 8 SOC estimation of the No. 2 battery using three algorithms under NEDC condition

从图 7 和图 8 可知,GMMCC-EKF 的估计曲线与真实值之间的吻合度较高,表明该算法在捕捉电池 SOC 动态变化方面表现出色。同时,可从图 8 中看出,GMMCC-EKF 算法的误差曲线稳定性更强,其误差波动幅度小于 EKF 和 MCC-EKF 算法,显示出更好的估计准确性和鲁棒性。算法运算时间和定量的误差对比见表 3。

表 3 不同算法对 1 号电池和 2 号电池的运算时间和误差对比

Table 3 Comparison of computation time and error of different algorithms for No. 1 battery and No. 2 battery

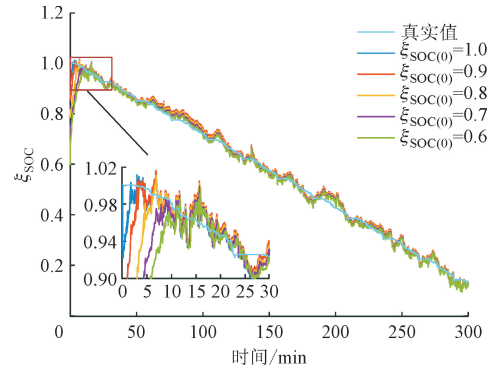
算法	电池类型	运算时间/s	R_{MAE}	R_{RMSE}
EKF	1 号电池	0.736 2	0.086 1	0.108 8
	2 号电池	0.573 5	0.087 8	0.112 4
MCC-EKF	1 号电池	1.081 9	0.049 6	0.054 1
	2 号电池	0.700 7	0.073 3	0.079 1
GMMCC-EKF	1 号电池	1.100 5	0.017 6	0.022 7
	2 号电池	0.767 0	0.037 9	0.047 9

由表 3 可知,对于 1 号电池,GMMCC-EKF 算法与 EKF 和 MCC-EKF 算法相比, R_{MAE} 分别下降了约 79.5% 和 64.5%, R_{RMSE} 分别下降了约 79.2% 和 58.1%;对于 2 号电池,GMMCC-EKF 算法与 EKF 和 MCC-EKF 算法相比, R_{MAE} 分别下降了约 56.8% 和 48.3%, R_{RMSE} 分别下降了约 66.3% 和 39.1%。

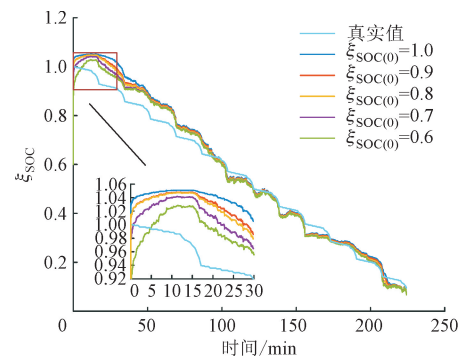
3.3 25℃ 时鲁棒性分析

初始 SOC 对卡尔曼滤波及其衍生算法具有显著的影响,SOC 初始值不准确可能会使估计误差增加,本节研究在均匀混合噪声环境下对不同初始 SOC 值($\xi_{SOC(0)} = 1.0, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6$)进行鲁棒性的分析。图 9 为不同初始 SOC 下 1 号电池和 2 号电池的 SOC 估计。

根据图 9 可知,当 SOC 在不同初始值的情况下,SOC 估计结果也快速地收敛。当初始 SOC 误差越小的时候,SOC 估计收敛的也越快,即使在初始 SOC 误差较大的情况下,SOC 估计曲线也能紧随实际 SOC 曲线的下降趋势。以 1 号电池为例, $\xi_{SOC(0)}$ 为 1.0、0.9、0.8、0.7、0.6 时, R_{RMSE} 分别为 0.018 9、0.021 4、0.025 2、0.032 0、0.036 5,随着 $\xi_{SOC(0)}$ 从 1.0 降到 0.6,电池的 R_{RMSE} 均呈现上升的趋势,表明初始值偏差会降低估计精度。总体而言,GMMCC-EKF 算法对初始值较为敏感,初始值越接近真实值,估计结果越准确。



(a) 对 1 号电池的 SOC 估计结果

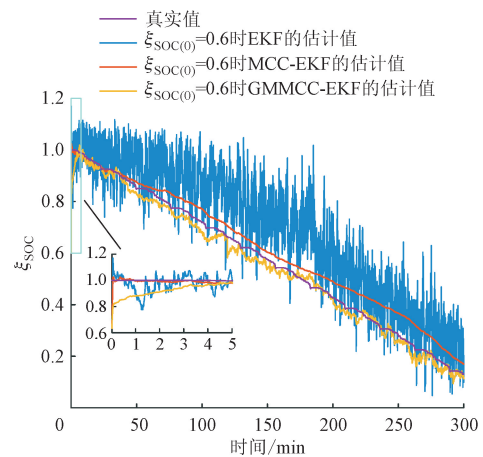


(b) 对 2 号电池的 SOC 估计结果

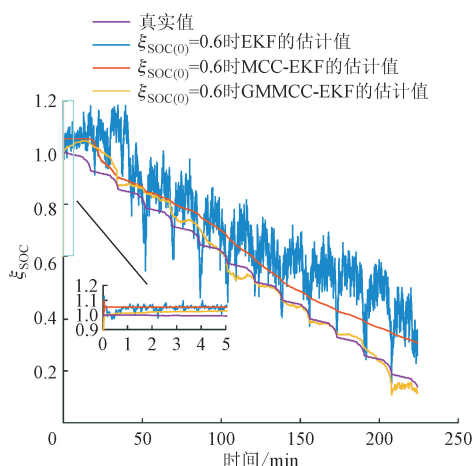
图 9 GMMCC-EKF 算法在不同初始值下对 1 号电池和 2 号电池的 SOC 估计结果

Fig. 9 SOC estimation results of GMMCC-EKF algorithm with different initial values for No. 1 battery and No. 2 battery

图 10 表示 25℃ 时不同算法在不同初始值下对 1 号电池和 2 号电池的 SOC 估计结果,以 1 号电池为例进行分析,当初始值为 0.6 时,与 EKF 和 MCC-EKF 算法相比,GMMCC-EKF 算法的 R_{RMSE} 分别下降了约 78.6% 和 52.9%,GMMCC-EKF 算法在准确性和稳定性方面表现出明显优势,能够更好地处理非高斯噪声环境下的 SOC 估计问题。传统 EKF 算法估计



(a) 对 1 号电池的 SOC 估计结果



(b)对2号电池的SOC估计结果

图10 不同算法在不同初始值时对1号电池和2号电池的SOC估计结果

Fig. 10 Comparison of SOC estimation for No. 1 battery and No. 2 battery using different algorithms with different initial values

误差较大,波动剧烈,偏离真实值严重,而 MCC-EKF 算法在一定程度上改进了估计性能,但其精度和稳定性仍不如 GMMCC-EKF 算法。具体来看, GMMCC-EKF 算法在错误初始值的情况下依然能够快速收敛,其估计曲线更贴近真实值,误差幅值最小且逐渐趋于 0,表现出较强的鲁棒性和抗初值敏感性。

4 结 论

本文首先定义了广义混合相关熵,拓宽并增强了传统单一相关熵在处理数据时的鲁棒性能。其次,将广义混合最大相关熵准则与扩展卡尔曼滤波结合,形成广义混合最大相关熵扩展卡尔曼滤波算法,用于在非高斯噪声干扰下进行电池的 SOC 估计,显著提高了估计性能。通过仿真对比分析,可以得出以下结论。

(1) GMMCC-EKF 算法在 SOC 估计中表现出较高的准确性和稳定性,能够有效抑制不同噪声对估计结果的影响,如在均匀噪声环境下,基于 1 号电池数据 DST 工况,相比于传统的 EKF 和 MCC-EKF 算法,其估计精度分别提高了约 90.1% 和 83.9%。GMMCC-EKF 算法显著降低了估计误差,提升了整体的估计性能。

(2) 传统算法在面对极端工况或环境变化时往往表现出鲁棒性不足,导致估计不稳定或误差增大。GMMCC-EKF 算法在不同工况和不同温度下展现

出较强的适应能力,以 2 号电池 NEDC 工况为例,环境温度为 10 °C 时,与 EKF 和 MCC-EKF 算法相比,其估计精度提高了约 77.4% 和 68.2%; 40 °C 时其估计精度分别提高了约 70.5% 和 58%。算法具有较强鲁棒性和适应能力。

由此可见,本文所提算法具有较高精度和良好的鲁棒性,为电池管理系统的实际应用提供了有力的技术支撑。

为进一步验证所提算法的有效性,未来研究可以重点探索如何将该方法扩展应用于电池组层面的 SOC 估计。此外,电芯之间的不平衡问题是影响电池组整体性能的关键因素之一,研究如何利用 GMMCC-EKF 算法改善电芯均衡、提升电池组的整体性能和寿命也将是一个重要且有趣的方向。

参考文献:

- [1] 王渠,熊瑞,穆浩. 温度和老化意识融合驱动的电动汽车锂离子动力电池电量和容量协同估计 [J]. 电工技术学报, 2020, 35(23): 4980-4987.
WANG Ju, XIONG Rui, MU Hao. Co-estimation of lithium-ion battery state-of-charge and capacity through the temperature and aging awareness model for electric vehicles [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(23): 4980-4987.
- [2] 巫春玲,付俊成,徐先峰,等. 基于多新息最小二乘和多新息扩展卡尔曼滤波算法的锂电池 SOC 估计 [J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2024, 52(2): 74-83.
WU Chunling, FU Juncheng, XU Xianfeng, et al. Lithium battery SOC estimation based on multi innovation least square and multi innovation extended Kalman filter algorithm [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2024, 52(2): 74-83.
- [3] 李建林,李雅欣,吕超,等. 退役动力电池梯次利用关键技术及现状分析 [J]. 电力系统自动化, 2020, 44(13): 172-183.
LI Jianlin, LI Yaxin, LÜ Chao, et al. Key technology and research status of cascaded utilization in decommissioned power battery [J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(13): 172-183.
- [4] 谢长君,费亚龙,曾春年,等. 基于无迹粒子滤波的车载锂离子电池状态估计 [J]. 电工技术学报, 2018, 33(17): 3958-3964.
XIE Changjun, FEI Yalong, ZENG Chunian, et al. State-of-charge estimation of lithium-ion battery using unscented particle filter in vehicle [J]. Transactions of

- China Electrotechnical Society, 2018, 33 (17): 3958-3964.
- [5] ZHENG Linfeng, ZHANG Lei, ZHU Jianguo, et al. Co-estimation of state-of-charge, capacity and resistance for lithium-ion batteries based on a high-fidelity electrochemical model [J]. *Applied Energy*, 2016, 180: 424-434.
- [6] ZHANG Yanhui, SONG Wenji, LIN Shili, et al. A novel model of the initial state of charge estimation for LiFePO_4 batteries [J]. *Journal of Power Sources*, 2014, 248: 1028-1033.
- [7] YU Quanqing, WAN Changjiang, LI Junfu, et al. An open circuit voltage model fusion method for state of charge estimation of lithium-ion batteries [J]. *Energies*, 2021, 14(7): 1797.
- [8] 王晓兰, 靳皓晴, 刘祥远. 基于融合模型的锂离子电池荷电状态在线估计 [J]. *工程科学学报*, 2020, 42 (9): 1200-1208.
- WANG Xiaolan, JIN Haoqing, LIU Xiangyuan. On-line estimation of the state of charge of a lithium-ion battery based on the fusion model [J]. *Chinese Journal of Engineering*, 2020, 42(9): 1200-1208.
- [9] 武龙星, 庞辉, 晋佳敏, 等. 基于电化学模型的锂离子电池荷电状态估计方法综述 [J]. *电工技术学报*, 2022, 37(7): 1703-1725.
- WU Longxing, PANG Hui, JIN Jiamin, et al. A review of SOC estimation methods for lithium-ion batteries based on electrochemical model [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2022, 37 (7): 1703-1725.
- [10] DANG Xuanju, YAN Li, JIANG Hui, et al. Open-circuit voltage-based state of charge estimation of lithium-ion power battery by combining controlled auto-regressive and moving average modeling with feedforward-feedback compensation method [J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2017, 90: 27-36.
- [11] 范兴明, 封浩, 张鑫. 最小二乘算法优化及其在锂离子电池参数辨识中的应用 [J]. *电工技术学报*, 2024, 39(5): 1577-1588.
- FAN Xingming, FENG Hao, ZHANG Xin. Optimization of least squares method and its application in parameter identification of lithium-ion battery model [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2024, 39(5): 1577-1588.
- [12] 谷苗, 夏超英, 田聪颖. 基于综合型卡尔曼滤波的锂离子电池荷电状态估算 [J]. *电工技术学报*, 2019, 34 (2): 419-426.
- GU Miao, XIA Chaoying, TIAN Congying. Li-ion battery state of charge estimation based on comprehensive Kalman filter [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2019, 34(2): 419-426.
- [13] 刘素贞, 陈云龙, 张闯, 等. 融合多维超声时频域特征的锂离子电池荷电状态估计 [J]. *电工技术学报*, 2023, 38(17): 4539-4550.
- LIU Suzhen, CHEN Yunlong, ZHANG Chuang, et al. State of charge estimation of Lithium-Ion batteries fused with multi-dimensional ultrasonic time-frequency domain features [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2023, 38(17): 4539-4550.
- [14] 郭向伟, 邢程, 司阳, 等. RLS 锂电池全工况自适应等效电路模型 [J]. *电工技术学报*, 2022, 37(16): 4029-4037.
- GUO Xiangwei, XING Cheng, SI Yang, et al. RLS adaptive equivalent circuit model of lithium battery under full working condition [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2022, 37(16): 4029-4037.
- [15] 王义军, 左雪. 锂离子电池荷电状态估算方法及其应用场景综述 [J]. *电力系统自动化*, 2022, 46(14): 193-207.
- WANG Yijun, ZUO Xue. Review on estimation methods for state of charge of lithium-ion battery and their application scenarios [J]. *Automation of Electric Power Systems*, 2022, 46(14): 193-207.
- [16] PLETT G L. Extended Kalman filtering for battery management systems of LiPB-based HEV battery packs: part 3 state and parameter estimation [J]. *Journal of Power Sources*, 2004, 134(2): 277-292.
- [17] 巫春玲, 胡雯博, 孟锦豪, 等. 基于最大相关熵扩展卡尔曼滤波算法的锂离子电池荷电状态估计 [J]. *电工技术学报*, 2021, 36(24): 5165-5175.
- WU Chunling, HU Wenbo, MENG Jinhao, et al. State of charge estimation of Lithium-Ion batteries based on maximum Correlation-Entropy criterion extended Kalman filtering algorithm [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2021, 36(24): 5165-5175.
- [18] LUO Jiayi, PENG Jiankun, HE Hongwen. Lithium-ion battery SOC estimation study based on Cubature Kalman filter [J]. *Energy Procedia*, 2019, 158: 3421-3426.
- [19] QI Dengliang, FENG Jingan, NI Xiangdong, et al. Maximum correntropy extended Kalman filter for vehicle state observation [J]. *International Journal of Automotive Technology*, 2023, 24(2): 377-388.
- [20] WU Chunling, HU Wenbo, MENG Jinhao, et al.

- State-of-charge estimation of lithium-ion batteries based on MCC-AEKF in non-Gaussian noise environment [J]. *Energy*, 2023, 274: 127316.
- [21] MO Yang, WANG Yaonan, YANG Hong, et al. Generalized maximum correntropy Kalman filter for target tracking in TianGong-2 space laboratory [J]. *Space: Science & Technology*, 2022, 2022: 9796015.
- [22] MA Wentao, QIU Jinzhe, LIU Xinghua, et al. Unscented Kalman filter with generalized correntropy loss for robust power system forecasting-aided state estimation [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, 15(11): 6091-6100.
- [23] GUO Peng, MA Wentao, YI Dele, et al. Enhanced square root CKF with mixture correntropy loss for robust state of charge estimation of lithium-ion battery [J]. *Journal of Energy Storage*, 2023, 73 (Part A): 108920.
- [24] WANG Xiaofei, SUN Quan, CHEN Liang, et al. Mixture maximum correntropy criterion unscented Kalman filter for robust SOC estimation [C]//2022 IEEE 5th International Conference on Electronic Information and Communication Technology (ICEICT). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2022: 670-676.
- [25] WANG Xiaofei, SUN Quan, KOU Xiao, et al. Noise immune state of charge estimation of li-ion battery via the extreme learning machine with mixture generalized maximum correntropy criterion [J]. *Energy*, 2022, 239(Part D): 122406.
- [26] 蔡盼飞. 基于迁移学习与混合广义互相关熵的锂离子电池稳健 SOH 估计研究 [D]. 西安: 西安理工大学, 2023.
- [27] ZHAO Haiquan, TIAN Boyu. Robust power system forecasting-aided state estimation with generalized maximum mixture correntropy unscented Kalman filter [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2022, 71: 1-10.
- [28] MA Wentao, GUO Peng, WANG Xiaofei, et al. Robust state of charge estimation for li-ion batteries based on cubature Kalman filter with generalized maximum correntropy criterion [J]. *Energy*, 2022, 260: 125083.
- [29] LIU Zheng, ZHAO Zhenhua, QIU Yuan, et al. State of charge estimation for Li-ion batteries based on iterative Kalman filter with adaptive maximum correntropy criterion [J]. *Journal of Power Sources*, 2023, 580: 233282.
- (编辑 武红江)